WIDZENIE KOMPUTEROWE

Klasyfikator Bayesowski. Logika rozmyta.

wykład częściowo oparty na materiałach UW

System wnioskowania

System wnioskowania to formalny aparat umożliwiający prowadzenie procesu wnioskowania – wyprowadzania nowych formuł z pewnego początkowego zbioru znanych formuł, nazywanego bazą wiedzy. Systemy wnioskowania dla języka logiki predykatów obejmują dwa składniki:

> **Aksjomaty:** formuły, których prawdziwość przyjmowana jest bez dowodu.
>
> **Reguły wnioskowania:** wzorce opisujące dozwolone sposoby bezpośredniego wyprowadzania nowych formuł ze znanych formuł.

Aksjomaty

Aksjomaty to formuły, których w systemie wnioskowania używa się wraz z formułami z początkowej bazy wiedzy jako „punktów startowych” wnioskowania, wyprowadzając z nich nowe formuły.

Przykładowe aksjomaty dla logiki predykatów, przy czym w trakcie wnioskowania α, β i γ można zastąpić dowolnymi formułami innymi symbolami predykatowymi, zaś symbole zmiennych x i y można zastąpić dowolnymi innymi symbolami zmiennych.

$$\alpha \vee \neg\alpha$$

$$\alpha \to (\beta \to \alpha)$$

$$(\alpha \to (\beta \to \gamma)) \to ((\alpha \to \beta) \to (\alpha \to \gamma))$$

Reguły wnioskowania

Reguła wnioskowania opisuje możliwą realizację pojedynczego kroku wnioskowania. Zwyczajowo regułę wnioskowania zapisuje się w następującej postaci:

$$\frac{\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \dots \quad \alpha_n}{\beta}$$

gdzie $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ oznaczają wzorce formuł wejściowych reguły, a β oznacza wzorzec formuły wynikowej.

Zastosowanie reguły wnioskowania polega na odnalezieniu w bazie wiedzy (połączonej ze zbiorem aksjomatów) formuł pasujących do wzorców formuł wejściowych i wygenerowaniu odpowiedniej formuły wynikowej.

Przykładowe reguły wnioskowania

R1. Reguła *modus ponens.*

$$\frac{\alpha \rightarrow \beta,\ \alpha}{\beta}$$

R2. Reguła *modus tollens.*

$$\frac{\alpha \rightarrow \beta,\ \neg\beta}{\neg\alpha}$$

R3. Reguła *modus tollendo ponens.*

$$\frac{\alpha \vee \beta,\ \neg\beta}{\alpha}$$

R4.

$$\frac{\alpha_1,\ \alpha_2,\ \dots,\ \alpha_n}{\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \dots \wedge \alpha_n}$$

R5. Reguła koniunkcji.

$$\frac{\alpha_1 \wedge \alpha_2, \wedge \dots \wedge \alpha_n}{\alpha_1,\ \alpha_2,\ \dots,\ \alpha_n}$$

R6. Reguła specjalizacji.

$$\frac{(\forall x)\alpha}{\alpha[x/t]}$$

Niedoskonała wiedza we wnioskowaniu

Metody wnioskowania w logice predykatów są niezawodne, jeśli chodzi o prawdziwość wyciąganych wniosków. Oparte są one jednak na koniecznym założeniu, że stwierdzenia zawarte w początkowej bazie wiedzy i uznawane za prawdziwe są rzeczywiście prawdziwe. Pod warunkiem ich prawdziwości prawdziwe są także stwierdzenia wyprowadzane w wyniku wnioskowania.

Założenie to może często nie być spełnione w odniesieniu do wiedzy, którą posiada człowiek – wiedza pochodząca od człowieka może być niedoskonała. Stosując do takiej wiedzy metody zakładające doskonałą wiedzę jesteśmy narażeni na uzyskiwanie wniosków, które nie muszą być prawdziwe i o których prawdziwości nie potrafimy nic powiedzieć.

Celowe jest w związku z tym wyposażanie systemów wnioskujących na podstawie niedoskonałej wiedzy w specjalne mechanizmy jej przetwarzania, dzięki którym będzie możliwe charakteryzowanie rodzaju i stopnia niedoskonałości wiedzy pochodzącej od człowieka, a także nowej wiedzy wyprowadzonej na jej podstawie przez system wnioskujący.

