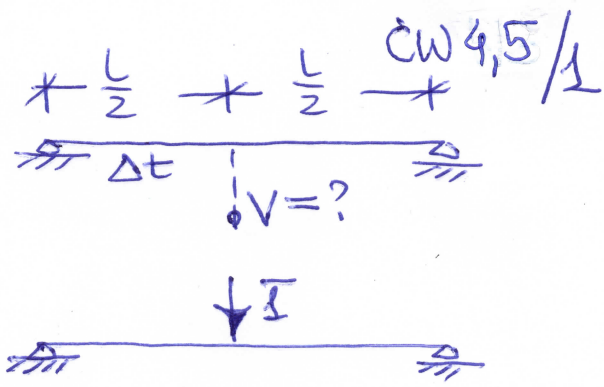
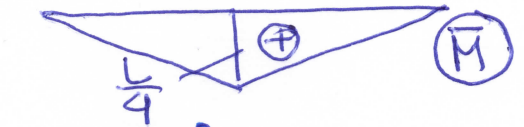


\* Obliczyć ugięcie belki swobodnie podpartej pod działaniem nierównomiernego ogrzania  $\Delta t = t_d - t_g$   
dane:  $\alpha_t$ ,  $\Delta t$ ,  $h$  (wysokość przekroju),  $L$



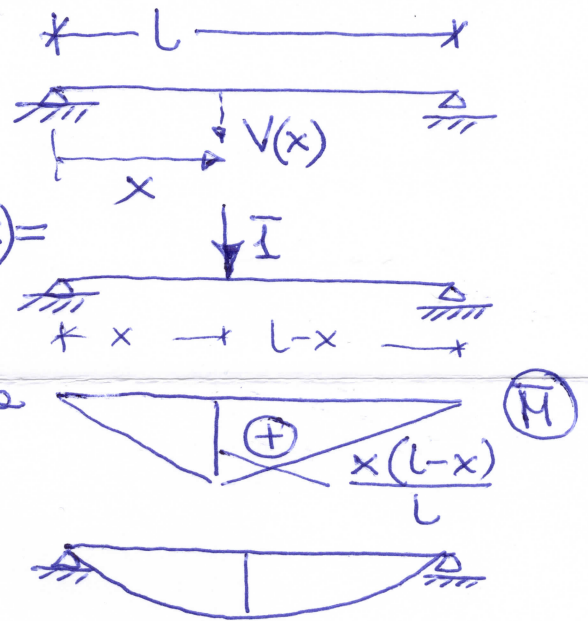
Jednostkowe obciążenie wirtualne, rozciągające - wykres (M)

$$V = \int_L \bar{M} \frac{\alpha_t \Delta t}{h} ds = \frac{\alpha_t \Delta t}{h} \cdot \frac{1}{2} L \cdot \frac{L}{4} = \frac{\alpha_t \Delta t L^2}{8h}$$



\* Napisać funkcję linii ugięcia belki w.w.

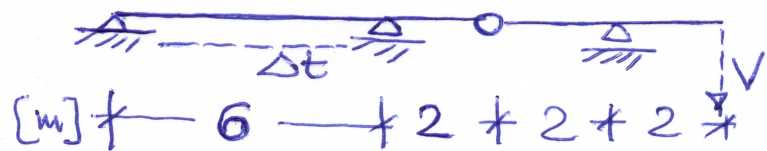
$$V(x) = \int_L \bar{M} \frac{\alpha_t \Delta t}{h} ds = \frac{\alpha_t \Delta t}{2} \cdot \frac{1}{2} L \cdot \frac{1}{L} x(L-x) = \frac{\alpha_t \Delta t}{2h} x(L-x) \rightarrow \text{parabola drugiego stopnia}$$



