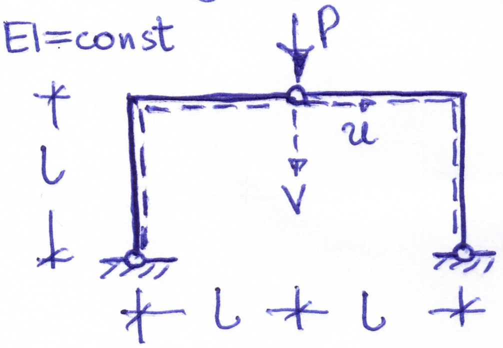
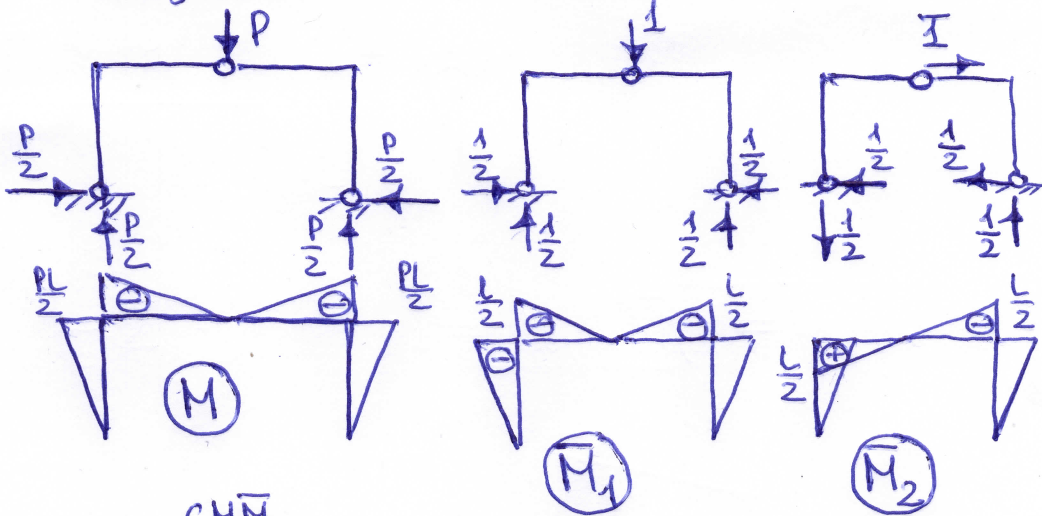
* Obliczyć przemieszczenia u i V w węźle przegubowym ramy trójprzegubowej

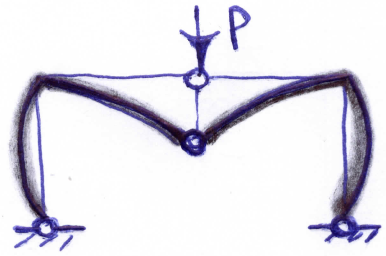


obciążenie zewnętrzne

jednostkowe obc. wirtualne odpowiadające V

jednostkowe obc. wirtualne odpowiadające u





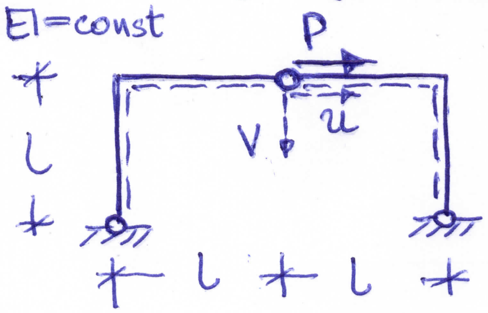
układ symetryczny
pod symetrycznym obciążeniem
→ stan przemieszczeń symetryczny

