



**POLITECHNIKA
GDAŃSKA**

WYDZIAŁ OCEANOTECHNIKI I OKRĘTOWNICTWA

Katedra Hydromechaniki i Hydroakustyki

ĆWICZENIA LABORATORYJNE Z HYDROMECHANIKI OKRĘTU

Ćwiczenie Nr 1

Doświadczalne określanie krzywej ramion prostujących modelu.

Opracował: dr inż. Andrzej Jarosz

Pod redakcją: mgr inż. Mirosław Grygorowicz

Gdańsk 1990

1. Cel ćwiczenia.

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z metodami doświadczalnego określania krzywej ramion prostujących okrętu na podstawie badań modelowych.

2. Wiadomości podstawowe.

2.1. Warunek równowagi okrętu.

Warunek równowagi okrętu wymaga, aby suma sił działających na okręt oraz suma momentów sił względem dowolnego bieguna równały się zeru. Jeżeli okręt znajduje się pod wpływem siły ciężkości, czyli ciężaru okrętu P_G , oraz siły parcia hydrostatycznego W i dowolnego momentu M , to warunek pierwszy prowadzi do równości:

$$\vec{P}_G + \vec{W} = 0$$

Natomiast z warunku drugiego wynika, że w położeniu równowagi okrętu, przy zerowym momencie zewnętrznym, środek wyporu B oraz środek masy G okrętu leżą na wspólnej normalnej do płaszczyzny wodnicy pływania.

2.2. Ramię prostujące.

Jeżeli okręt pływający w położeniu początkowym bez przechyłu boczego ($\phi = 0$), pod wpływem zewnętrznego momentu przechylającego M_H przechylił się o kąt ϕ , to na skutek przemieszczenia się środka wyporu do położenia B_ϕ , pojawi się moment przeciwdziałający przechyłowi, zwany momentem prostującym M_R . Zakładając, że wpływ przechyłu wzdłużnego jest pomijalny, moment prostujący będzie funkcją kąta przechyłu:

$$M_R(\phi) = l(\phi)W = l(\phi)\rho g \nabla$$

gdzie:

- $l(\phi)$ – ramię prostujące,
- ρ – gęstość wody,
- ∇ – objętość podwodzia.

Interpretację geometryczną ramienia prostującego przedstawia rys. 1. Przyjmując prostokątny układ współrzędnych związany z okrętem, ramię prostujące wyraża się odległością linii działania siły wyporu \vec{W} od linii działania siły ciężkości \vec{P}_G , przechodzących odpowiednio przez środek wyporu okrętu przechylonego $(Y_{B\phi}, Z_{B\phi})$ i środek masy o współrzędnych $(0, Z_G)$. Zgodnie z wzorem na odległość prostej przechodzącej przez punkt o danych współrzędnych i początkiem układu, ramię prostujące wynosi:

$$l(\phi) = Y_{B\phi} \cos \phi + Z_{B\phi} \sin \phi - Z_G \sin \phi$$

co zapisujemy w postaci:

$$l(\phi) = l_k(\phi) - Z_G \sin \phi$$

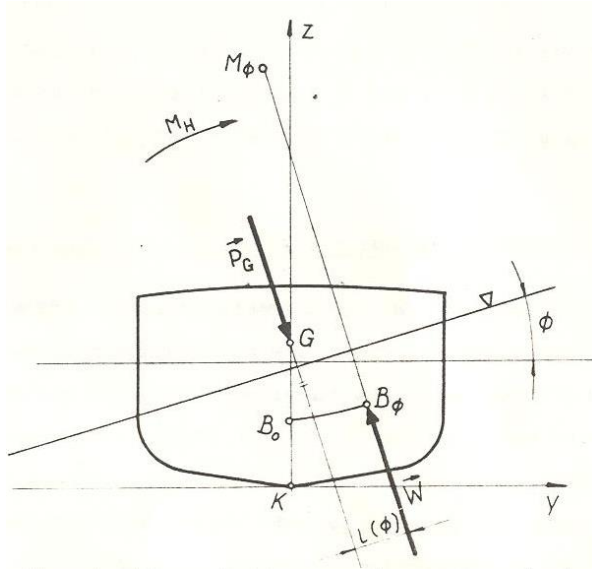
gdzie:

$l_k(\phi)$ – ramię stateczności kształtu.