Rodzaje niedoskonałości wiedzy

Trzy podstawowe rodzaje:

niepewność: prawdziwość niektórych stwierdzeń nie jest pewna,

niepełność: niektóre prawdziwe stwierdzenia nie są znane, lecz nie można z tego powodu zakładać ich nieprawdziwości,

niedokładność: przynależność do niektórych relacji, odpowiadających predykatom występującym w stwierdzeniach, nie jest znana dokładnie.

W przypadku wiedzy niepewnej mamy do czynienia ze stwierdzeniami, o których w ogólnym przypadku nie można powiedzieć z pewnością, że są prawdziwe albo fałszywe. Potrzebne są w tym celu jakieś metody charakteryzowania stopnia przekonania o prawdziwości stwierdzeń, zarówno tych należących do początkowej bazy wiedzy, jak i uzyskiwanych w wyniku wnioskowania.

Niepełność wiedzy oznacza, że status prawdziwości pewnych stwierdzeń potrzebnych do wnioskowania nie jest znany. Może to wymagać założenia ich prawdziwości w celu przeprowadzenia wnioskowania, lecz z pozostawieniem możliwości rewizji tego wnioskowania, gdyby następnie pojawiła się wiedza zaprzeczająca temu założeniu.

Niedokładność polega na niemożliwości precyzyjnego odróżnienia w dziedzinie na temat której zapisujemy wiedzę, obiektów należących do pewnej relacji od obiektów do niej nie należących.

Metody przetwarzania niedoskonałej wiedzy

Do najbardziej znanych metod należą:

wnioskowanie probabilistyczne: metoda przetwarzania wiedzy niepewnej oparta na bezpośrednim wykorzystaniu rachunku prawdopodobieństwa, w której poszczególnym stwierdzeniom przypisuje się prawdopodobieństwo ich prawdziwości,

stopnie pewności: metoda przetwarzania wiedzy niepewnej, w której poszczególnym stwierdzeniom przypisuje się liczbowe stopnie pewności wyrażające subiektywne przekonanie człowieka o ich prawdziwości,

teoria Dempstera-Schaffera: metoda przetwarzania wiedzy niepewnej, w której prawdopodobieństwa prawdziwości przypisuje się tylko wybranym stwierdzeniom bazowym, a ocenę wiarygodności innych stwierdzeń przeprowadza się na podstawie ich związków ze stwierdzeniami bazowymi,

logika rozmyta: metoda przetwarzania wiedzy niedokładnej, w której rozważa się „częściową” przynależność do relacji,

logiki niemonotoniczne: metody przetwarzania wiedzy niepełnej, w których dopuszcza się, że pojawienie się nowych stwierdzeń może anulować wyprowadzenie wcześniejszych formuł.

Wnioskowanie probabilistyczne (bayesowskie)

Dla dowolnych dwóch zdarzeń *A*, i *B*, wzór Bayesa opisuje następującą zależność prawdopodobieństw warunkowych:

$$\Pr(A|B) = \frac{\Pr(A)\Pr(B|A)}{\Pr(B)}$$

Uprawdopodobnianie hipotez przez fakty

Wśród stwierdzeń, jakie są przetwarzane przy wnioskowaniu, wyróżnimy dwie kategorie:

fakty: stwierdzenia dotyczące dziedziny, których prawdziwość jest znana,

hipotezy: stwierdzenia o nieznanym prawdopodobieństwie prawdziwości.

Wnioskowanie o prawdziwości możliwych hipotez przy założeniu prawdziwości pewnego zestawu faktów

Wzór Bayesa ze zmienionymi oznaczeniami:

$$\Pr(h|F) = \frac{\Pr(h)\Pr(F|h)}{\Pr(F)}$$

gdzie *h*, oznacza pewną hipotezę, a *F* pewien zbiór faktów. Tak interpretowany wzór Bayesa mówi, w jaki sposób na prawdopodobieństwo rozważanej hipotezy wpływa znajomość faktów.

Pr(*h*) : prawdopodobieństwo *a priori* hipotezy *h*, (bez znajomości lub uwzględniania żadnych faktów),

Pr(*h*|*F*): prawdopodobieństwo *a posteriori* hipotezy *h*, po uwzględnieniu faktów *F*,

Pr(*F*): prawdopodobieństwo wystąpienia faktów *F*,

Pr(*F*|*h*): prawdopodobieństwo, że fakty *F* należą do hipotezy *h*.

