

Ćwiczenie 1

Pomiar prędkości światła:
e-d eksperymenty myślowe Alberta Einsteina
5p.

- ✓ W panelu górnym e-doświadczenia wybierz ciekawostkę.
- ✓ Przed przystąpieniem do doświadczenia możesz obejrzyć stanowisko eksperymentu klikając na pierwszą ikonę w górnym pasku narzędziowym e-doświadczenia..
- ✓ W oryginalnym eksperymencie koło zębate miało 720 ząbków, a dystans jaki musiała pokonać wiązka światła do zwierciadła wynosił $l = 8633$ m w jedną stronę, czyli $2l = 17266$ m w obie. W e-doświadczenie odtworzone są dokładnie te same warunki.
- ✓ Wiazka światła wychodząc ze źródła przechodzi przez jedną ze szczelin w kole zębatym i pokonuje dystans l .
- ✓ Odbija się od zwierciadła i wracając ponownie pokonuje dystans l . Jeśli koło zębate nie było wprawione w ruch, ponownie przechodzi przez tą samą szczelinę, a powracające promienie można zaobserwować w postaci jasnego koła w układzie optycznym.
- ✓ Jeśli jednak wprawimy koło zębate w ruch, może się zdarzyć, że powracające promienie nie trafią na szczelinę tylko na ząbek koła. Wtedy właśnie zaobserwujemy wygaszenie światła w układzie optycznym.
- ✓ Przy zwiększaniu obrotów koła zębatego można ponownie zaobserwować jasne koło w układzie optycznym, np. w momencie gdy wiązka światła przejdzie przez kolejną szczelinę koła zębatego.
- ✓ Twoim zadaniem będzie znaleźć najmniejszą prędkość obrotową koła zębatego, przy którym można zaobserwować najjaśniejsze koło w układzie optycznym. Prędkość obrotową koła zębatego oznaczymy poprzez n .
- ✓ Aby to zrealizować, uruchom e-doświadczenie przyciskiem URUCHOM. Początkowo prędkość obrotowa koła zębatego jest równa $n = 0$. Zauważ, że w takiej sytuacji w układzie optycznym obserwujemy maksymalne natężenie światła.
- ✓ A teraz w panelu dolnym zwiększaj prędkość obrotową koła zębatego n do momentu, w którym powtórnie zaobserwujesz maksymalne natężenie światła. Zapisz otrzymaną przez siebie prędkość obrotową. Na jej podstawie wyznaczmy prędkość światła c . Przejdźmy zatem do wzorów.

**Prędkość światła
wyznaczona metodą koła
zębatego Fizeau**

Prędkość światła w tym eksperymencie została wyznaczona za pomocą dobrze znanego wzoru

$$c = \frac{2l}{t}, \quad (1)$$

gdzie $2l$ jest całkowitą drogą przebytą przez promień świetlny, natomiast t jest czasem obrotu koła o jeden ząbek. Aby obliczyć ten czas skorzystamy ze wzoru na prędkość kątową

$$\omega = \frac{\theta}{t}, \quad (2)$$

w którym prędkość kątową ω jest powiązana ze znaną prędkością obrotową n następującą zależnością

$$\omega = 2\pi \cdot n. \quad (3)$$

θ jest odległością kątową pomiędzy środkiem szczeliny, a środkiem zęba i jest równa długości całego okręgu mierzonego w radianach podzielonego na liczbę zębów w kole zębatym, czyli $\frac{2\pi}{720}$. Podstawiając dwa powyższe wzory do siebie możemy obliczyć czas obrotu koła o jeden ząbek

$$t = \frac{1}{720 \cdot n}. \quad (4)$$

Ostateczny wzór, za pomocą którego możemy wyznaczyć prędkość światła w eksperymencie z kołem zębatym Fizeau przyjmuje postać

$$c = 2l \cdot n \cdot 720, \quad (5)$$

a wartość prędkości światła wyznaczona tą metodą jest równa 313274304 m/s.

- ✓ W oryginalnym eksperymencie pierwsze minimum natężenia światła zaobserwowano dla prędkości $n = 12,6$ obrotów na sekundę. Wiązka trafia w ząbek i jest całkowicie wygaszana.
- ✓ Pierwsze maksimum natężenia światła pojawiało się przy prędkości $n = 25,2$ obrotów na sekundę. Wiązka przechodzi przez następną szczelinę koła zębatego i pojawia się jasne koło w układzie optycznym.

Już od czasów starożytnych uczeni podejmowali różne próby opisanie Wszechświata na podstawie długich obserwacji nocnego nieba. Do XVI wieku główną teorią była teoria geocentryczna, która została opisana już w IV wieku przed naszą erą przez greckich astronomów, matematyków i filozofów. Swoją oficjalną postać zawdzięcza jednak Ptolemeuszowi¹, który w II wieku opisał ją w swoim dziele „*Mathematike Syntaxis*” (znanym bardziej jako „*Almagest*”).

Teoria geocentryczna

Jedną z teorii opisujących budowę Wszechświata, zakładającą iż Ziemia (z łaciny *Geo* – *Ziemia*) jest nieruchoma i znajduje się w centrum Wszechświata, a dookoła niej krążą pozostałe ciała niebieskie, takie jak Słońce, Księżyc, planety i gwiazdy.

Sformułowanie przez Mikołaja Kopernika w XVI wieku, rewolucyjnej jak na tamte czasy teorii heliocentrycznej, spowodowało obalenie teorii geocentrycznej, a tym samym wywołało jedną z najważniejszych rewolucji w historii astronomii, nazywanej często „przewrotem kopernikańskim”.

Mikołaj Kopernik

Astronom urodzony w 1473 roku w Toruniu, zmarł w 1543 roku. Autor dzieła „*De revolutionibus orbium coelestium*” („*O obrotach sfer niebieskich*”), w którym szczegółowo przedstawił naukową teorię heliocentrycznej wizji Wszechświata. Kopernik był wybitnym naukowcem okresu renesansu, zajmował się między innymi astronomią, matematyką, prawem, ekonomią, strategią wojskową oraz astrologią. Był duchownym, lekarzem i tłumaczem.