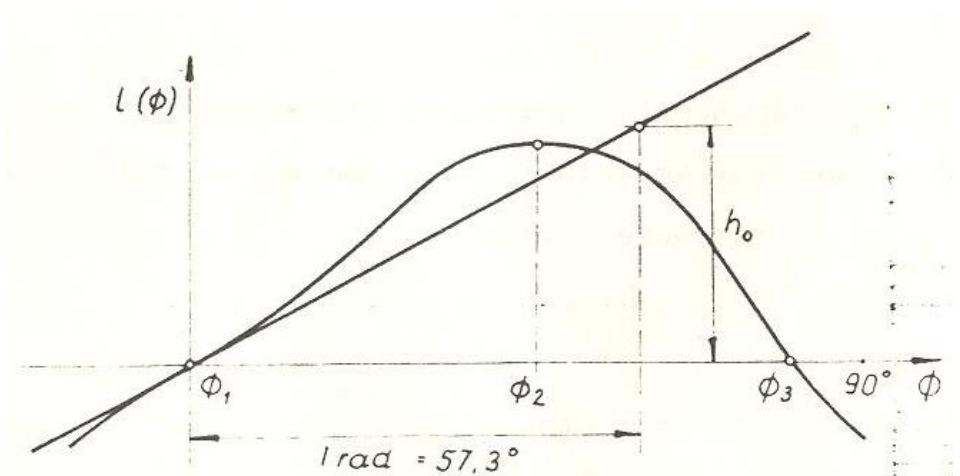
2.3. Krzywa ramion prostujących.

Zależność ramienia prostującego od kąta przechyłu, przedstawiona graficznie, nazywa się krzywą ramion prostujących albo krzywą Reeda. Przebieg krzywej ramion prostujących zależy od kształtu kadłuba, położenia środka masy okrętu oraz od wolnej burty i musi być znany dla każdego stanu eksploatacyjnego.

Typowy przebieg krzywej ramion prostujących, przy symetrycznym rozkładzie masy ($Y_G = 0$), ograniczony tylko do kątów dodatnich, przedstawia rys. 2. Kąt $\phi_1 = 0$ odpowiada normalnym warunkom projektowym w stanie równowagi statycznej, przy zerowym momencie przechylającym. Maksymalne ramię momentu prostującego występuje przy kącie ϕ_2 . Kąt ϕ_3 nazywa się kątem zanikającej stateczności, po przekroczeniu którego okręt się przewraca.



Rys.1. Interpretacja geometryczna ramienia prostującego.



Rys.2. Typowy przebieg krzywej ramion prostujących.

2.4. Wysokość metacentryczna.

Chwilowy środek krzywizny krzywej, po której przemieszcza się środek wyporu okrętu, czyli krzywej środków wyporu, nazywa się punktem metacentrycznym albo metacentrum M_ϕ , a odpowiadający promień krzywizny tej krzywej - promieniem metacentrycznym poprzecznym r_ϕ .

Ważne znaczenie posiada pojęcie metacentrum statku wyprostowanego, które można zdefiniować jako punkt przecięcia linii działania siły wyporu z płaszczyzną symetrii okrętu, gdy kąt $\phi \rightarrow 0$. Jest to tzw. poprzeczne metacentrum początkowe M_0 , któremu odpowiada początkowy poprzeczny promień metacentryczny r_0 (rys. 3).

W zakresie małych kątów przechyłu krzywą środków wyporu można aproksymować łukiem koła o promieniu r_0 a krzywą ramion prostujących w tym zakresie - sinusoidą:

$$l(\phi) \approx h_0 \sin \phi$$

Jest to tzw. wzór metacentryczny.

Łatwo wykazać, że w punkcie $\phi = 0$ pochodna krzywej ramion prostujących jest równa początkowej wysokości metacentrycznej:

$$\frac{dl}{d\phi} \Big|_{\phi=0} = h_0$$

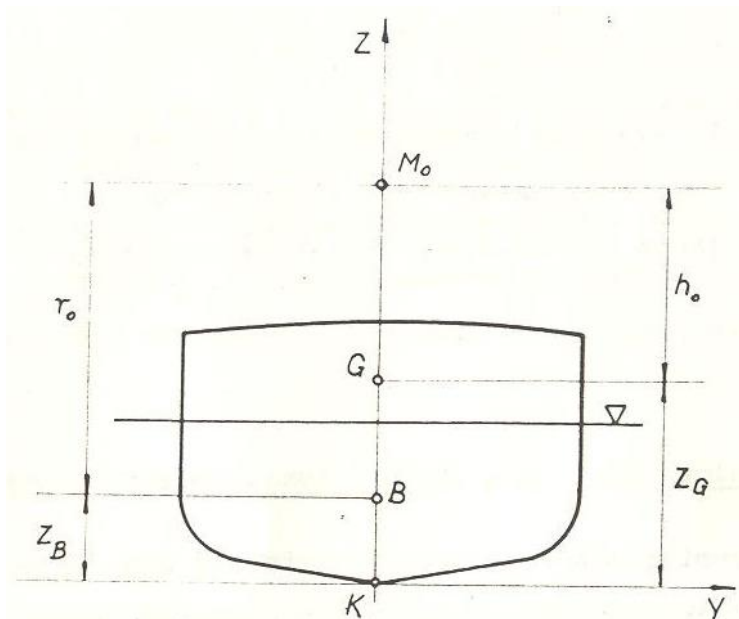
A zatem, jeżeli wystawić styczną do krzywej ramion prostujących w punkcie $\phi = 0$, to odległość tej stycznej od osi ϕ w punkcie odpowiadającym 1 radianowi ($57,3^\circ$) wyznacza wysokość metacentryczną h_0 .