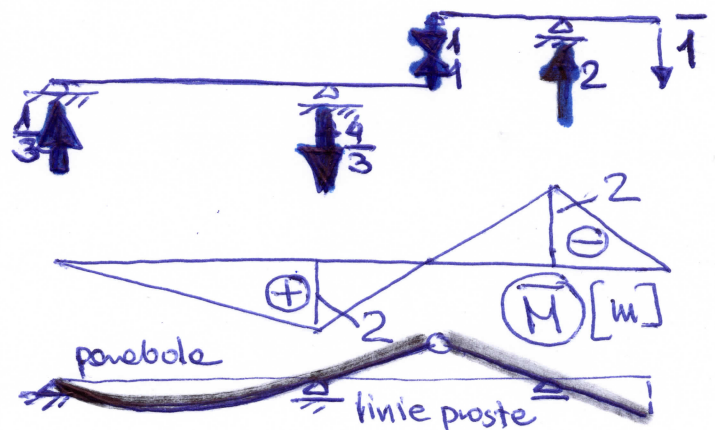
sprowadzenie:  $V(\frac{L}{2}) = \frac{\Delta t \cdot \alpha_t}{8h} L^2$

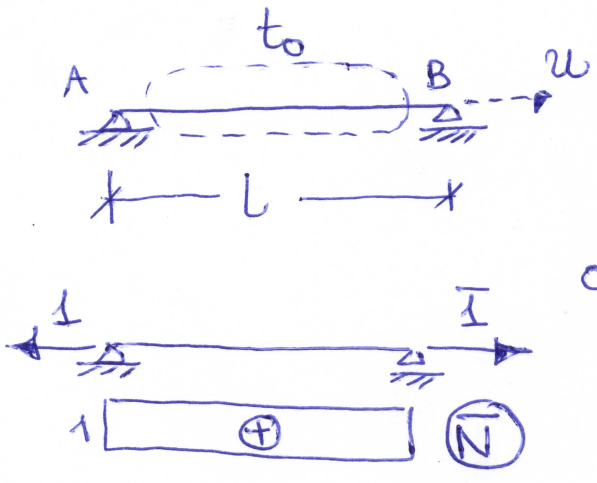
\* Obliczyć ugięcie (wychylenie pionowe) podane na rysunku, rozciągnąć linię ugięcia

$\Delta t = t_d - t_g = 30 \text{ K}$ ,  $\alpha_t = 10^{-5} \frac{1}{\text{K}}$   
 $h = 0,4 \text{ m}$



$$V = \int_L \bar{M} \frac{\alpha_t \Delta t}{h} ds = \frac{10^{-5} \cdot 30 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2}{0,4} =$$



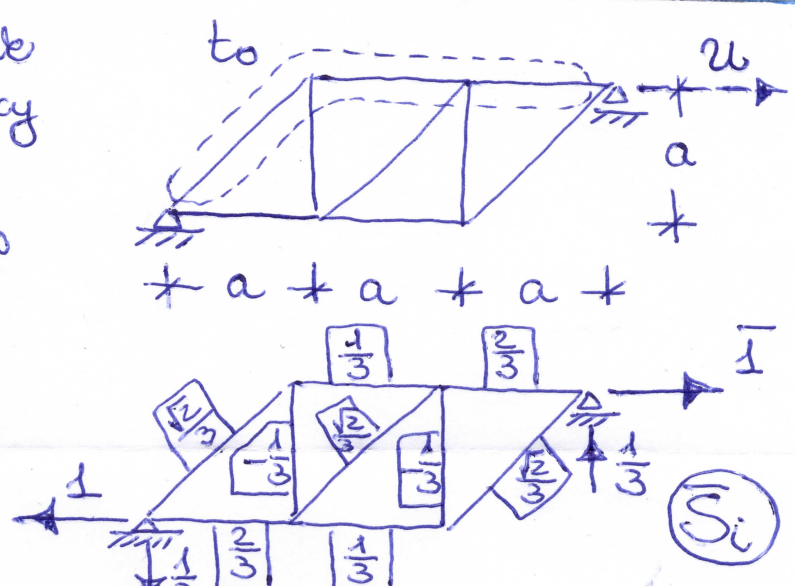


Obliczyć przemieszczenie poziome punktu B belki na skutek równomiernego ogrzania belki na całej jej długości o wielkość  $t_0$  względem temperatury montażu.  
 Dane:  $l, \alpha_t, t_0$

$$u = \int_L N \alpha_t t_0 ds = \alpha_t t_0 \times 1 \cdot l = \alpha_t t_0 l$$