„Przewrót kopernikański” sam w sobie nie był nowym odkryciem, jak się powszechnie uważa, a głównie nowym wyjaśnieniem i uzasadnieniem koncepcji znanych już w III wieku przed naszą erą. Wyczyn Mikołaja Kopernika polegał na odwadze myślenia i przeciwstawieniu się autorytetom i panującym fałszywym poglądom. Kopernik, tym wydarzeniem, w dużym stopniu zapoczątkował powstanie nowożytnej nauki.

Teoria heliocentryczna

Teoria budowy Układu Słonecznego obowiązująca współcześnie. Pierwotnie według tej teorii Słońce znajdowało się w centrum Wszechświata, współcześnie w centrum Układu Słonecznego jest Słońce, a wszystkie planety, łącznie z Ziemią, je obiegają. Dowody potwierdzające słuszność tej teorii zostały dostarczone m. in. przez Keplera, Galileusza i R. Hooke’a.

W e-doświadczeniu „Ruch ciał niebieskich” istnieje wyjątkowa możliwość obserwowania układów z punktu widzenia obserwatora związanego z dowolnym ciałem niebieskim. Zatem możesz zobaczyć jak wygląda ruch planet widziany z innych planet Układu Słonecznego. By tego dokonać musisz skorzystać z opcji „Wycentruj CN”, znajdującej się w każdej z zakładki w panelu dolnym. CN to skrótowe oznaczenie ciała niebieskiego.

¹Klaudiusz Ptolemeusz (100-168) – urodzony w Tebaidzie grecki uczonec; żył w Aleksandrii gdzie napisał wiele dzieł z dziedziny matematyki, geografii i astronomii; twórca modelu ciał niebieskich, jego poglądy na budowę Wszechświata ugruntowały teorię geocentryczną.

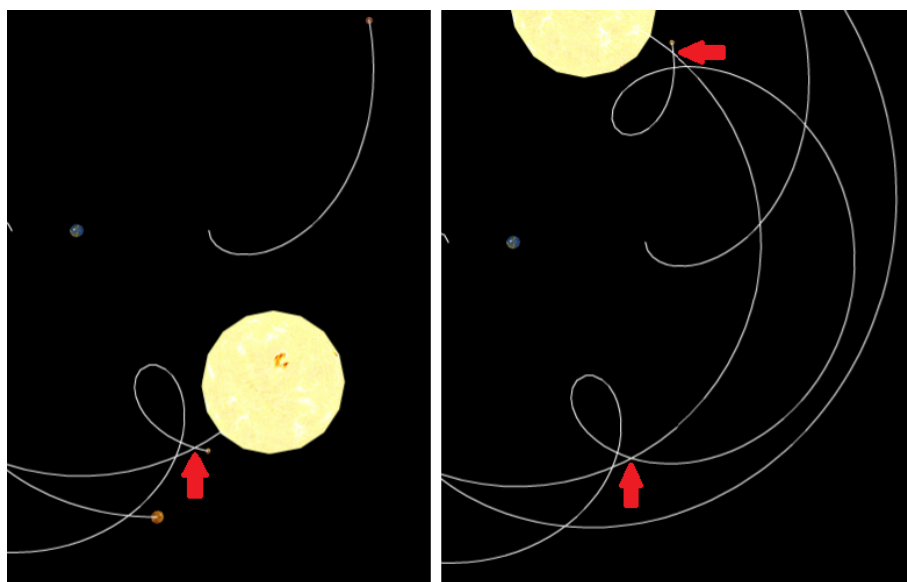
- ✓ Wybierz na pasku narzędzi „Układy ciał niebieskich”, a następnie wybierz UKŁAD SŁONECZNY.
- ✓ Z zakładki „Konfiguracja” wybierz opcję „Przywróć wszystkie ustawienia”, która spowoduje powrót układu do stanu wyjściowego.
- ✓ Wybierz również opcję „Przeskaluj Układ Słoneczny” oraz opcję „Pokaż trajektorie”.
- ✓ Korzystając z opcji „Wycentruj CN”, znajdującej się w każdej z zakładek w panelu dolnym opisujących planety, sprawdź, jak wygląda Układ Słoneczny obserwowany z Ziemi.
- ✓ Ustaw układ tak, by jak najwięcej ciał niebieskich było widocznych na ekranie.
- ✓ Uruchom doświadczenie.

Uwaga! W układach ciał niebieskich, domyślnie wszystkie wartości położenia i prędkości liczone są względem centrum układu. Dla układu UKŁAD SŁONECZNY domyślnie jest to określane względem Słońca. Wraz ze zmianą centrum układu, np. poprzez wycentrowanie na Ziemię, wszystkie położenia i prędkości liczone są względem nowego centrum.

- ✓ Jaki jest ruch planet względem obserwatora związanego z Ziemią? Czy dalej pozostałe planety poruszają się po elipsach? Jaka jest trajektoria Słońca obserwowana przez obserwatora na Ziemi?
- ✓ Możesz także obserwować Układ Słoneczny jako obserwator związany z inną planetą Układu Słonecznego.

Okres synodyczny obiegu

Uśredniony czas, po którym ciało niebieskie pojawi się ponownie w tym samym punkcie, w stosunku do dwóch innych obiektów danego układu. Przykładem jest moment, gdy Księżyc obserwowany z Ziemi powróci do tego samego położenia względem Słońca. Jest to okres bezpośrednio obserwowany.



- ✓ Wybierz na pasku narzędzi „Układy ciał niebieskich”, a następnie wybierz UKŁAD SŁONECZNY.
- ✓ Z zakładki „Konfiguracja” wybierz opcję „Przywróć wszystkie ustawienia”,

aby przywrócić ustawienia początkowe.