3. Doświadczalne określenie krzywej ramion prostujących.

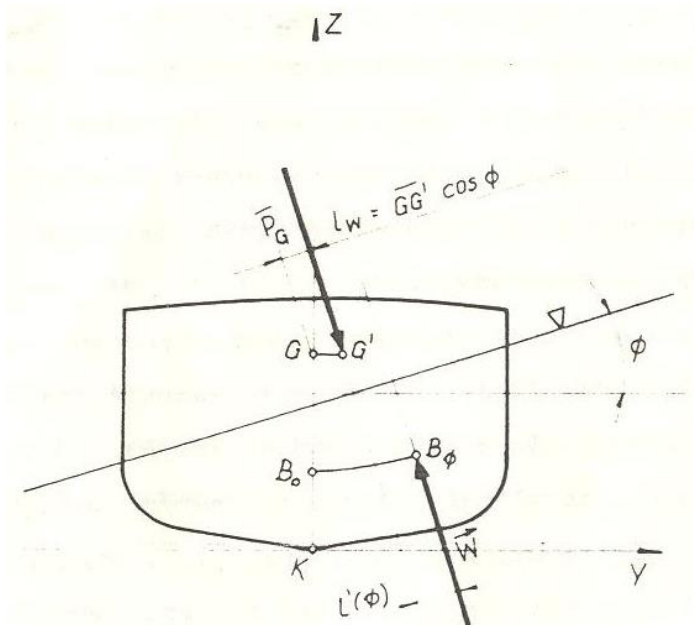
Krzywą ramion prostujących wyznacza się dla każdego okrętu na drodze obliczeniowej. Może być ona również określona metodą doświadczalną o ile dysponuje się odpowiednim modelem okrętu.

Doświadczalne określanie krzywej ramion prostujących polega na wykorzystaniu warunku równowagi statycznej okrętu przechylonego, który zachodzi wówczas, gdy działający na okręt w sposób statyczny moment przechylający równy jest momentowi prostującemu. Znając wielkość momentu nachylającego można łatwo obliczyć ramię prostujące.

W tym celu wykonuje się geometrycznie podobny model okrętu o konstrukcji umożliwiającej przemieszczanie środka masy modelu oraz uzyskiwanie dużych kątów przechyłu. W czasie doświadczenia model nachyla się kolejnymi znanymi momentami przechylającymi i mierzy uzyskane kąty przechyłu. Względnie odwrotnie, przechyla się model o pewien kąt i mierzy odpowiadający moment nachylający.



Rys.3. Początkowa wysokość metacentryczna poprzeczna.



Rys.4. Interpretacja geometryczna wewnętrznego momentu przechylającego.

3.1. Zastosowanie wewnętrznego momentu nachylającego.

Najprostszy sposób doświadczalnego wyznaczania krzywej ramion prostujących polega na przechylaniu modelu tzw. wewnętrznym momentem przechylającym M_W , wywołanym przemieszczeniem środka masy okrętu poza płaszczyznę symetrii, z położenia o współrzędnych $(0, Z_G)$ - do położenia o współrzędnych (Y_G, Z_G) , zgodnie ze schematem przedstawionym na rys. 4. Postępując podobnie jak w punkcie 2.2 otrzymuje się następującą interpretację geometryczną ramienia prostującego okrętu niesymetrycznego załadowanego:

$$l(\phi) = Y_{B\phi} \cos \phi + Z_{B\phi} \sin \phi - (Y_G \cos \phi + Z_G \sin \phi)$$

Warunek równowagi okrętu przechylonego momentem wewnętrznym wystąpi dla kąta przechyłu, dla którego spełniona zostanie równość:

$$Y_{B\phi} \cos \phi + Z_{B\phi} \sin \phi - Z_G \sin \phi = Y_G \cos \phi$$

Łatwo zauważyć, że lewa strona powyższego równania przedstawia ramię prostujące w sytuacji jak gdyby środek masy okrętu znajdował się w płaszczyźnie symetrii, czyli jak w wypadku przedstawionym na rys. 1, natomiast prawa strona równania przedstawia tzw. ramię wewnętrznego momentu przechylającego $l_W(\phi)$.