$$u = \int_L \frac{M\bar{M}_2}{EI}\,ds = 0$$

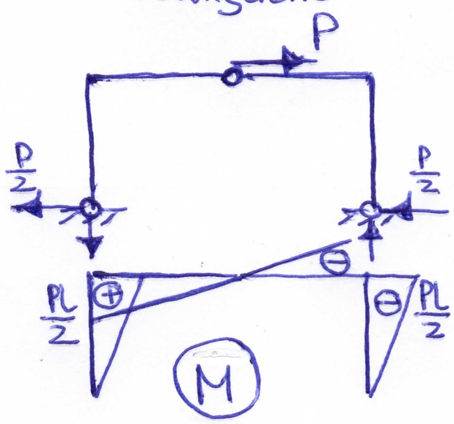
$$V = \int_L \frac{M\bar{M}_1}{EI}\,ds = 4 \cdot \frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{3} \cdot L \cdot \frac{PL}{2} \cdot \frac{L}{2} = \frac{PL^3}{3EI}$$

---

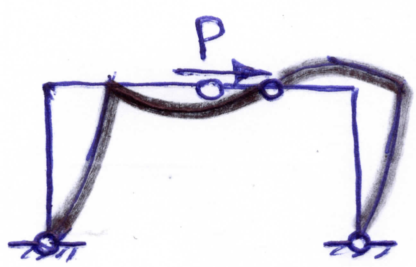
* Obliczyć przemieszczenia u i V w węźle przegubowym ramy trójprzegubowej



obciążenie zewnętrzne



wykresy $\bar{M}_1$ i $\bar{M}_2$ odpowiadające jednostkowym obciążeniom wirtualnym odpowiednio V i u z poprzedniego zadania

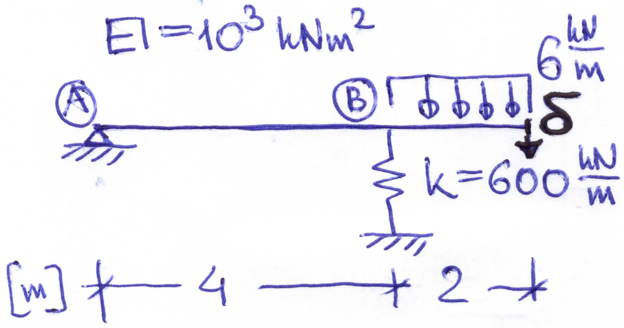


układ symetryczny
pod antysymetrycznym obciążeniem
→ stan przemieszczeń antysymetryczny

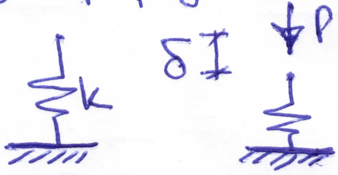
$$u = \int_L \frac{M\bar{M}_2}{EI}\,ds = 4 \cdot \frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{3} L \cdot \frac{PL}{2} \cdot \frac{L}{2} = \frac{PL^3}{EI}$$

$$V = \int_L \frac{M\bar{M}_1}{EI}\,ds = 0$$

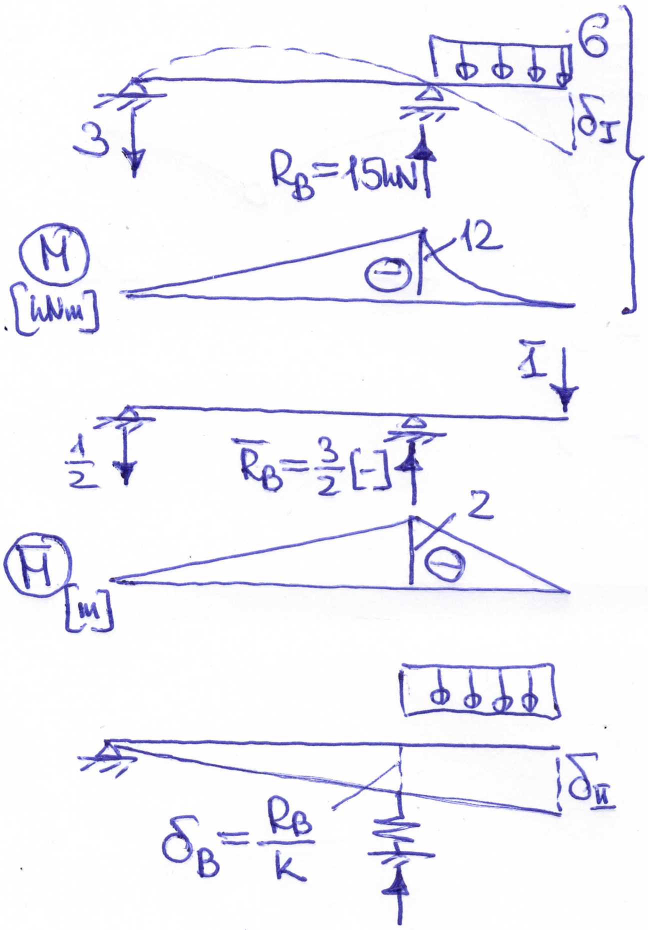
* Obliczyć ugięcie δ belki z podporą sprężystą