✓ Wybierz również opcję „Przeskaluj Układ Słoneczny” oraz opcję „Pokaż trajektorie”.

✓ Korzystając z opcji „Wycentruj CN”, znajdującej się w każdej z zakładek w panelu dolnym opisujących planety, wybierz układ Słoneczny obserwowany z Ziemi.

✓ Ustaw układ tak, by jak najwięcej ciał niebieskich było widocznych na ekranie.

✓ Postaraj się zaobserwować i zmierzyć okres obiegu synodycznego względem Słońca.

✓ Spróbuj zacząć od planety Merkury. Na obrazku powyżej znajdują się Ziemia, Merkury i Słońce. Widok ustawiony jest na obserwatora związanego z Ziemią. Widać, że względem Ziemi Słońce porusza się po orbicie kołowej, natomiast planeta Merkury zatacza charakterystyczne „pętelki”. Aby zmierzyć okres synodyczny, wystarczy zmierzyć czas po którym Merkury i Słońce ponownie pojawiają się w takiej samej pozycji względem siebie. Przykładowe dwa punkty pomiaru czasu zaznaczone są na rysunku czerwonymi strzałkami.

✓ Czy różni się on od roku gwiazdnego? Jeżeli tak, to dlaczego?

✓ Odpowiedź uzasadnij.

✓ Zmierzoną wartość porównaj do wartości otrzymanej z poniższego wzoru:

$$S = \frac{1}{\left| \frac{1}{E} - \frac{1}{P} \right|}, \quad (6)$$

gdzie S to okres obiegu synodycznego planety, E to okres obiegu Ziemi wokół Słońca, P to okres obiegu obserwowanej planety wokół Słońca.

W 1897 roku, J.J. Thomson² odkrył elektron, jedną z podstawowych cząstek, z których zbudowane są atomy. Kolejnym wyzwaniem było określenie właściwości tej nowej cząstki. Pomiar masy elektronu bez znajomości ładunku nastroczał wiele trudności. Przełom nastąpił w 1909 roku, kiedy to Millikan³ zaproponował i przeprowadził oryginalne doświadczenie umożliwiające wyznaczenie wartości ładunku elektronu (zwanego ładunkiem elementarnym) bez znajomości jego masy, za pomocą mikroskopu optycznego.

Doświadczenie Millikana

Doświadczenie polega na wpuszczaniu kropelek oleju pomiędzy dwie naładowane przeciwnym ładunkiem okładki kondensatora. Okładki te wytwarzają jednorodne pole elektryczne. Pole elektryczne działa tylko na cząstki obdarzone ładunkiem. W tym celu krople oleju są jonizowane⁴ poprzez oświetlenie lampą rentgenowską⁵, co powoduje przyciąganie ich przez okładki kondensatora. Dzięki temu część kropli zaczyna się unosić. Ruch kropli obserwuje się za pomocą mikroskopu optycznego. Schemat aparatury pomiarowej znajdziesz w e-doświadczeniu po wybraniu „Ciekawostki” i naciśnięciu „POKAŻ SCHEMAT” w panelu dolnym.

Millikan odkrył, że wartości ładunków kropelek oleju są wielokrotnością ładunku elementarnego oraz udowodnił, iż ładunek elementarny jest najmniejszą możliwą „porcją” ładunku. Wyznaczona przez niego wartość ładunku elementarnego to $e = 1,5924(17) \cdot 10^{-19}$ C. Obecnie jako wartość ładunku elementarnego przyjmujemy $e = 1,602176565(35) \cdot 10^{-19}$ C. Jak widać, udało mu się wyznaczyć wartość bardzo zbliżoną do tych, uzyskiwanych obecnie.

Swobodnie spadająca kropla

Przedstawmy teraz ideę tego doświadczenia. Załóżmy na razie brak pola elektrycznego, czyli wpuszczamy krople pomiędzy nienaładowane okładki kondensatora. Opadająca kroplełka porusza się pod wpływem działania siły grawitacji Q ($Q = mg$, gdzie m to masa kropli, a g to przyspieszenie grawitacyjne). Ruch spadającej kroplełki jest hamowany siłą wyporu⁶ F_w działającą w powi-

²Sir Joseph John Thomson (1856—1940) – brytyjski fizyk; laureat nagrody Nobla; zajmował się badaniem atomów (za odkrycie elektronu i badania nad przewodnictwem elektrycznym gazów został nagrodzony nagrodą Nobla w 1906 r.), odkrywaniem izotopów oraz spektrometrią masową (wynałazł i zaprezentował pierwszy spektrometr masowy).

³Robert A. Millikan (1868—1953) – amerykański fizyk, laureat nagrody Nobla; zajmował się głównie elektrycznością, optyką i fizyką molekularną; najbardziej znany z badań ładunku elektronu i zjawiska fotoelektrycznego (za co dostał nagrodę Nobla w 1923 r.); autor i publicysta.

⁴Jonizacja to proces, który powoduje że obojętny elektrycznie atom (lub cząsteczka) zamienia się w jon dodatni (lub czasami ujemny) na skutek wybicia elektronu z powłoki atomowej. By zaszła jonizacja, trzeba dostarczyć energii do atomu zdolnej wybić elektron, np. pod postacią promieniowania rentgenowskiego.

⁵Lampa rentgenowska to źródło promieniowania rentgenowskiego, sztucznie wytwarzanego poprzez przyłożenie bardzo wysokiego napięcia do dwóch elektrod umieszczonych w zamkniętej szklanej bańce. Na skutek przyłożonego napięcia jedna z elektrod jest bombardowana cząsteczkami, które w momencie uderzenia w drugą elektrodę emitują promieniowanie rentgenowskie.