Wykorzystując powyższą interpretację można łatwo określić na drodze doświadczalnej ramię prostujące modelu, jako równe wewnętrznemu ramieniu nachylającemu w położeniu równowagi:

$$l(\phi) = Y_G \cos \phi$$

Bardzo pomysłową koncepcję technicznej realizacji takiego doświadczenia podał w latach pięćdziesiątych prof. Di-Bella z Uniwersytetu w Genewie. Metoda Di Belli polega na zamocowaniu do modelu poprzecznej, wyskalowanej dźwigni (rys. 5), i umieszczeniu na jej końcu przesuwanego ciężarka o masie m . Zasada koncepcji wymaga, aby model był w taki sposób zabalastowany, aby w położeniu początkowym, to jest gdy ciężarek znajduje się na końcu dźwigni, model znajdował się w położeniu wyprostowanym, $\phi = 0$. Następnie ciężarek przesuwa się w kierunku modelu i po ustaleniu równowagi, mierzy kąt przechyłu. W niniejszym ćwiczeniu, dla uwidocznienia prostoty metody Di Belli zastosowano najprostszy sposób pomiaru kąta przechyłu za pomocą pionu i listwy z podziałką. Należy jedynie pamiętać aby w czasie pomiaru listwa była ustawiona równoległe do powierzchni wody, wówczas (rys. 5):

$$\sin \phi = \frac{w}{t}$$

Przesuwając ciężarek o odcinek e , powoduje się przemieszczenie środka masy modelu równoległe do kierunku przesunięcia o odcinek:

$$GG' = Y_G = e \frac{m}{M}$$

gdzie:

m – masa ciężarka,

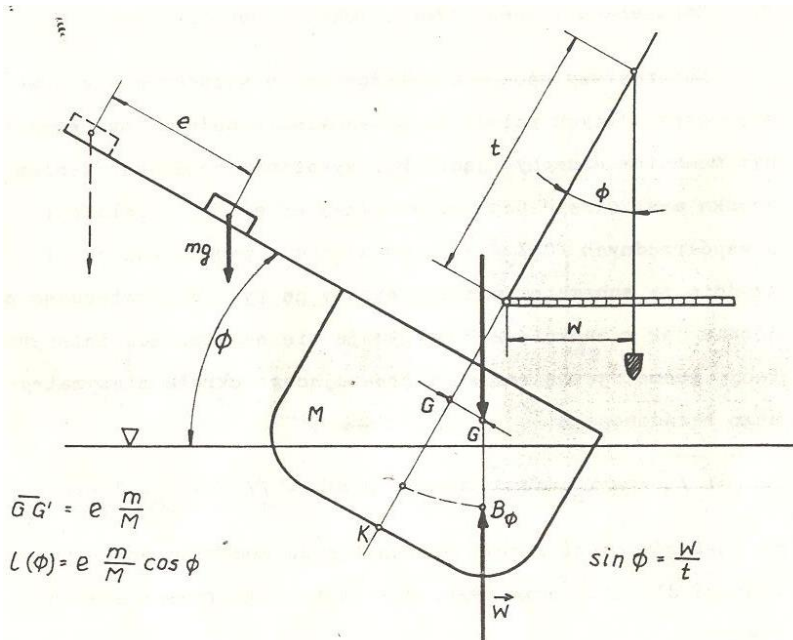
M – masa modelu wraz z ciężarkiem.

Szukane ramię prostujące będzie równe ramieniu nachylającemu:

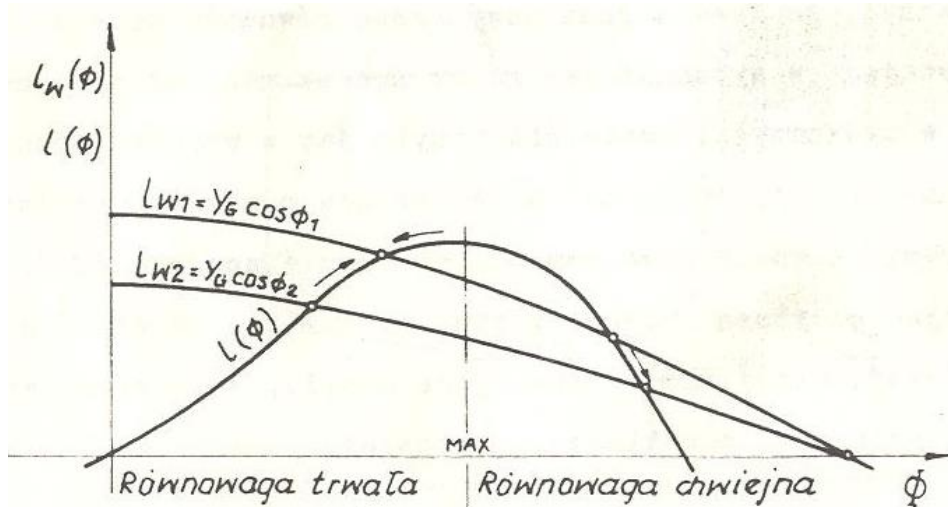
$$l(\phi) = l_w(\phi) = Y_G \cos \phi = e \frac{m}{M} \cos \phi$$

Gdyby w położeniu wyprostowanym ciężarek znajdował się w skrajnym położeniu przy burcie modelu, to eksperyment byłby niemożliwy, ponieważ w miarę przechylenia się modelu, dźwignia zanurzałaby się w wodzie.

