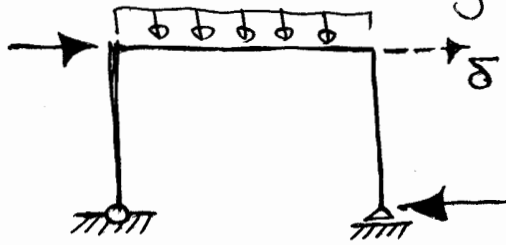


PRZEMIESZCZENIA W UKŁADACH STATYCZNIE WYZNACZALNYCH

MT II W23

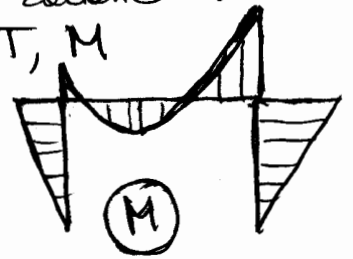
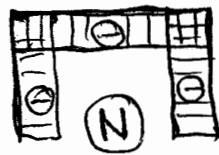
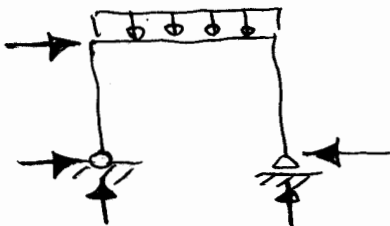
(zastosowanie zasady prac wirtualnych w układach odkształcalnych)

ZADANIE: obliczyć wskazane przemieszczenie δ

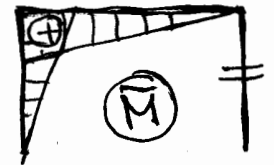
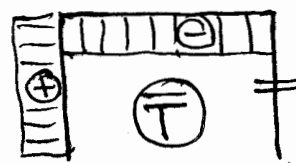
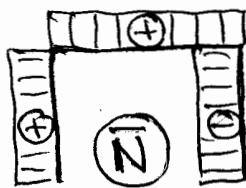
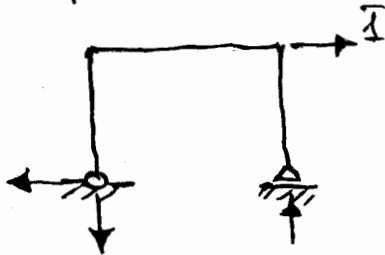


Rozważone są dwa stany obciążenia w zadonym układzie

1) rzeczywiste - obciążenie zadane \rightarrow funkcje (wykresy) N, T, M



2) jednostkowe obciążenie wirtualne związane (sprężone) z szukany przemieszczeniem: $\bar{P} \equiv \bar{1} \rightarrow$ funkcje (wykresy) $\bar{N}, \bar{T}, \bar{M}$



Ogólne wyrażenie - twierdzenie o pracy wirtualnej (układ odkształcalny)

$$1 \cdot \delta = \int_L \left(\frac{N\bar{N}}{EA} + k \frac{T\bar{T}}{GA} + \frac{M\bar{M}}{EI} \right) ds$$

s - zmienna obejmująca wszystkie elementy układu (łącznie długość L)

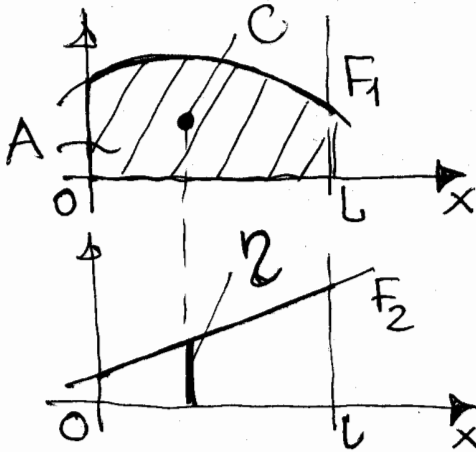
Układy belkowe, ramowe, łukowe - dominujący wpływ zginania $\delta \approx \int_L \frac{M\bar{M}}{EI} ds$