⁶Siła wyporu kojarzy się przeważnie z cieczami. Ale powietrze jest mieszaniną gazów, a dla gazów obowiązują te same zasady i prawa mechaniki płynów co dla cieczy.

etrzu na kroplę. Siła wyporu, zgodnie z prawem Archimedesesa, ma postać:

$$F_w = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_p g, \quad (7)$$

gdzie r to promień⁷, ρ_p to gęstość powietrza, a g to przyspieszenie ziemskie.

Dodatkowym czynnikiem hamującym ruch kropli jest siła oporu Stokesa F_o , wynikająca z lepkości powietrza:

$$F_o = 6\pi\eta r v_o, \quad (8)$$

gdzie η to współczynnik lepkości powietrza, r to promień kropli, a v_o to prędkość opadania kropli.

Lepkość Lepkość to opór wewnętrzny płynu (pod pojęciem płynu rozumiemy ciecz lub gaz). W życiu codziennym z lepkością spotykamy się na przykład pływając w basenie, kiedy to trzeba użyć pewnej siły aby przewyciężyć opór stawiany przez wodę. Analogicznie, należy przewyciężyć opór powietrza poruszając się na przykład samochodem. Lepkość określa się również jako wewnętrzne tarcie warstw płynu względem siebie.

W doświadczeniu Millikana kropla porusza się ruchem jednostajnym, gdyż siła ciężkości jest równoważona przez siłę wyporu i siłę Stokesa. Możemy to wyrazić wzorem:

$$Q = F_w + F_o. \quad (9)$$

Po podstawieniu wzorów (7) i (8) otrzymujemy:

$$mg = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_p g + 6\pi\eta r v_o, \quad (10)$$

gdzie m to masa kropli, g to przyspieszenie ziemskie, ρ_p to gęstość powietrza, η to współczynnik lepkości powietrza, r to promień kropli, a v_o to prędkość opadania kropli.

Do wzoru (10) można podstawić wyrażenie na masę kropli:

$$m = \rho_o V = \rho_o \frac{4}{3}\pi r^3, \quad (11)$$

gdzie ρ_o to gęstość oliwy, a V objętość kropli. Wówczas wzór (10) przybiera postać:

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_o g - \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_p g = 6\pi\eta r v_o. \quad (12)$$

Można to przepisać także w postaci:

$$\frac{4}{3}\pi r^3 g(\rho_o - \rho_p) = 6\pi\eta r v_o, \quad (13)$$

gdzie ρ_o to gęstość oliwy, ρ_p to gęstość powietrza, η to współczynnik lepkości powietrza, r to promień kropli, g to przyspieszenie ziemskie a v_o to prędkość opadania kropli.

Prędkość opadania kropli Przekształcając wzór (13), można obliczyć prędkość opadania kropli v_o :

$$v_o = \frac{2}{9} \frac{gr^2}{\eta} (\rho_o - \rho_p). \quad (14)$$

⁷Czynnik $\frac{4}{3}\pi r^3$ to objętość kropli, a jednocześnie objętość wypartego przez kroplę powietrza.

Ze względu na bardzo małe rozmiary kropeł wprowadza się tzw. poprawkę do wzoru Stokesa (8). Wzór wtedy przyjmuje postać:

$$v_o = \frac{2gr^2}{9\eta}(\rho_o - \rho_p) \left(1 + \frac{b}{Pr}\right), \quad (15)$$

gdzie b to współczynnik korygujący, a P to ciśnienie atmosferyczne. Ponieważ gęstość powietrza jest znacznie mniejsza od gęstości oliwy, możemy pomijać gęstość powietrza w dalszych rozważaniach. [Współczynnik korygujący \$b\$ wyznacza się metodą analizy graficznej, opracowanej dla tego doświadczenia przez Millikana.](#)

Promień kropli

Promień kropli można wyznaczyć przekształcając wzór (15). We wzorze pominięto gęstość powietrza ρ_p :

$$r = \sqrt{\left(\frac{b}{2P}\right)^2 + \frac{9\eta v_o}{2\rho_o g}} - \frac{b}{2P}, \quad (16)$$

gdzie b to współczynnik korygujący, P to ciśnienie atmosferyczne, η to lepkość powietrza, ρ_o to gęstość oliwy, g to przyspieszenie ziemskie, zaś v_o to prędkość opadania kropli.

Prędkość opadania kropli można wyznaczyć doświadczalnie, mierząc drogę przebytą przez kroplę oraz czas potrzebny na pokonanie tej drogi. Prędkość liczymy dzieląc drogę przez czas.

Ruch kropli w polu elektrycznym

Rozpatrzmy teraz ruch kropli w polu elektrycznym. Gdy przyłożymy napięcie do okładek kondensatora między którymi porusza się kropla oleju, to wytworzone pole elektryczne spowoduje wznoszenie się tej kropli między okładkami lub opadanie kropli w dół z prędkością większą, niż w przypadku braku pola. Zależy to od zwrotu wektora natężenia pola elektrycznego, a co za tym idzie i zwrotu siły elektrycznej działającej na kroplę. W przypadku ruchu kropeł w górę, siła elektryczna będzie równoważona przez ciężar kropli i siłę oporu Stokesa, co można przedstawić wzorem:

$$F = mg + 6\pi\eta r v_w, \quad (17)$$

gdzie E to natężenie pola elektrycznego, q to ładunek kropli, m to masa kropli, g to przyspieszenie ziemskie, a v_w to prędkość wznoszenia się kropli. Prędkość wznoszenia kropli można zmierzyć doświadczalnie. W powyższym wzorze zaniedbaliśmy siłę wyporu (dla porównania patrz wzór 10) działającą na kroplę w powietrzu z uwagi na to, iż gęstość powietrza jest dużo mniejsza od gęstości oliwy, a co za tym idzie i masa wypartego powietrza przez kroplę jest dużo mniejsza od masy kropli oliwy.