Pomiar ramion prostujących metodą Di Belli możliwy jest praktycznie tylko dla rosnącego odcinka krzywej ramion gdzie występuje równowaga trwała. Po przekroczeniu kąta odpowiadającego maksimum krzywej ramion, równowaga staje się chwiejna i najmniejszy impuls wywołujący wzrost przechyłu spowoduje nieuchronne przewrócenie modelu, ponieważ moment prostujący maleje znacznie prędkiej od momentu przechylającego (rys. 6, punkty przecięć na opadającym odcinku krzywej ramion prostujących). Można jedynie określić położenie punktów równowagi w przybliżeniu, podtrzymując model ręką, co wymaga dużej wprawy.



Rys.5. Określenie krzywej ramion prostujących metodą Di Belli.



Rys.6. Położenie równowagi trwałej i chwiejnej modelu.

3.2. Zastosowanie zewnętrznego momentu przechylającego.

Doświadczalne określenie krzywej ramion prostujących przy zastosowaniu zewnętrznego momentu przechylającego wymaga dysponowania bardziej skomplikowanymi stanowiskami. Schemat stanowiska istniejącego w Laboratorium Hydromechaniki WOiO przedstawia rys. 7. Na zewnątrz modelu umieszczone jest koło nachylające. Odpowiedni układ linek i krążków pozwala nachylać model za pomocą wciągarki z przekładnią ślimakową. Urządzeniami pomiarowymi są: dynamometr do pomiaru siły nachylającej i przechyłomierz wskazówkowy.

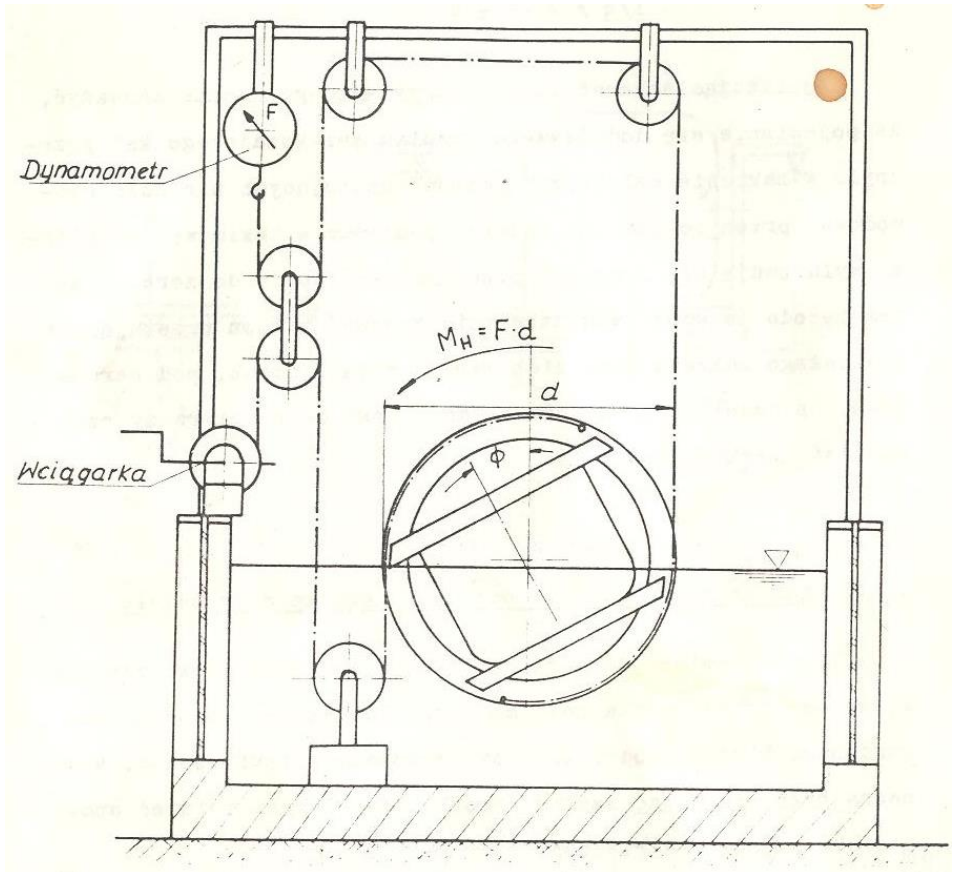
Pomiar polega na nachyleniu modelu do założonego kąta i odczytu odpowiadającego wskazaniu dynamometru. W warunkach równowagi statycznej obowiązuje równość momentu nachylającego i prostującego:

$$F \cdot d = W \cdot l(\phi)$$

gdzie:

F – wskazanie dynamometru,

d – średnica czynna koła z uwzględnieniem średnicy linki,
 $W = \nabla \cdot \rho \cdot g$ – wypór modelu.