Wzór Bayesa, podając przepis na wyznaczenie prawdopodobieństwa *a posteriori*, określa wpływ faktów na uprawdopodobnienie hipotezy. Bezpośrednie zastosowanie w przedstawiony sposób wzoru Bayesa można traktować jako elementarny krok wnioskowania bayesowskiego, który jest w pewnym sensie odpowiednikiem zastosowania reguły wnioskowania w logice.

Prawdopodobieństwo występujące w mianowniku ułamka nie zależy od rozważanej hipotezy. Wynika z tego, że gdyby interesowało nas wyłącznie wybranie hipotezy najbardziej prawdopodobnej z pewnego zestawu, wystarczy ograniczyć się do obliczenia licznika ułamka.

Aby poznać dokładne, bezwzględne wartości prawdopodobieństw a posteriori poszczególnych hipotez, należy wziąć pod uwagę sytuację, w której mamy skończoną liczbę możliwych hipotez h_1, h_2,... ,h_n, wykluczających się parami i wyczerpujących wszystkie możliwości (czyli takich, że dokładnie jedna z nich jest prawdziwa). Wówczas:

$$\Pr(F) = \Pr(h_1)\Pr(F|h_1) + \cdots + \Pr(h_n)\Pr(F|h_n)$$

czyli:

$$\Pr(h_i|F) = \frac{\Pr(h_i)\Pr(F|h_i)}{\sum_{j=1}^{n}\Pr(h_j)\Pr(F|h_j)}$$

Zachodzi:

$$\sum_{i=1}^{n}\Pr(h_i|F) = 1$$

W szczególności biorąc pod uwagę dwie wykluczające się hipotezy h , i $\neg h$, dostajemy:

$$\Pr(h|F) = \frac{\Pr(h)\Pr(F|h)}{\Pr(h)\Pr(F|h)+\Pr(\neg h)\Pr(F|\neg h)}$$

$$\Pr(\neg h|F) = \frac{\Pr(\neg h)\Pr(F|\neg h)}{\Pr(h)\Pr(F|h)+\Pr(\neg h)\Pr(F|\neg h)}$$

Uwzględnianie pojedynczych faktów

Problematyczne jest określanie prawdopodobieństwa Pr(F|h), gdyż F, może oznaczać dowolny zbiór znanych faktów. Jeśli mamy ustalony pewien zbiór F', wszystkich możliwych faktów, które mogą być uwzględniane przy wnioskowaniu, to F, może być jego dowolnym podzbiorem. Bezpośrednie przypisanie każdemu podzbiorowi prawdopodobieństwa na ogół przekraczałoby możliwości eksperta czy użytkownika systemu wnioskującego.

Przy pewnych założeniach można uniknąć konieczności określania Pr(F|h) dla dowolnego $F \subseteq F'$, opierając się wyłącznie na prawdopodobieństwach dla pojedynczych faktów Pr(f|h), gdzie $f \in F'$.

Dla dowolnego faktu f_1 możemy – stosując wzór Bayesa – uzyskać:

$$\Pr(h|f_1) = \frac{\Pr(h)\Pr(f_1|h)}{\Pr(f_1)}$$

Dokładając kolejny znany fakt f_2, rozważając dwuelementowy zbiór faktów $\{f_1, f_2\}$, otrzymujemy:

$$\Pr(h|f_1 \wedge f_2) =$$

$$\frac{\Pr(h|f_1)\Pr(f_2|f_1 \wedge h)}{\Pr(f_2|f_1)} =$$

$$\frac{\Pr(h)\Pr(f_1|h)\Pr(f_2|f_1 \wedge h)}{\Pr(f_1)\Pr(f_2|f_1)} =$$

$$\frac{\Pr(h)\Pr(f_1|h)\Pr(f_2|f_1 \wedge h)}{\Pr(f_1)\Pr(f_2|f_1)} =$$

$$\frac{\Pr(h)\Pr(f_1|h)\Pr(f_2|f_1 \wedge h)}{\Pr(f_1 \wedge f_2)}$$

Jeśli założymy, że pojedyncze fakty są warunkowo niezależne względem hipotezy, czyli:

$$\Pr(f_2|f_1 \wedge h) = \Pr(f_2|h)$$

$$\Pr(f_1|f_2 \wedge h) = \Pr(f_1|h)$$

to uzyskujemy:

$$\Pr(h|f_1 \wedge f_2) = \frac{\Pr(h)\Pr(f_1|h)\Pr(f_2|h)}{\Pr(f_1 \wedge f_2)}$$

dla dowolnej liczby pojedynczych faktów, co prowadzi do ogólnego wzoru:

$$\Pr(h|f_1 \wedge f_2 \wedge \ldots \wedge f_m) = \frac{\Pr(h)\prod_{k=1}^{m}\Pr(f_k|h)}{\Pr(f_1 \wedge f_2 \wedge \ldots \wedge f_k)}$$

Aby posłużyć się nim w celu obliczenia bezwzględnych prawdopodobieństw *a posteriori*, należy tak jak poprzednio wziąć pod uwagę zbiór $\{h_1, h_2, \ldots, h_n\}$ hipotez wykluczających się parami i wyczerpujących wszystkie możliwości. Wówczas, przy założeniu warunkowej niezależności faktów względem każdej hipotezy, mianownik powyższego ułamka może być wyznaczony w następujący sposób:

$$\Pr(f_1 \wedge f_2 \wedge \cdots \wedge f_m) = \sum_{i=1}^{n}\Pr(h_i)\prod_{k=1}^{m}\Pr(f_k|h_i)$$

W szczególności dla zbioru dwóch wykluczających się hipotez $\{h, \neg h\}$, dostajemy w ten sposób:

$$\Pr(f_1 \wedge f_2 \wedge \cdots \wedge f_m) = \Pr(h)\prod_{k=1}^{m}\Pr(f_k|h) + \Pr(\neg h)\prod_{k=1}^{m}\Pr(f_k|\neg h)$$

Uzyskaliśmy prosty mechanizm wnioskowania bayesowskiego, w którym możemy wyznaczać prawdopodobieństwa *a posteriori* dowolnych hipotez na podstawie znajomości dowolnych zbiorów faktów, pod warunkiem określenia prawdopodobieństw *a priori* każdej hipotezy oraz prawdopodobieństw każdego pojedynczego faktu pod warunkiem prawdziwości każdej hipotezy. Prawdopodobieństwa te stanowią reprezentację niepewnej wiedzy o dziedzinie wnioskowania, która musi być dostarczona systemowi wnioskującemu. Określenie tych prawdopodobieństw w rozsądny sposób jest często możliwe, chociaż oczywiście może niekiedy być trudne.

Przykład: Rozpoznawanie, czy na zdjęciu jest twarz

Rozważmy następującą prostą ilustrację przedstawionego mechanizmu wnioskowania, traktując rozważane w niej przykładowe fakty i hipotezy z należnym dystansem. Weźmiemy pod uwagę sytuację, w której rozpoznając obraz ograniczono zbiór możliwych rozpoznań do następujących dwóch wykluczających się hipotez:

h: na zdjęciu jest twarz,

$\neg h$: na zdjęciu nie ma twarzy.

Niech podstawą do wnioskowania będą następujące pojedyncze fakty:

f_1 : na zdjęciu występują określone kolory (kolory skóry),

f_2 : na zdjęciu jest owal,

f_3 : na zdjęciu występują charakterystyczne gradienty.

Przyjmijmy, że dostarczający wiedzę do systemu rozpoznającego ekspert ustalił następujące wartości prawdopodobieństw:

$$\begin{array}{llll} \Pr(h) = & 0.1 & \Pr(\neg h) = & 0.9 \\ \Pr(f_1|h) = & 0.5 & \Pr(f_1|\neg h) = & 0.3 \\ \Pr(f_2|h) = & 0.3 & \Pr(f_2|\neg h) = & 0.3 \\ \Pr(f_3|h) = & 0.8 & \Pr(f_3|\neg h) = & 0.4 \end{array}$$