Wzór (17) można zapisać w uproszczonej formie, zastępując parametry, które nie ulegają zmianie przez stałą k :

$$Eq = mg + kv_w. \quad (18)$$

W nieobecności pola elektrycznego po zaniedbaniu siły wyporu mieliśmy:

$$mg = kv_o. \quad (19)$$

Podstawiając (19) do (18) otrzymamy:

$$Eq = kv_o + kv_w = k(v_o + v_w), \quad (20)$$

dzieląc stronami przez E otrzymujemy:

$$q = \frac{k(v_o + v_w)}{E}. \quad (21)$$

Ładunek kropli Korzystając ze wzoru (19) jesteśmy w stanie wyrazić współczynnik k jako stosunek ciężaru do prędkości opadania, co po podstawieniu do powyższego wzoru (21) da nam postać:

$$q = \frac{mg}{E} \frac{(v_o + v_w)}{v_o}. \quad (22)$$

Natężenie pola elektrycznego w kondensatorze płaskim możemy wyrazić jako:

$$E = \frac{U}{d}, \quad (23)$$

gdzie U to wartość napięcia między okładkami, a d to odległość między okładkami. Zatem wzór na ładunek kropli przyjmuje ostatecznie postać:

$$q = \frac{mgd}{U} \frac{(v_o + v_w)}{v_o}, \quad (24)$$

gdzie m to masa kropli, g to przyspieszenie ziemskie, v_o to prędkość opadania przy braku pola elektrycznego, a v_w to prędkość wznoszenia kropli w polu elektrycznym.

Teraz jesteśmy w stanie obliczyć wartość ładunku dowolnej, zmierzonej kropli oleju. Masę kropli liczymy ze wzoru (11) (wykorzystując wzór na promień kropli (16)), wartość przyspieszenia ziemskiego jest znana, podobnie odległość między okładkami kondensatora, napięcie ustalamy sami, a prędkości opadania i wznoszenia mierzymy doświadczalnie.

Aby poznać budowę układu pomiarowego zaleca się skorzystanie z opcji POKAŻ SCHEMAT. Dodatkowo w „Tablicach fizycznych” znajdziesz wszystkie potrzebne parametry do obliczenia wartości ładunku kropli.

- ✓ Wybierz zakładkę „Ciekawostka”.
- ✓ Kliknij przycisk POKAŻ PANEL, by wysunąć panel dolny, który umożliwi Ci zadawanie parametrów w doświadczeniu.
- ✓ Możesz wybrać opcję POKAŻ SCHEMAT, by dokładniej obejrzyć i zapoznać się z aparaturą pomiarową.
- ✓ Podłącz końcówki przewodów pod zasilacz poprzez przeciągnięcie ich myszą i upuszczenie w odpowiednim gnieździe. **Uwaga!** Zalecamy podłączenie przewodów zgodnie z kolorystyką gniazd, czyli czerwony kabel pod gniazdo „+”, a czarny przewód pod gniazdo „-”. W przypadku odwrotnego połączenia, otrzymamy inny kierunek przepływu prądu między okładkami kondensatora płaskiego.
- ✓ Włącz zasilanie, ale zostaw zerowe napięcie.
- ✓ Do tego eksperymentu będziesz potrzebował stopera, więc zalecamy wybranie go z paska narzędzi.

Uwaga! By ułatwić pomiary, w tabeli umieściliśmy szablon, który automatycznie obliczy za Ciebie potrzebne wartości. By go uruchomić, z paska narzędzi wybierz „Tabele”, a następnie kliknij przycisk MILLIKAN. Pierwsze pięć kolumn będziesz

wypełniał sam wynikami z pomiarów, dlatego zalecamy, by to okno było cały czas otwarte w trakcie pomiarów. Po wypełnieniu pól, z szablonu w „Tabeli” będziesz mógł odczytać prędkość opadania i prędkość wznoszenia kropli, promień i masę kropli oraz wartość zgromadzonego na niej ładunku.

- ✓ Uruchom doświadczenie poprzez kliknięcie przycisku URUCHOM. Jak zapewne zauważyłeś stoper zaczął mierzyć czas, ale nie przejmuj się – w każdej chwili możesz wyzerować go poprzez kliknięcie przycisku WYZERUJ.
- ✓ Korzystając z atomizera wpuść porcję kropeł do układu (poprzez wciśnięcie przycisku oznaczonego symbolem kropli).
- ✓ Poobserwuj ruch kropeł w układzie. Podziałki, opisane cyframi na ekranie, znajdują się co 1 mm.

Zastanów się Czemu niektóre krople opadają szybciej, a niektóre wolniej? Od czego może to zależeć?

- ✓ Gdy wszystkie krople wyjdą poza obszar mikroskopu, wpuść kolejną porcję.
- ✓ Wybierz jedną kroplę do obserwacji i zmierz jej czas opadania pomiędzy wybranymi przez Ciebie liniami. Najłatwiej to zrobić poprzez wyzerowanie stopera w momencie gdy wybrana przez Ciebie kropla mija np. linię oznaczoną „2”, a następnie zatrzymania doświadczenia (poprzez kliknięcie przycisku ZATRZYMAJ) gdy mija np. linię oznaczoną „3”. Mogą to być dowolne, wybrane przez Ciebie linie.
- ✓ Zmierzony czas opadania odczytaj ze stopera i wpisz do tabeli w kolumnie oznaczonej „to”. W kolumnie „so” wpisz jaką drogę pokonała badana przez Ciebie kropla podczas opadania (dla powyższego przykładu będzie to 1 mm czyli 0,001 m – ponieważ tyle wynosi odległość między sąsiednimi podziałkami na ekranie). Pamiętaj o zachowaniu odpowiednich jednostek!
- ✓ Wyzeruj stoper i ustaw wartość napięcia na zasilaczu. Zalecamy zaczenie od wartości 300 V. Wybraną przez siebie wartość wpisz do tabeli w kolumnie oznaczonej „U”.
- ✓ Uruchom ponownie doświadczenie.
- ✓ Obserwując dalej tą samą kroplę, zmierz jej czas wznoszenia się między wybranymi przez Ciebie liniami. Pomiar przeprowadź analogicznie jak przy mierzeniu czasu opadania (mogą to być te same linie).
- ✓ Zmierzony czas wznoszenia odczytaj ze stopera i wpisz do tabeli w kolumnie oznaczonej „tw”. W kolumnie „sw” wpisz jaką drogę pokonała badana przez Ciebie kropla podczas wznoszenia (dla powyższego przykładu będzie to 1 mm czyli 0,001 m). Pamiętaj o zachowaniu odpowiednich jednostek!
- ✓ Odczytaj z tabeli wartość ładunku mierzonej kropli q .