Rys.7. Schemat stanowiska do określania krzywej ramion prostujących przy zastosowaniu zewnętrznego momentu przechylającego.

A zatem, szukane ramię prostujące:

$$l(\phi) = \frac{F}{\nabla \cdot \rho \cdot g} d$$

Analizując schemat układu nachylającego, można zauważyć, że pojawienie się dodatkowego impulsu zwiększającego kąt przechyłu w zakresie malejących ramion prostujących nie może spowodować przewrócenia się modelu, ponieważ w takim wypadku linki luzują się i moment przechylający spada do zera. A zatem metoda ta umożliwia uzyskanie krzywej ramion prostujących dla całego zakresu dodatnich ramion prostujących, pod warunkiem, że model nie zostanie zalany. Jest to na pierwszy rzut oka dość zaskakujące.

4. Doświadczalne określenie położenia środka masy modelu.

Krzywa ramion prostujących jest miarodajna tylko dla takiego położenia środka masy modelu, dla którego została sporządzona. Dlatego model musi być wykonany w taki sposób, aby można było regulować rzędną środka masy i musi istnieć sposób określenia tej rzędnej.

Istnieje kilka sposobów doświadczalnego określania rzędnej środka masy modelu.

Najdokładniejszy polega na wyważeniu modelu na specjalnej ramie opartej na pryzmatach, zgodnie ze schematem rys. 8.

W pierwszym etapie wyważa się samą ramę (schemat rys. 8a). Dla ramy o masie M_R obowiązuje równość momentów:

$$g \cdot M_1 \cdot l = g \cdot M_R \cdot b$$

gdzie:

M_1 – odczyt wskazania wagi.

i dla ramy z modelem o masie M_m (schemat rys. 8b):

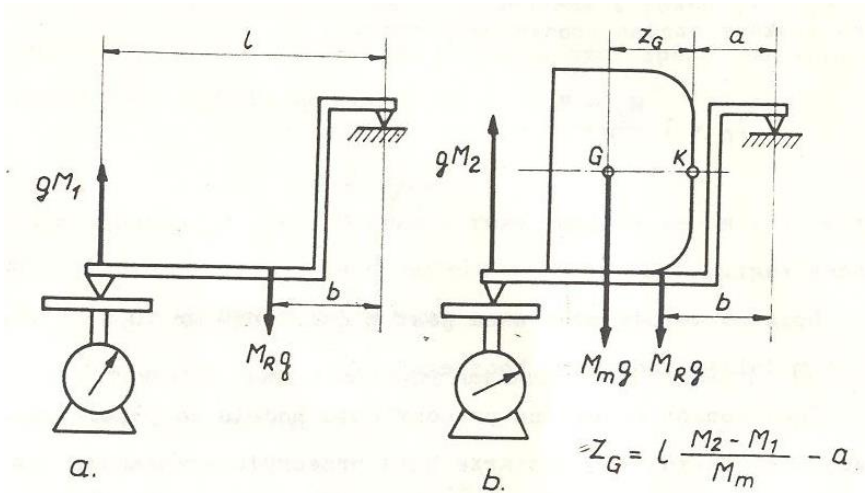
$$g \cdot M_2 \cdot l = g \cdot M_m \cdot (Z_G + a) + g \cdot M_1 \cdot l$$

Stąd szukana rzędna środka masy modelu:

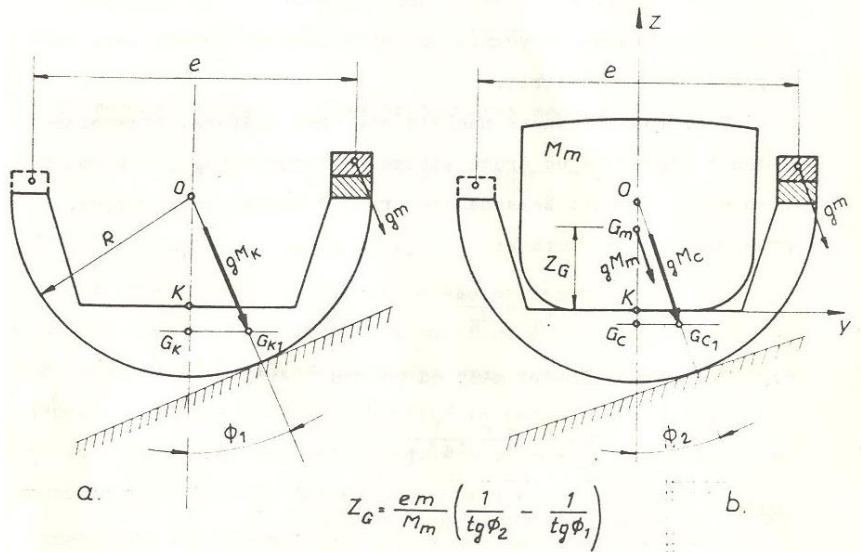
$$Z_G = l \frac{M_2 - M_1}{M_m} - a$$

gdzie:

l i a są stałymi ramy a masy M_1 , M_2 i M_m określa się za pomocą wagi.