Kratownice - jedynie siły normalne, stałe w poszczególnych przętach, wzór całkowy - postać sumy $\delta = \sum_{i=1}^n \frac{S_i \bar{S}_i}{EA_i} l_i$
 (n przętów, w każdym z nich: długość l_i , przekrój A_i , siły wywołane dwoma stanami odpowiednio S_i i \bar{S}_i)

Dźwigany zatamane w planie - wpływ zginania i skręcenie $\delta = \int_L \left(\frac{M\bar{M}}{EI} + \frac{M_s \bar{M}_s}{GI_0} \right) ds$

Układy ramonokratawowe - wpływ zginania w części ramowej rozciąganie/skucie w przętach kratowych

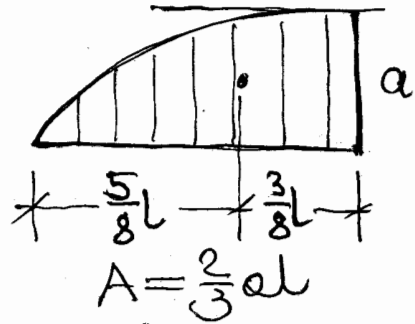
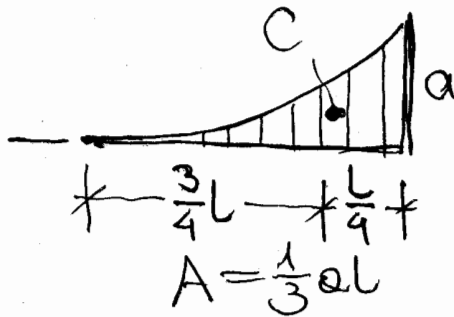
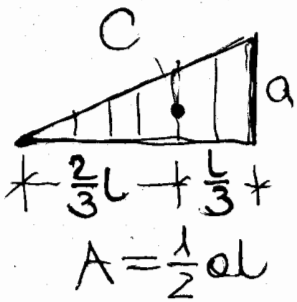
Twierdzenie o całkowaniu graficznym



Wykres o dowolnym kształcie,
znane pole A oraz położenie
środkowej ciężkości C

wykres liniowy w przedziale $x \in \langle 0, L \rangle$

Zachodzi $\int_0^L F_1 F_2 dx = A \eta$

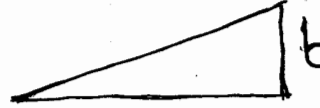
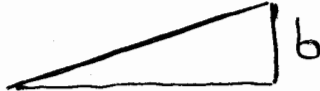
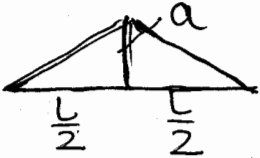
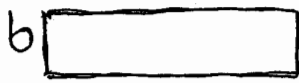
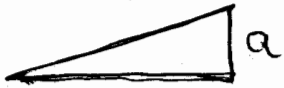


parabole
drugiego
stopnia

Przykłady (we wszystkich podstawy równe l)

F_1

F_2



$$\int_0^L F_1 F_2 dx$$

- $\frac{1}{3} a b l$
- $\frac{1}{6} a b l$
- $\frac{1}{2} a b l$
- $\frac{1}{4} a b l$
- $\frac{1}{3} a b l$
- $\frac{1}{4} a b l$
- $\frac{5}{12} a b l$

PRZEMIESZCZENIA W UKŁ. STAT. WYMIAR.