podpora sprężysta – jej zmiana długości (wydłużenie / skrócenie) jest proporcjonalna do siły w sprężynie



$$P = k\delta \Rightarrow \delta = \frac{P}{k}$$

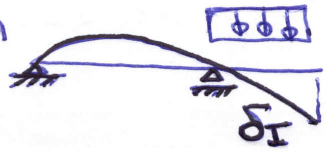


$$\delta_B = \frac{R_B}{k}$$

Ugięcie belki δ jest sumą dwóch składników: $\delta = \delta_I + \delta_{II}$

δ_I – ugięcie belki o nieskończenie sztywnej podporze (B) → stałej ($k \to \infty$)

$$\delta_I = \int_L \frac{M\bar{M}}{EI}\,ds = \frac{1}{10^3}\left(\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 12\cdot\frac{2}{3}\cdot 2 + \frac{1}{3}\cdot 2\cdot 12\cdot\frac{3}{4}\cdot 2\right)$$
$$= 0{,}044\,m$$

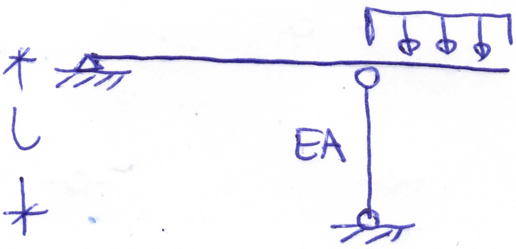


δ_{II} – wychylenie nieskończenie sztywnej belki z podporą sprężystą ($EI \to \infty$)

$$\delta_{II} = \bar{R}_B\cdot\delta_B = \frac{1}{k}\cdot R_B\cdot\bar{R}_B = \frac{1}{600}\cdot 15\cdot 1{,}5 =$$
$$= 0{,}0375\,m$$

zatem $\delta = 0{,}044 + 0{,}0375 = 0{,}0815\,m =$
$= 8{,}15\,cm$

inne interpretacje: belka z prętem kratowym (układ ramowo-kratowy)



$$\delta_{II} = \frac{S\cdot\bar{S}}{EA}\cdot l \to \frac{S\bar{S}}{k}$$

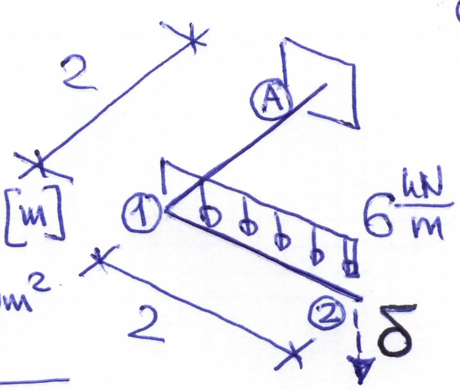
$$k \to \frac{EA}{l}$$

zmiana długości pręta kratowego $\delta = \frac{P\cdot l}{EA} \Rightarrow P = \frac{EA}{l}\delta$