SWOBODNE WYDŁUŻENIE TERMICZNE - PRZYPADEK Z KURSU WYTRZYMAŁOŚCI MATERIAŁÓW

\* Obliczyć przemieszczenie poziome  $u$  w kątownicy na skutek równomiernego ogrzania podanych prętów kątownicy (pes górny) o wielkość  $t_0$  względem temperatury montażu  
 Dane:  $\alpha_t, t_0, l$



$$u = \sum \bar{S}_i \alpha_t t_0 l_i = \alpha_t t_0 \left( \frac{1}{3} \cdot a + \frac{2}{3} a + \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot a\sqrt{2} \right) = \frac{5}{3} \alpha_t t_0 a$$

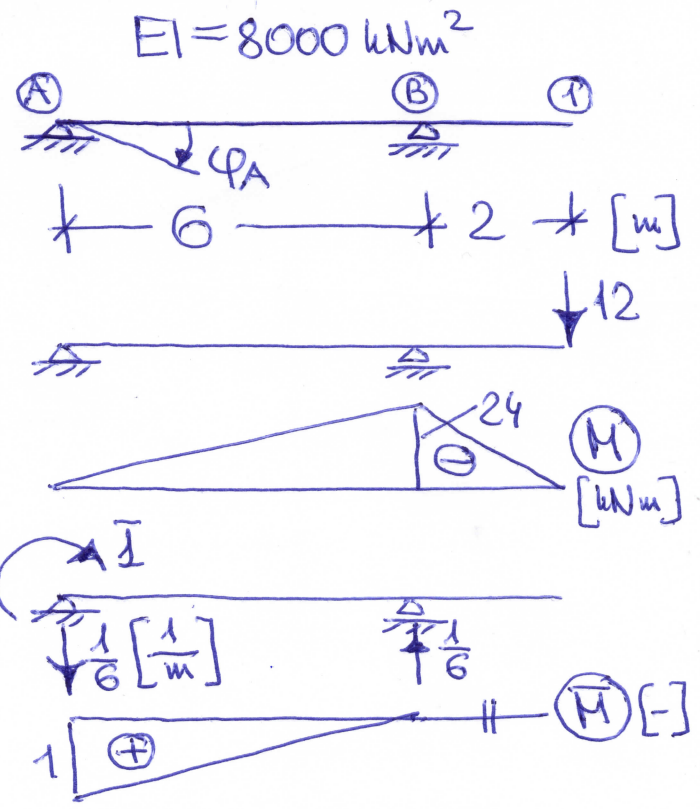
\* Obliczyć kąt obrotu  $\varphi_A$  w następujących wariantach działania zewnętrznego:

a) siła skupiona  $P=12 \text{ kN}$  w p. 1

$$\varphi_A = \int_L \frac{M \bar{M}}{EI} ds = -\frac{1}{8000} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 24 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 = -0,003 \text{ rad} = -10,31'$$

b) wymuszone przemieszczenie podpory A równe  $9 \text{ cm}$ , zwrócone w dół  
 $\Delta_A = -0,09 \text{ m}, \bar{R}_A = -\frac{1}{6} \left[ \frac{1}{\text{m}} \right]$

$$\varphi_A = -\bar{R}_A \cdot \Delta_A = -0,015 \text{ rad} = -51,6'$$



\* Obliczyć zmianę kąta obrotu  $\Delta\varphi$   
(w stosunku do pionotnego, równego  $180^\circ$ )

w przypadkach następujących oddziaływań:

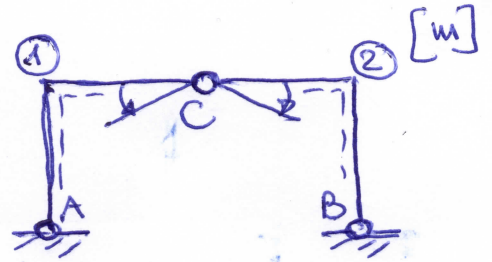
a. obciążenie pionową siłą  $P=24 \text{ kN}$  przyłożoną w punkcie C

b. równomierne ogrzewanie odcinka 1-2 o wielkość  $t_0 = 50^\circ\text{C}$  względem temperatury montażu.