OBCIĄŻENIA STATYCZNE CZYNNE

wzór ogólny:
$$\delta = \int_L \frac{N\bar{N}}{EA} ds + \alpha \int_L \frac{T\bar{T}}{GA} ds + \int_L \frac{M\bar{M}}{EI} ds + \int_L \frac{M_s\bar{M}_s}{GI_s} ds$$

- belki ~~(N)~~, ~~(T)~~, (M) $\rightarrow \delta = \int_L \frac{M\bar{M}}{EI} ds$
- ramy ~~(N)~~, ~~(T)~~, (M) $\rightarrow \delta = \int_L \frac{M\bar{M}}{EI} ds$
- kratownice (N) $\rightarrow \delta = \sum_{i=1}^n \frac{N_i\bar{N}_i}{EA} \cdot l_i$ (modyfikacja ze względu na fakt, że (N)-ciężar na długości elementu)
- rama-kraty ~~(N)~~, ~~(T)~~, (M), (S) $\rightarrow \delta = \sum_{i=1}^n \frac{S_i\bar{S}_i}{EA} \cdot l_i + \int_L \frac{M\bar{M}}{EI} ds$
- dźwigar zatamany w płaszczyźnie ~~(T)~~, (M), (M_s) $\rightarrow \delta = \int_L \frac{M\bar{M}}{EI} ds + \int_L \frac{M_s\bar{M}_s}{GI_s} ds$
- ruszty ~~(T)~~, (M) $\rightarrow \delta = \int_L \frac{M\bar{M}}{EI} ds$

OBCIĄŻENIA BIERNE Z PODP. SPRĘŻYSTYCH

wzór ogólny:
$$\delta = \delta_{oc} + \sum_{i=1}^n (\delta_{B_i} \bar{R}_{B_i})$$

jeśli istnieje dodatkowe obc. czynne to δ_{oc} - jak z pkt. powyżej

δ_B - podatność podpory

$$\delta_{B_i} = \frac{1}{k_i} \cdot R_{B_i}$$

k_i - sztywność danej podpory sprężystej
 R_{B_i} - reakcja w danej podporze sprężystej od obc. rzecz (obl. przyjmując, iż podpora NIE JEST sprężysta)
 \bar{R}_{B_i} - reakcja w danej podporze sprężystej od obc. wirtualnego (obl. przyjmując, iż podpora NIE JEST sprężysta)

OBciążENIA POZASTATYCZNE

- wpływ ogrzania równomiernego (delty temperatury)
(związane ze zmianą długości elementu)

$$\delta = \int_L \bar{N} \alpha_t t_0 ds + \delta_{oc} - \text{jeśli istnieje}$$

t_0 - wartość równomiernego ogrzania
bierzemy tylko elementy obciążone termicznie!

- wpływ ogrzania nierównomiernego (gradientu temperatury)
(związane z wygięciem elementu)

$$\delta = \int_L \bar{M} \alpha_t \left(\frac{\Delta t}{h} \right) ds + \delta_{oc} - \text{jeśli istnieje}$$

h - wysokość elementu

Δt - wartość nierównomiernego ogrzania

bierzemy tylko elementy obciążone termicznie!

- wpływ przemieszczenia podpór
(tzw. wymuszenie kinematyczne)

$$\delta = - \sum_{i=1}^n \Delta_i \bar{R}_i + \delta_{oc} - \text{jeśli istnieje}$$

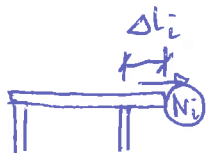
Δ_i - wymuszenie kinematyczne

\bar{R}_i - reakcje w kier. zadanych przemieszczeń podpór
wywołane obc. wirtualnym

- wpływ błędów montażowych

$$\delta = \sum_{i=1}^n \left[(\Delta l_i \bar{N}_i) + (\Delta h_i \bar{T}_i) + (\Delta \varphi_i \bar{M}_i) \right] + \delta_{oc} - \text{jeśli istnieje}$$

$\bar{N}_i, \bar{T}_i, \bar{M}_i$ - wart. sił wewnętrznych od obc. wirtualnego
w miejscach powstania bł. montażowych



$\Delta l_i, \Delta h_i, \Delta \varphi_i$ - błędy montażowe