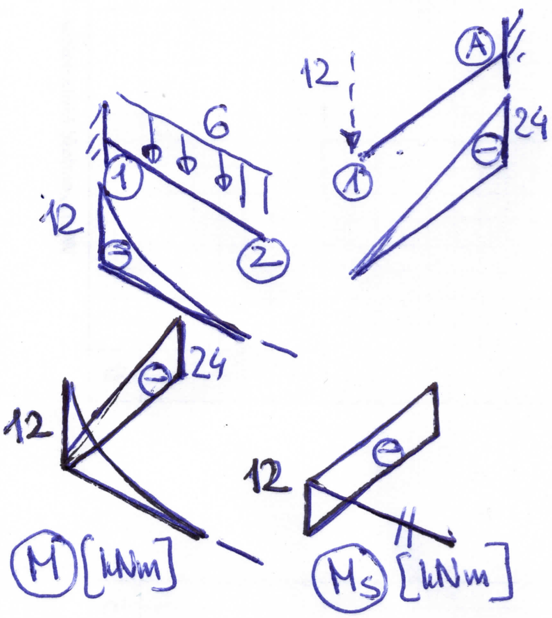
odpowiednik $P = k\delta$ dot. sprężyny

* Obliczyć przemieszczenie δ w podanym dźwigarze załamanym w planie, uwzględniając wpływ zginania i skręcania

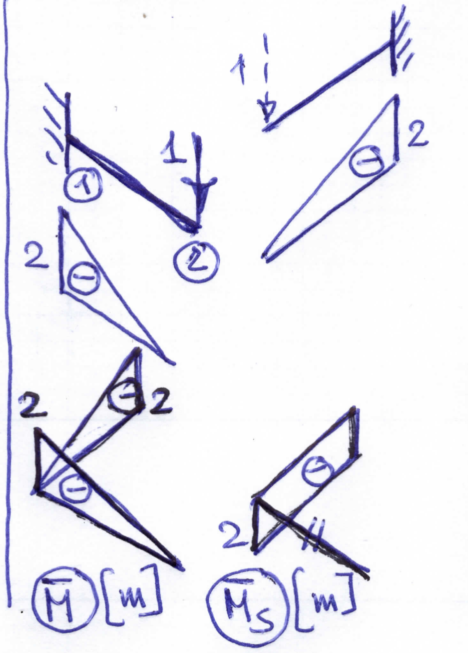
Dane: $EI = 2000\,kNm^2$, $GI_0 = 4000\,kNm^2$



1) obciążenie zewnętrzne → wykresy M i M_s



2) obciążenie wirtualne → $\overline{M}$, $\overline{M}_s$



3) przemieszczenie

$$\delta = \delta_M + \delta_s$$

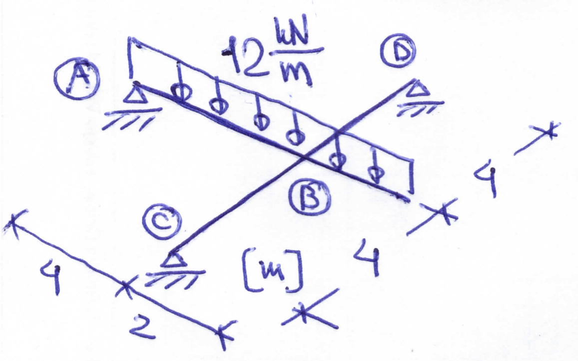
$$\delta_M = \int_L \frac{M\overline{M}}{EI}ds = \frac{1}{2000}\left(\frac{1}{3}\cdot 2\cdot 12\cdot \frac{3}{4}\cdot 2 + \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 24\cdot \frac{2}{3}\cdot 2\right) = 0{,}022\,m$$

$$\delta_s = \int_L \frac{M_s\overline{M}_s}{GI_0}ds = \frac{1}{4000}\cdot 2\cdot 12\cdot 2 = 0{,}012\,m$$