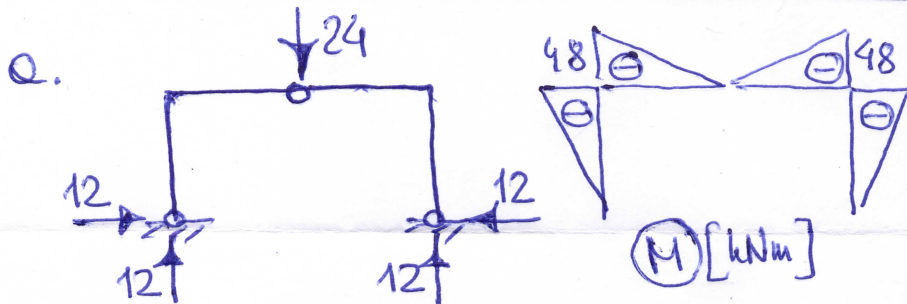
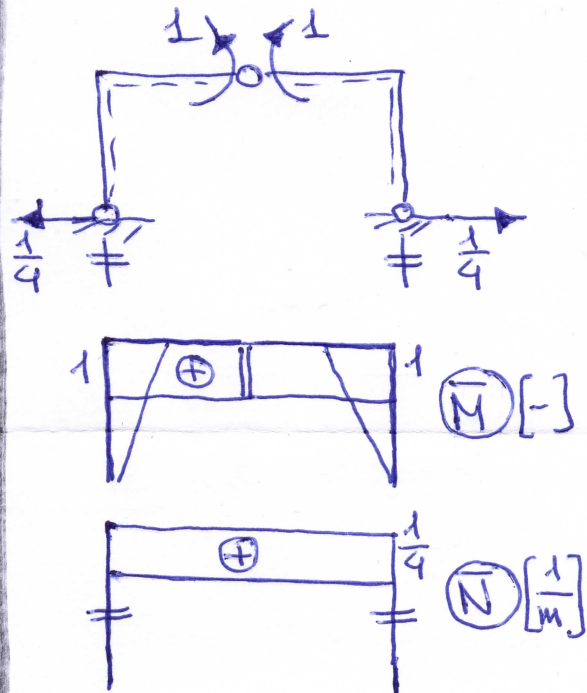
Dane:  $\alpha_t = 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ ,  $EI = 10^4 \text{ kNm}^2$

W obu przypadkach narysować stan prężenia układu

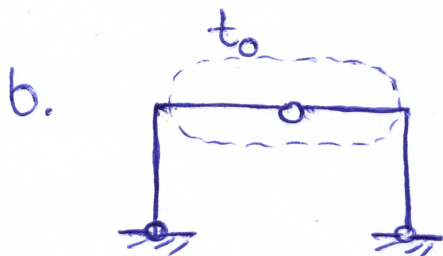
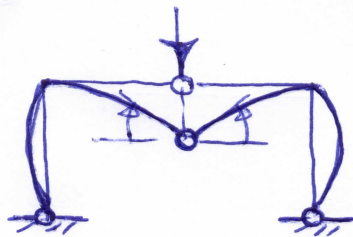
\* 4 \* 4 \* 4,5/3



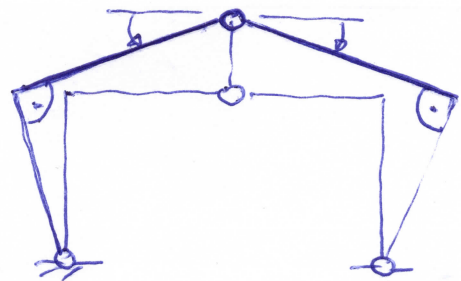
Jednostkowe obciążenie wirtualne, wykresy  $\bar{M}$  i  $\bar{N}$



$$\Delta\varphi = \int_L \frac{M\bar{M}}{EI} ds = -\frac{2}{10^4} \left[ \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 1 \cdot 48 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1 \cdot 48 \right] = -0,032 \text{ rad} = -1,83^\circ$$



$$\Delta\varphi = \int_L \bar{N} \alpha_t t_0 ds = 10^{-5} \cdot 50 \cdot \frac{1}{4} \cdot 8 = 10^{-3} [\text{rad}] = 3,43'$$

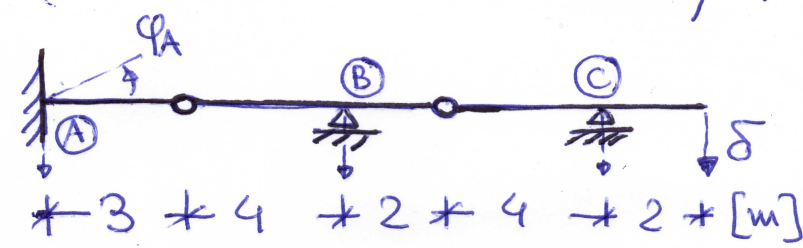


odcinki pionowe - obrócone o pionotnej długości,  
odcinki poziome - obrócone, wydłużone,  
oba kąty dodatnie