Rys.8. Określanie rzędnej środka masy modelu za pomocą wyważania.



Rys.9. Określanie rzędnej środka masy modelu za pomocą kątoski.

Inny sposób polega na przechylaniu modelu na płycie, na specjalnej kołysce, i pomiarze kąta przechyłu wywołanego znanym momentem. Schemat postępowania wyjaśnia rys. 9. Płozy kołyski stanowią łuk koła o środku w punkcie 0. Kołyska wyposażona jest w przechyłomierz i dwa ciężarki przechylające o jednostkowej masie. W położeniu początkowym ($\phi = 0$) ciężarki umieszczone są symetrycznie po obu stronach, środek masy leży w płaszczyźnie symetrii.

W pierwszym etapie nachyla się samą kołyskę, przenosząc jeden z ciężarków na drugą stronę i mierzy kąt ϕ_1 , w położeniu równowagi. Zgodnie ze schematem rys. 9 środek masy kołyski przesunie się o odcinek:

$$\overline{G_K G_{K_1}} = \frac{e \cdot m}{M_K}$$

czyli odległość środka masy od punktu 0 wyniesie:

$$\overline{0G_K} = \frac{e \cdot m}{M_K} \frac{1}{\tan \phi_1}$$

gdzie:

- m – masa pojedynczego ciężarka,
- M_K – masa ramy wraz z ciężarkiem,
- e – przemieszczenie ciężarka.

Następnie umieszcza się model na kołysce i powtarza operację (schemat rys. 9b), uzyskując w analogiczny sposób odległość środka masy układu od punktu 0:

$$\overline{0G_C} = \frac{e \cdot m}{M_C} \frac{1}{\tan \phi_2}$$

gdzie:

- $M_C = M_K + M_m$ – masa modelu wraz z kołyską,
- G_C – środek masy układu.

Z równania momentów względem dowolnego bieguna, np. 0, można znaleźć odcinek $\overline{0G_m}$:

$$\overline{OG_m} = \frac{\overline{OG_C}M_C - \overline{OG_K}M_K}{M_m}$$

a po podstawieniu:

$$\overline{OG_m} = \frac{e \cdot m}{M_m} \left(\frac{1}{\tan \phi_2} - \frac{1}{\tan \phi_1} \right)$$

Ostatecznie, szukana rzędna środka masy modelu:

$$Z_G = \overline{OK} - \overline{OG_m} = \overline{OK} - \frac{e \cdot m}{M_m} \left(\frac{1}{\tan \phi_2} - \frac{1}{\tan \phi_1} \right)$$

gdzie:

OK , e , m – dane kołyski.

W wypadku gdy nie dysponuje się opisanymi stanowiskami, lub gdy względy techniczne jak np. bardzo duży ciężar modelu uniemożliwiają zastosowanie powyższych metod, wówczas rzędna środka masy modelu należy określić za pomocą tzw. próby przechyłów. Metoda ta stosowana jest w praktyce do doświadczalnego określania położenia środka masy i wysokości metacentrycznej okrętu. Szczegóły można znaleźć w instrukcji do ćwiczenia nr 2 pt. "Doświadczalne określanie położenia środka masy statku".

5. Wykonanie ćwiczenia.

Ćwiczenie przeprowadza się w Laboratorium Hydromechaniki Katedry Hydromechaniki i Hydroakustyki WOIO PG.

Określić w sposób doświadczalny krzywą ramion prostujących, nachylając model wewnętrznym momentem nachylającym metodą di Belli, zgodnie ze schematem rys. 5. Przed przystąpieniem do doświadczenia należy zanotować:

- masę modelu wraz z ciężarkiem i wyposażeniem,
- masę ciężarka nachylającego,

- rzędną środka objętości podwodzia Z_B i mały promień metacentryczny r_0 (z dokumentacji modelu),
- odległość od punktu zawieszenia pionu do punktu zamocowania skali t.