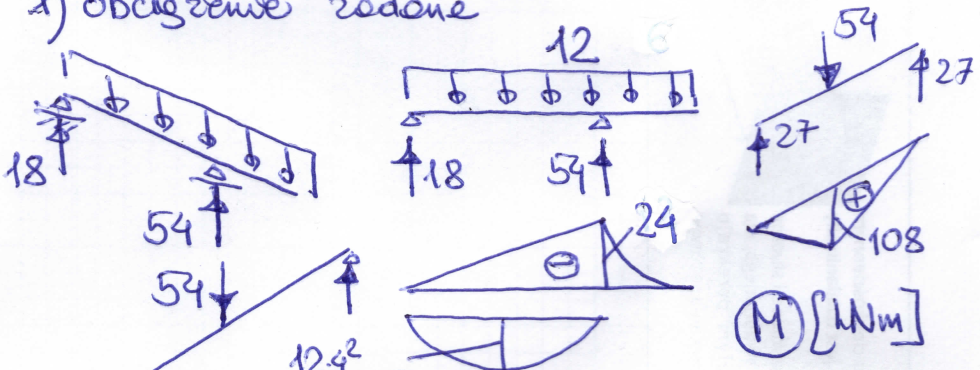
$$\delta = 0{,}034\,m = 3{,}4\,cm$$

---

* Obliczyć ugięcie δ podanego rusztu belkowego. $EI = 10^4\,kNm^2 = const$

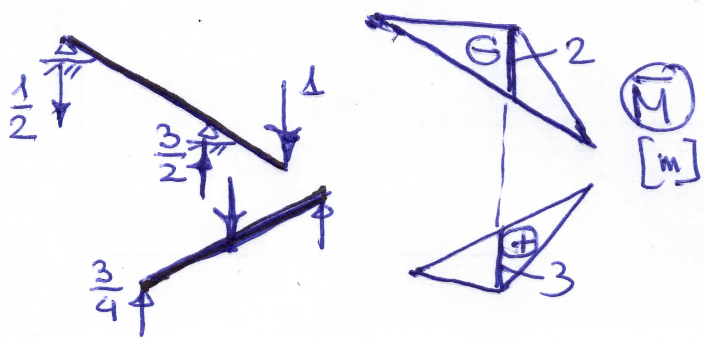


1) obciążenie zadane



$$\frac{12\cdot 4^2}{8} = 24$$

2) obciążenie wirtualne

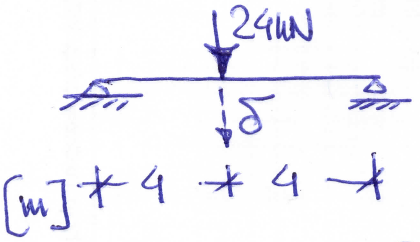


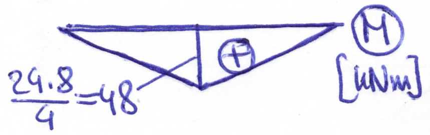
3) $$\delta = \int_L \frac{M\overline{M}}{EI}ds =$$

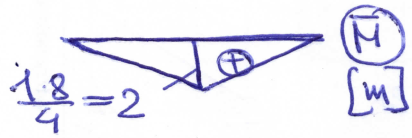
$$= \frac{1}{10^4}\left(\frac{1}{3}\cdot 2\cdot 24\cdot \frac{3}{4}\cdot 2 + \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 24\cdot \frac{2}{3}\cdot 2 + 2\cdot\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 108\cdot \frac{2}{3}\cdot 3\right) = 0{,}088\,m = 8{,}8\,cm$$

* obliczyć ugięcie w środku rozpiętości belki swobodnie podpartej a następnie w środku rozpiętości układu ramowo-kratowego. Dane: $EI = 10^4\,kNm^2$ (belka), $EA = 10^5\,kN$ (pręty)

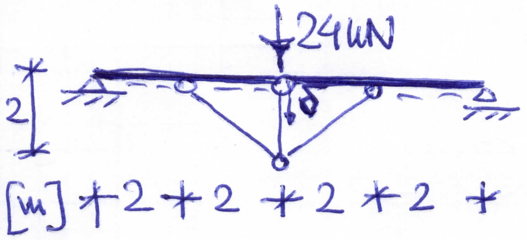
porównać wyniki przyjmując $EA \to \infty$