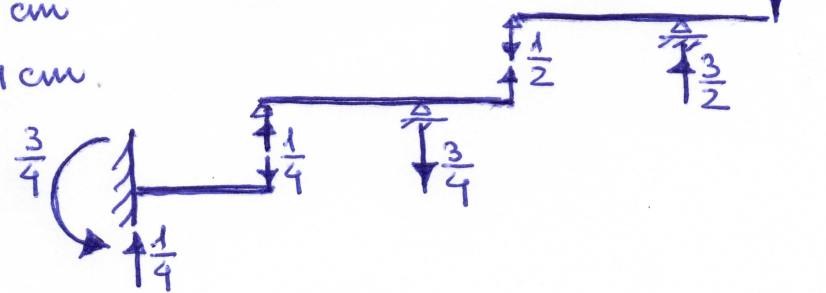
stan przestępczy - brak sił wewnętrznych  
brak ugięcia elementów

\* Obliczyć przemieszczenie pionowe  $\delta$  na skutek podanych, działających osobno przemieszczeń podpór:

- a. osiedlenie podp. A równego 4cm
- b. wymuszonego kąta obrotu p. A równego  $\varphi_A = 0,04$  rad, wg rys.
- c. osiedlenie podp. B równego 4cm
- d. osiedlenie podp. C równego 4cm



układ reakcji pod jednostkowym obciążeniem wirtualnym



umownie dodatnie przemieszczenie/sięta  
umownie dodatni kąt/moment

a.  $V_A = -4\text{cm}, \bar{R}_A = \frac{1}{4} [-]$

$\delta = -V_A \bar{R}_A = +1\text{cm}$

b.  $\varphi_A = 0,04 \text{ rad}, \bar{M}_A = \frac{3}{4} [m]$

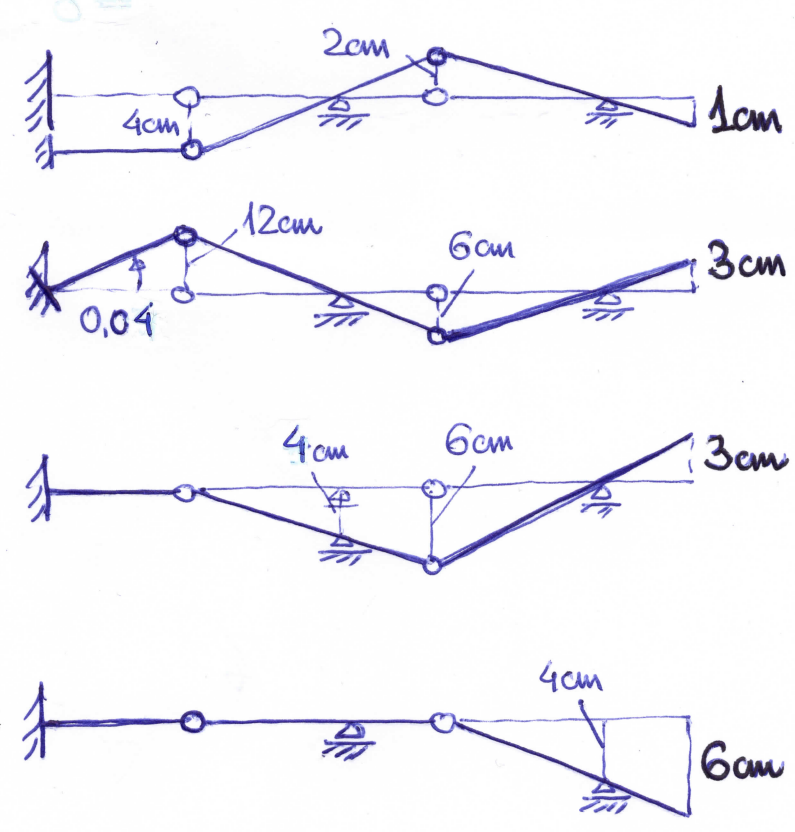
$\delta = -\varphi_A \bar{M}_A = -0,03\text{m} = -3\text{cm}$