W czasie doświadczenia należy wykonać jak najwięcej odczytów, szczególnie w zakresie małych kątów przechyłu, oraz starać się osiągnąć położenie równowagi chwiejnej odpowiadającej maksymalnemu momentowi prostującemu. Sprawozdanie powinno zawierać:

- opis i szkic stanowiska badawczego,
- dane badanego modelu ($L, B, T, \nabla, Z_B, Z_G, h_0$),
- obliczenia,
- wyniki doświadczenia w postaci tabelarycznej,
- wykres krzywej ramion prostujących dla modelu i okrętu, przy założeniu, że współczynnik skali modelu $\lambda = 100$. Na wykresie nanieść początkową wysokość metacentryczną h_0 zgodnie z rysunkiem 2.

Wzór tabelki obliczeniowej

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|-----|------|------|----------------|-----------------|----------------|---------------|--------------------|
| Lp. | e | w | $\sin \varphi$ | φ | $\cos \varphi$ | $1/\varphi /$ | $1/\sin^3 \varphi$ |
| - | cm | cm | - | stopnie | - | cm | cm |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | - |
| 2 | 15,0 | 6,9 | 0,0978 | $5^{\circ}37'$ | 0,995 | 0,291 | 2,980 |
| ⋮ | | | | | | | |
| 9 | 84,5 | 28,3 | 0,4015 | $23^{\circ}40'$ | 0,916 | 1,516 | - |

$$M = 37,6 \text{ kg}$$

$$m = 0,735 \text{ kg}$$

$$t = 70,5 \text{ cm}$$

$$\sin \varphi = \frac{w}{t}$$

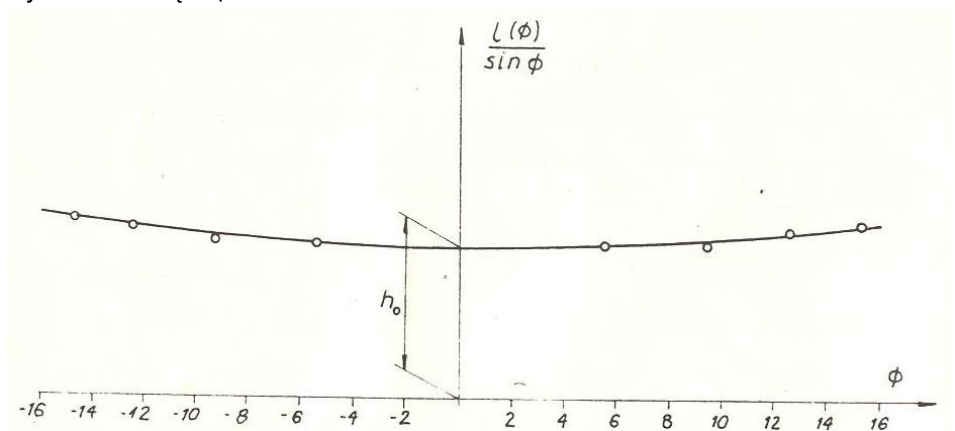
$$1/\varphi / = \frac{m}{M} e \cos \varphi$$

Sposób określenia wysokości metacentrycznej modelu: Zgodnie z definicją metacentrum początkowego, w miarę jak kąt przechyłu maleje do zera,

punkt metacentryczny M_ϕ (rys. 1) zbliża się do położenia metacentrum początkowego M_0 (rys. 3), czyli:

$$\lim_{\phi \rightarrow 0} \frac{l(\phi)}{\sin \phi} = h_0$$

A zatem, jeżeli sporządzić osobny wykres tej funkcji, symetrycznie dla kątów dodatnich i ujemnych (rys. 10), to można względnie dokładnie uzyskać wysokość metacentryczną h_0 drogą interpolacji, dokonując odczytu rzędnej wykresu dla kąta $\phi = 0$.



Rys.10. Wyznaczenie początkowej wysokości metacentrycznej h_0 .

6. Pytania sprawdzające.

- Co to jest moment prostujący ?
- Co to jest ramię prostujące ?
- Naszkicować typową krzywą ramion prostujących i podać jaki jest jej związek z początkową wysokością metacentryczną.
- Jakie są metody doświadczalnego określania krzywej ramion prostujących ?

-
- Naszkicować schemat odpowiednich stanowisk badawczych.
 - Jakie są sposoby doświadczalnego określenia rzędnej środka masy modelu ?
 - Jeżeli współczynnik skali liniowej w jakiej jest wykonany model kadłuba wynosi $A = 100$, to jak obliczyć:
 - ramię prostujące dla okrętu,
 - rzędną środka masy okrętu,
 - objętość podwodzia,
 - masę okrętu,
 - moment prostujący okrętu,o ile znane są odpowiednie wielkości dla modelu ?

7. Literatura przedmiotu.

1. Dudziak J.: Teoria Okrętu, Wyd. Morskie, Gdańsk 1988.
2. Frąckowiak M.: Statyka okrętu. Skrypt PG, Gdańsk 1985.
3. Pawłowski M.: Doświadczalne określenie położenia środka ciężkości statku. Instrukcja do ćwiczeń laboratoryjnych. WOiO PG, Gdańsk 1979.