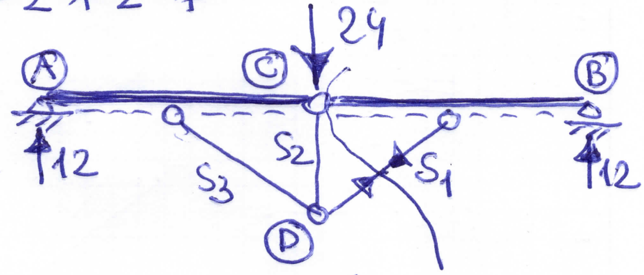




$$\delta = \frac{1}{10^4}\cdot 2\cdot\frac{1}{3}\cdot 4\cdot 48\cdot 2 = $$
$$= 0{,}0256\,m = 2{,}56\,cm$$



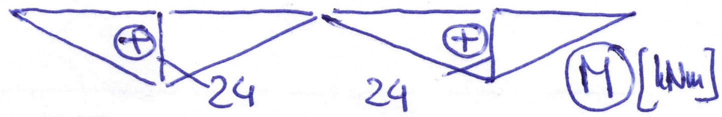
1) obc. zadane

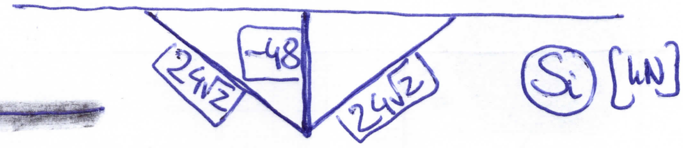


$$\Sigma M_C^P = 0 \Rightarrow S_1 = 24\sqrt{2}\ [kN]$$

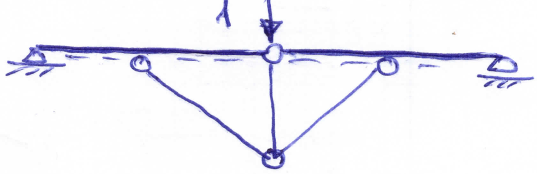
węzeł D $\quad \Sigma P_x = 0 \Rightarrow S_3 = S_1 = 24\sqrt{2}\ [kN]$

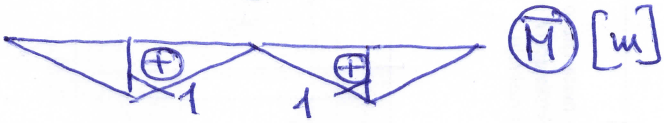
$$\Sigma P_y = 0 \Rightarrow S_2 = -48\,kN$$

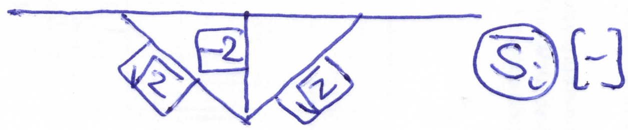




2) obciążenie wirtualne – wykorzystanie podobieństwa







3) przemieszczenie:

$$\delta = \delta_M + \delta_N$$

$$\delta_M = \int_L \frac{M\bar{M}}{EI}\,ds = \frac{1}{10^4}\cdot 4\cdot\frac{1}{3}\cdot 2\cdot 24\cdot 1 =$$
$$= 0{,}0064\,m$$

$$\delta_N = \sum \frac{S_i \bar{S}_i}{EA_i} l_i =$$
$$= \frac{1}{10^5}\left(2\cdot 24\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot 2\sqrt{2} + 2\cdot 48\cdot 2\right) =$$
$$= 0{,}00464\,m$$

gdy $EA \to \infty \quad \delta_N = 0$

więc $\delta = 0{,}0064\,m =$

$= 0{,}64\,cm$

→ 4 razy mniej, niż w przypadku belki swobodnie podpartej