c.  $V_B = -4\text{cm}, \bar{R}_B = -\frac{3}{4}$

$\delta = -V_B \bar{R}_B = -3\text{cm}$

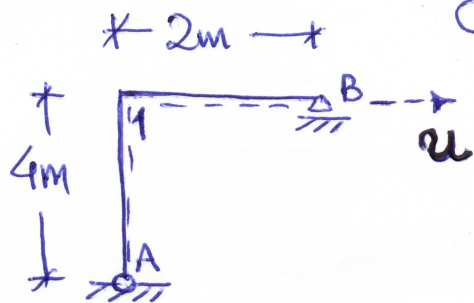
d.  $V_C = -4\text{cm}, \bar{R}_C = \frac{3}{2}$

$\delta = -V_C \bar{R}_C = 6\text{cm}$



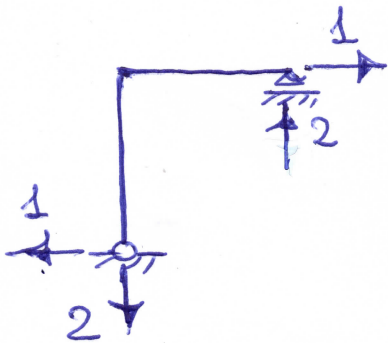
\* Obliczyć przeszerzenie poziome p.B układu ramowego na skutek wmontowania pręta A-1 dłuższego o  $\Delta l_{A-1} = 4\text{cm}$

Ćw. 4,5/5



Jednostkowy stan obciążenia wirtualnego - siła normalna w elemencie A-1

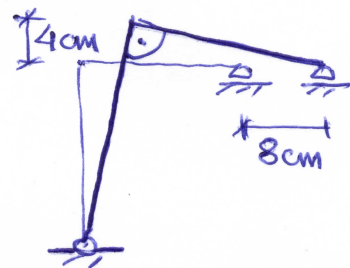
tzw. imperfekcja montażowa linowa (wymiar długości)



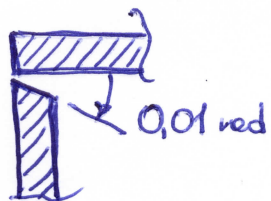
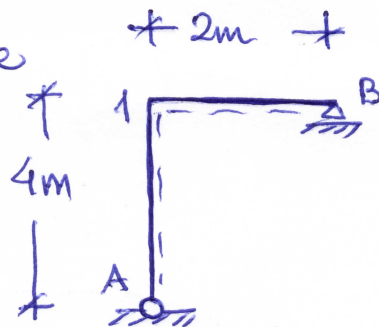
$$\bar{N}_{A-1} = 2 [-]$$

$$u = \Delta l_{A-1} \cdot \bar{N}_{A-1} = 8\text{cm}$$

stan przeszerzeń:

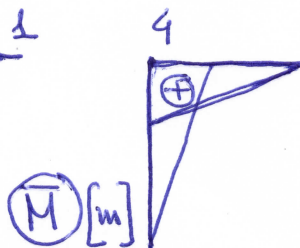
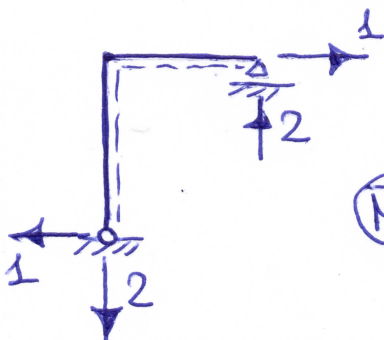


\* Obliczyć przeszerzenie poziome p.B układu ramowego na skutek zamontowania prętów A-1 i 1-B w węzle 1 z błędem montażowym (imperfekcja montażowa) wg rys.



Jednostkowy stan obciążenia wirtualnego - moment zginający w p. 1

$\Delta \varphi_1 = -0,01 \text{ rad}$   
zmniejszenie kąta prostego od strony spodu



$$\bar{M}_1 = 4 [m]$$

$$u = \Delta \varphi_1 \bar{M}_1 = -0,04\text{m} = -4\text{cm}$$

$$0,01 \cdot 4 = 0,04\text{m} = 4\text{cm}$$

stan przeszerzeń