Zastanów się Czy zmierzony przez Ciebie ładunek jest wielokrotnością ładunku elementarnego?

- ✓ Powtórz pomiary dla przynajmniej 5 różnych kropeł.
- ✓ Spróbuj obliczyć jaka jest wartość ładunku elementarnego.
- ✓ Aby to zrobić, spróbuj znaleźć największy wspólny dzielnik z otrzymanych ładunków kropeł.
- ✓ Najłatwiej to zrobić poprzez wybranie kropli o najmniejszym ładunku, czyli najmniejszej liczbie ładunków elementarnych, i podzielenia przez nią wszystkich pozostałych kropeł.
- ✓ Jakie wartości otrzymałeś? Czy są to wartości całkowite? Może musisz wybrać kroplę o większym ładunku i wykorzystać ją jako dzielnik?
- ✓ Czy jesteś w stanie, na podstawie powyższych obliczeń, oszacować wartość

ładunku elementarnego?

✓ Porównaj otrzymany wynik z wartościami z „Tablic fizycznych”.

Ile jest ładunków w kropli?

✓ Korzystając z „Tablic fizycznych” odczytaj wartość ładunku elementarnego e i oszacuj wielokrotność ładunku n . Możesz to zrobić poprzez iloraz wartości ładunku kropli q i ładunku elementarnego e .

✓ Otrzymaną wartość zaokrąglaj do najbliższej wartości całkowitej. Możesz ją zapisać w tabeli w nowo dodanej kolumnie.

✓ Podziel wyliczony ładunek kropli q przez wielokrotność ładunku n . Otrzymany przez Ciebie wynik to wartość zmierzonego ładunku elementarnego.

✓ Otrzymaną wartość porównaj z wartością z tablic.

✓ Czy jesteś w stanie oszacować dokładność pomiaru?

✓ Powtórz pomiary dla kilku innych kropeł (z tej samej grupy lub nowo wpuszczone do układu). Pamiętaj, aby mierzyć czas opadania kropeł przy zerowej wartości napięcia na zasilaczu. Przy mierzeniu czasu wznoszenia kropeł możesz wybrać dowolną wartość napięcia na zasilaczu.

✓ Czy otrzymane wyniki dalej się zgadzają z wartością z tablic? Jeżeli nie, to dlaczego?

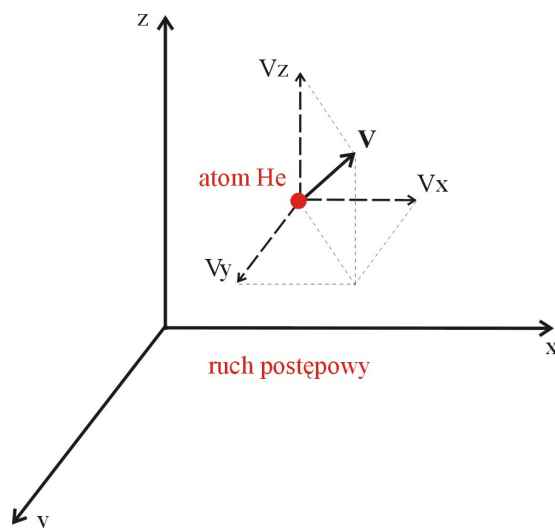
✓ Możesz uśrednić otrzymane wyniki.

Ćwiczenie 4

Wyznaczanie stosunku c_p/c_v e-doświadczenie własności gazów 10p.

Stosunek $\kappa = c_p/c_v$ dla określonego rodzaju gazu ma stałą wartość, zależną tylko od budowy drobin gazu i nosi nazwę wykładnika adiabaty. Wykładnik adiabaty to potęga przy objętości V , we wzorze (??) w przemianie adiabatycznej. Jeżeli wartość tego wykładnika wynosi 1, to obserwowana przemiana jest przemianą izotermiczną.

Pamiętamy, że ciepło właściwe jest ilością energii cieplnej pochłoniętej przez gaz, potrzebnej do podniesienia jego temperatury. W przypadku gazu jednoatomowego pochłaniana energia, jest zamieniana na energię kinetyczną ruchu postępowego atomów gazu, punktowych kuleczek według modelu gazu doskonałego.



Energia kinetyczna kuleczek jest związana z ich prędkością, zaś prędkość wypadkową danej kuleczki można rozłożyć na trzy niezależne⁸ składowe prędkości v_x , v_y i v_z skierowane w przestrzeni w trzech kierunkach x , y , z . W takim razie także całkowitą energię ruchu postępowego możemy rozłożyć na trzy składowe energii: $\frac{mv_x^2}{2}$, $\frac{mv_y^2}{2}$ oraz $\frac{mv_z^2}{2}$. Średnia energia kinetyczna pojedynczej cząsteczki jest sumą składowych energii⁹.

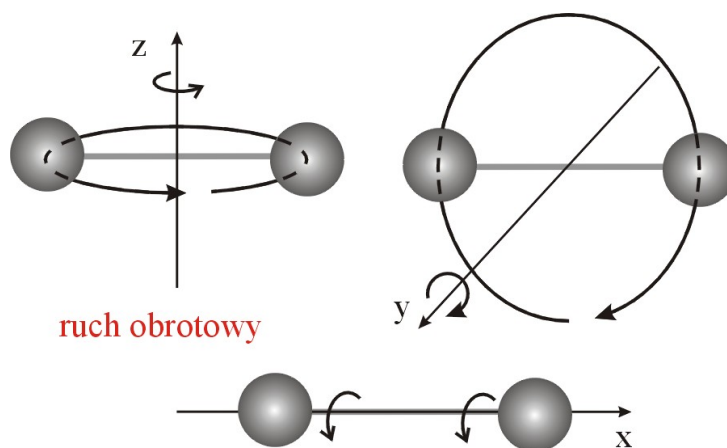
Wartość ciepła właściwego zależy od złożoności drobin gazu. Gaz, którego drobinami są cząsteczki, oprócz energii ruchu postępowego może dodatkowo gromadzić energię w postaci kinetycznej energii obrotowej. Analogicznie do ruchu postępowego, energię kinetyczną ruchu obrotowego drobin gazu można przedstawić w postaci trzech niezależnych składowych: $\frac{I\omega_x^2}{2}$, $\frac{I\omega_y^2}{2}$ oraz $\frac{I\omega_z^2}{2}$. Wielkości ω_x , ω_y i ω_z to prędkości kątowe cząsteczki odpowiednio wokół osi x ,

⁸Słowo „niezależny” oznacza, iż dany ruch nie może być złożeniem pozostałych ruchów podstawowych drobin.

⁹Wynika to stąd, iż prędkość cząsteczki v rozkłada się na trzy składowe wektory w kierunkach x , y , z . Zgodnie z twierdzeniem Pitagorasa suma kwadratów tych składowych daje v^2 . A więc składowe energie kinetyczne (zależne właśnie od v^2) dają w sumie energię kinetyczną cząsteczki.

y i z , zaś I to moment bezwładności drobin.

Dla dużej liczby drobin znajdującej się w cylindrze, całkowita energia pochłonięta w formie ciepła przez gaz rozkłada się równomiernie¹⁰ (w równych porcjach równych $\frac{RT}{2}$ dla jednego mola gazu) między wszystkie niezależne rodzaje ruchu drobin (niezależne sposoby absorpcji energii)¹¹. Ilość niezależnych składowych energii, czyli liczba niezależnych podstawowych ruchów jakie drobina może wykonać w przestrzeni, nazywamy liczbą stopni swobody. Gaz jednoatomowy ma trzy stopnie swobody, gdyż jak już mówiliśmy możliwy jest tylko postępowy ruch cząsteczek w trzech kierunkach.



Gaz dwuatomowy („dwie kuleczki połączone prętem”) posiada trzy stopnie swobody ruchu postępowego oraz dwa stopnie swobody w ruchu obrotowym cząsteczek. Cząsteczka może wirować wokół dwóch osi prostopadłych do „pręta” (osi y i z). Ruch wokół trzeciej osi (x) przechodzącej wzdłuż pręta posiada dużo mniejszą energię, z powodu niewielkiego momentu bezwładności cząsteczki w tym przypadku¹² i jest pomijany dla cząsteczki dwuatomowej.

Gazy wieloatomowe posiadają sześć stopni swobody. Trzy stopnie swobody dla ruchu postępowego oraz trzy stopnie swobody dla ruchu obrotowego.

Aby dodatkowo ulepszyć model cząsteczki, należałoby jeszcze uwzględnić energię oscylacji atomów w cząsteczkach (w cząsteczce dwuatomowej kulki połączone sprężynką oscylują „w lewo” i „w prawo” wzdłuż osi x).

Teoretyczne wyznaczenie stałej κ

Kinetyczno-molekularna teoria gazów pozwala teoretycznie obliczyć wartość c_p i c_v dla różnych gazów. Ciepło molowe gazu w stałej objętości określa wzór:

$$c_v = \frac{i}{2}R, \quad (25)$$

gdzie i jest liczbą stopni swobody drobin (atomu lub cząsteczki) gazu. Zapiszemy wzór na κ :

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v}. \quad (26)$$

¹⁰Rozkłada się równomiernie ponieważ ruchy drobin są przypadkowe, więc nie ma wyróżnionego kierunku ruchu, wszystkie są równo prawdopodobne.

¹¹Jest to twierdzenie o ekwipartycji energii, podawane tutaj bez dowodu.

¹²W modelu gazu doskonałego zakładamy że atomy wchodzące w skład cząsteczki są masami punktowymi, a więc ich moment bezwładności wokół osi x jest równy zero. Podobnie ruch obrotowy atomów gazu jednoatomowego wokół własnej osi jest pomijany w tym modelu.

Podstawiając za $c_p = c_v + R$ (wzór ??), zaś za c_v wzór (25) otrzymamy:

$$\kappa = \frac{\frac{i}{2}R + R}{\frac{i}{2}R}. \quad (27)$$

Ostatecznie otrzymamy:

$$\kappa = \frac{i + 2}{i}. \quad (28)$$

Zgodnie z powyższymi rozważaniami dla drobin jednoatomowych (np. hel) mamy trzy stopnie swobody ($i = 3$), więc κ wynosi:

$$\kappa = \frac{5}{3}. \quad (29)$$

Dla gazów dwuatomowych (np. tlen, azot) liczba stopni swobody wynosi $i = 5$, a więc κ wynosi:

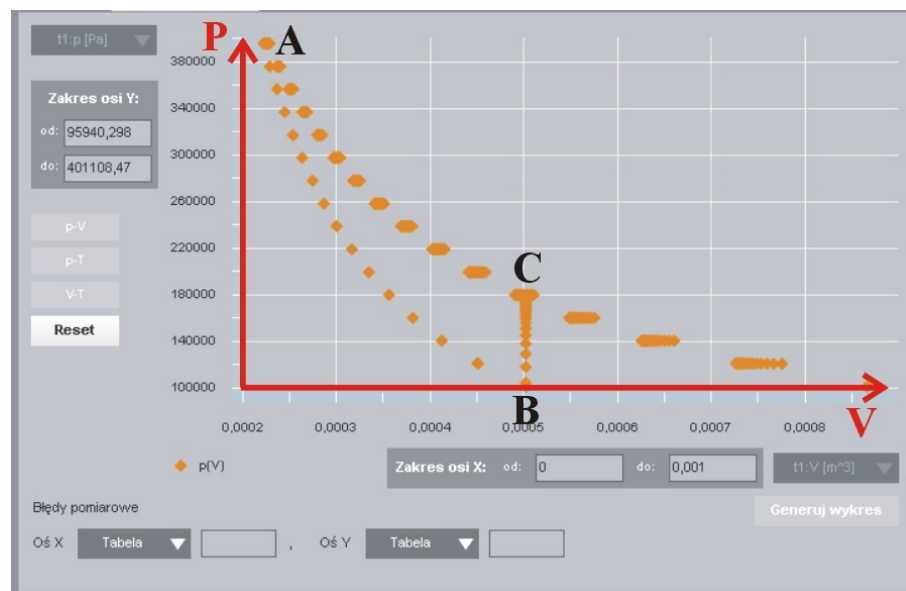
$$\kappa = \frac{7}{5}. \quad (30)$$

Dla gazów wieloatomowych (np. metan) liczba stopni swobody wynosi $i = 6$, a więc κ wynosi:

$$\kappa = \frac{8}{6}. \quad (31)$$

Doświadczalne wyznaczanie stałej κ

Stałą κ można wyznaczyć doświadczalnie realizując cykl przemian: izotermiczne sprężanie, adiabatyczne rozprężanie oraz izochoryczne podgrzewanie. Przeprowadzając takie doświadczenie na nieznanym gazie można określić rodzaj tego gazu.



Przejście między stanami A i C gazu można zrealizować poprzez proces izotermicznego sprężania gazu, lub proces adiabatycznego rozprężania gazu (A do B) i przemiany izochorycznej (B do C).

Proces izotermicznego sprężania można zapisać za pomocą prawa Boyle'a-Mariotte'a (??):

$$(p_0 + p_1)V_1 = (p_0 + p_2)V_2. \quad (32)$$

Proces adiabaticznego rozprężania można opisać równaniem adiabaty:

$$(p_0 + p_1)V_1^\kappa = (p_0)V_2^\kappa. \quad (33)$$

W procesie izochorycznym następuje wzrost ciśnienia z p_0 do p_2 , a także wzrost temperatury gazu w cylindrze.

Z równań (32) i (33) można wyznaczyć stosunek V_2/V_1 . Równanie (32) przybierze postać:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_0 + p_1}{p_0 + p_2}. \quad (34)$$

Natomiast równanie (33) zapiszemy w następujący sposób:

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^\kappa = \frac{p_0 + p_1}{p_0}. \quad (35)$$

Po wstawieniu równania (34) do równania (35), otrzymamy następującą zależność:

$$\left(\frac{p_0 + p_1}{p_0 + p_2}\right)^\kappa = \frac{p_0 + p_1}{p_0}. \quad (36)$$

Korzystając z własności logarytmów¹³, możemy zapisać wzór na stałą κ :

$$\kappa = \frac{\log \frac{p_0 + p_1}{p_0}}{\log \frac{p_0 + p_1}{p_0 + p_2}}. \quad (37)$$

Powyższy wzór można zapisać także w następującej postaci¹⁴:

$$\kappa = \frac{\log(p_0 + p_1) - \log(p_0)}{\log(p_0 + p_1) - \log(p_0 + p_2)}. \quad (38)$$

Przy małych zmianach ciśnień, powyższe wyrażenie można przybliżyć następującym wzorem¹⁵:

$$\kappa = \frac{p_1}{p_1 - p_2}. \quad (39)$$

Wyznaczanie stałej κ gazów metodą Clementa-Desormesa

- ✓ Po włączeniu e-doświadczenia, na pasku narzędziowym w oknie e-doświadczenia wybierz „Narzędzia”. Z menu „Narzędzia” wybierz cylinder z tłokiem, stację pogodową, piankę izolacyjną i zestaw ciężarków oraz butlę z helmem.
- ✓ Czy hel jest gazem jednoatomowym czy dwuatomowym?
- ✓ Wpuść około 0,36 mola gazu do cylindra.
- ✓ Sprężaj gaz izotermicznie dokładając kolejno na tłok 15 ciężarków o masie 10 kg. Zapisz ciśnienie, które się ustali ($p_0 + p_1$).
- ✓ Rozprężaj adiabaticznie zdejmując kolejno nałożone na tłok ciężarki. Zapisz ciśnienie końcowe (p_0).
- ✓ Zablokuj tłok i zdejmij piankę izolacyjną. Jak się nazywa zachodzący proces?
- ✓ Zapisz końcowe ciśnienie ($p_0 + p_2$).
- ✓ Wykonaj obliczenie κ za pomocą wzoru (37).
- ✓ Porównaj otrzymany wynik z „Tablicami fizycznymi”.
- ✓ Możesz powtórzyć pomiar dla gazu dwu- i wieloatomowego.

¹³Równanie potęgowe $a^c = b$ można zapisać w postaci logarytmicznej w następujący sposób $\log_a b = c$, gdzie $\log_a b = \frac{\log b}{\log a}$. $\log a$ oraz $\log b$ są logarytmami o tej samej podstawie.

¹⁴Skorzystaliśmy ze wzoru matematycznego: $\log \frac{a}{b} = \log a - \log b$.

¹⁵Przy małych zmianach ciśnienia funkcję logarytm można traktować jako funkcję liniową, a zatem można opuścić logarytmy we wzorze (38).