Na tej podstawie obliczamy prawdopodobieństwa faktów:

$$\Pr(f_1) = \Pr(h)\Pr(f_1|h) + \Pr(\neg h)\Pr(f_1|\neg h) = 0.1 \cdot 0.5 + 0.9 \cdot 0.3 = 0.32$$

$$\Pr(f_2) = \Pr(h)\Pr(f_2|h) + \Pr(\neg h)\Pr(f_2|\neg h) = 0.1 \cdot 0.3 + 0.9 \cdot 0.3 = 0.3$$

$$\Pr(f_3) = \Pr(h)\Pr(f_3|h) + \Pr(\neg h)\Pr(f_3|\neg h) = 0.1 \cdot 0.8 + 0.9 \cdot 0.4 = 0.44$$

Aby wyznaczyć prawdopodobieństwa *a posteriori* rozważanych hipotez na podstawie każdego z pojedynczych objawów należy zastosować bezpośrednio wzór Bayesa:

$$\Pr(h|f_1) = \frac{\Pr(h)\Pr(f_1|h)}{\Pr(f_1)} = \frac{0.1 \cdot 0.5}{0.32} = 0.15625$$

$$\Pr(h|f_2) = \frac{\Pr(h)\Pr(f_2|h)}{\Pr(f_2)} = \frac{0.1 \cdot 0.3}{0.3} = 0.1$$

$$\Pr(h|f_3) = \frac{\Pr(h)\Pr(f_3|h)}{\Pr(f_3)} = \frac{0.1 \cdot 0.8}{0.44} = 0.18182$$

W ten sam sposób można wyliczyć prawdopodobieństwa rozważanych hipotez na podstawie dowolnych dwóch cech oraz wszystkich trzech cech.

Logika rozmyta (fuzzy logic)

Logika rozmyta została wprowadzona jako metoda reprezentacji i przetwarzania wiedzy o charakterze jakościowym. Podstawową zaletą logiki rozmytej jest stworzenie ścisłej interpretacji wiedzy o charakterze zdroworozsądkowym, która bazuje na pojęciach intuicyjnych lub kolokwialnych, takich jak „wysoki wzrost”, „wysokie dochody”, „niska cena”, „duża prędkość” itp. Pojęcia takie mogą być wykorzystane w połączeniu z regułami podobnymi jak w systemach wnioskowania w tradycyjnej logice.

Zbiór rozmyty

Zbiór rozmyty jest uogólnieniem pojęcia zbioru.

Rozważmy zbiór wartości *D*. Każdy podzbiór $A \in D$ może być opisany za pomocą funkcji charakterystycznej χ_A, zdefiniowanej następująco:

$$\chi_A = \begin{cases} 0 & x \notin A \\ 1 & x \in A \end{cases}$$

Zatem każdy element *x* z *D* albo należy do *A* (wówczas $\chi_A(x) = 1$), albo do niego nie należy (a wtedy $\chi_A(x) = 0$). *Z* kolei zbiór rozmyty *A* będący podzbiorem *D* ma tę cechę, że elementy mogą do niego należeć tylko częściowo. Odpowiednikiem funkcji charakterystycznej χ_A jest funkcja przynależności, przyjmująca wartości $0 \leq \mu_A(x) \leq 1$, Wartość 0 funkcji przynależności oznacza, że element *x* nie należy do zbioru *A*, zaś wartość większa od zera oznacza przynależność *x* do *A*.

Operacje na zbiorach rozmytych

Dopełnieniem zbioru $A \subseteq D$ jest zbiór $\overline{A} \subseteq D$, którego funkcja przynależności jest określona następująco:

$$\forall x \in D \quad \mu\overline{A}(x) = 1 - \mu_A(x)$$

Sumą zbiorów $A \subseteq D$ i $B \subseteq D$ jest taki zbiór $C \subseteq D$, którego funkcja przynależności jest określona następująco:

$\forall x \in D \quad \mu_C(x) = S(\mu_A(x), \mu_B(x))$,

gdzie *S* jest funkcją, nazywaną s-normą, spełniająca następujące warunki:

$S(m,n) \geq m$, $S(m,n) \geq n$, $S(m,n) \leq 1$

Iloczynem zbiorów $A \subseteq D$ i $B \subseteq D$ jest taki zbiór $C \subseteq D$, którego funkcja przynależności jest określona następująco:

$\forall x \in D \quad \mu_C(x) = P(\mu_A(x), \mu_B(x))$,

gdzie *P* jest funkcją, nazywaną p-normą, spełniająca następujące warunki:

$P(m,n) \leq m$, $P(m,n) \leq n$, $P(m,n) \geq 0$

Typowo wybiera się jako s-normę i p-normę następujące pary funkcji:

s-norma: `max`(*m*,*n*); p-norma: `min`(*m*,*n*) lub s-norma: `min`(*m*+*n*, 1); p-norma: *m* * *n*

Logika rozmyta

Załóżmy, że *D* jest zbiorem wartości argumentu pewnej funkcji zdaniowej *f*(*x*). Posługując się tradycyjną definicją zbioru możemy definiować zbiór *A* argumentów funkcji zdaniowej *f*(*x*), dla których przyjmuje ona wartość „prawda”. Funkcja charakterystyczna χ_A jednoznacznie wyznacza funkcję zdaniową, ponieważ *f*(*x*) =„prawda” wtedy i tylko wtedy gdy χ_A=1.

Tak więc pojęcia prawdy i fałszu mogą być zdefiniowane za pomocą funkcji charakterystycznej zbioru.

W przypadku zbiorów rozmytych prowadzi to do uogólnienia pojęcia prawdy – pojawia się „prawda częściowa”, której miernikiem jest wartość funkcji przynależności. Funkcje zdaniowe mogą przyjmować wartości z zakresu [0,1].

Korzystając z definicji operacji na zbiorach, można podać definicje negacji, alternatywy i koniunkcji, działające na wartościach z zakresu [0,1].

Negacją rozmytą wartości $x \in [0,1]$ jest wartość

$$y = \neg x = 1 - x$$

Alternatywą rozmytą wartości $x, y \in [0,1]$ jest wartość

$$z = x \vee y = S(x, y)$$

gdzie *S* oznacza s-normę

Koniunkcją rozmytą wartości $x, y \in [0,1]$ jest wartość

$$z = x \wedge y = P(x,y)$$

gdzie *P* oznacza p-normę.

Wnioskowanie rozmyte

Wnioskowanie jest procesem polegającym na sprawdzaniu możliwości wyprowadzenia formuły ze zbioru innych formuł, przy znanych regułach. Wnioskowanie rozmyte przebiega według takiego samego schematu jak wnioskowanie w logice klasycznej, z tym że definicje reguł wnioskowania ulegają modyfikacjom uwzględniającym konieczność posługiwania się wartościami „prawdziwości" z zakresu [0,1].

Przykład: reguła modus ponens

$$\frac{\alpha \rightarrow \beta,\ \alpha}{\beta}$$

Zakładamy tutaj, że reguła $\alpha \rightarrow \beta$ jest prawdziwa w stopniu 1, natomiast stopień prawdziwości formuły β jest identyczny stopniowi prawdziwości formuły α.

Prosty regulator rozmyty (FLC)

Logika rozmyta jest wykorzystywana na szerszą skalę przede wszystkim w systemach sterowania.

Przykład.

Prosty regulator rozmyty (FLC – fuzzy logic controller), którego zadaniem jest obserwacja wartości wielu sygnałów wejściowych (zakłóceń) i określanie wartości sygnału wyjściowego (sterowania), np. do sterowania siłą ciągu odkurzacza, określenia ustawień czasu naświetlania i przesłony na podstawie pomiaru natężenia oświetlenia, określania nastaw filtrów obrazu itp.

W takich zastosowaniach łatwo jest wyrazić sposób obsługi urządzenia za pomocą prostych reguł typu: „jeśli temperatura pomieszczenia jest niska i wolno spada, to ogrzewanie powinno być silniejsze”. Cechą charakterystyczną tego rodzaju reguł jest określanie wartości wielkości wejściowych i wyjściowych za pomocą wartości nieprecyzyjnych (typu „niskie”, „wysokie”, „szybkie”, „wolne”). W regulatorze FLC takie nieprecyzyjne wartości są reprezentowane jako rozmyte funkcje zdaniowe.

Schemat działania regulatora FLC:

Regulator obserwuje liczbowe wartości wielkości wejściowe. Wartości te są poddawane rozmywaniu: są zamieniane na ich jakościowe odpowiedniki – wartości lingwistyczne, na przykład „mały", „średni" i „duży". Wynikiem rozmywania jest utworzenie wielu stwierdzeń, typu „x jest małe", których stopień prawdziwości wynika z wartości funkcji zdaniowych dla obserwowanych wartości wejściowych.

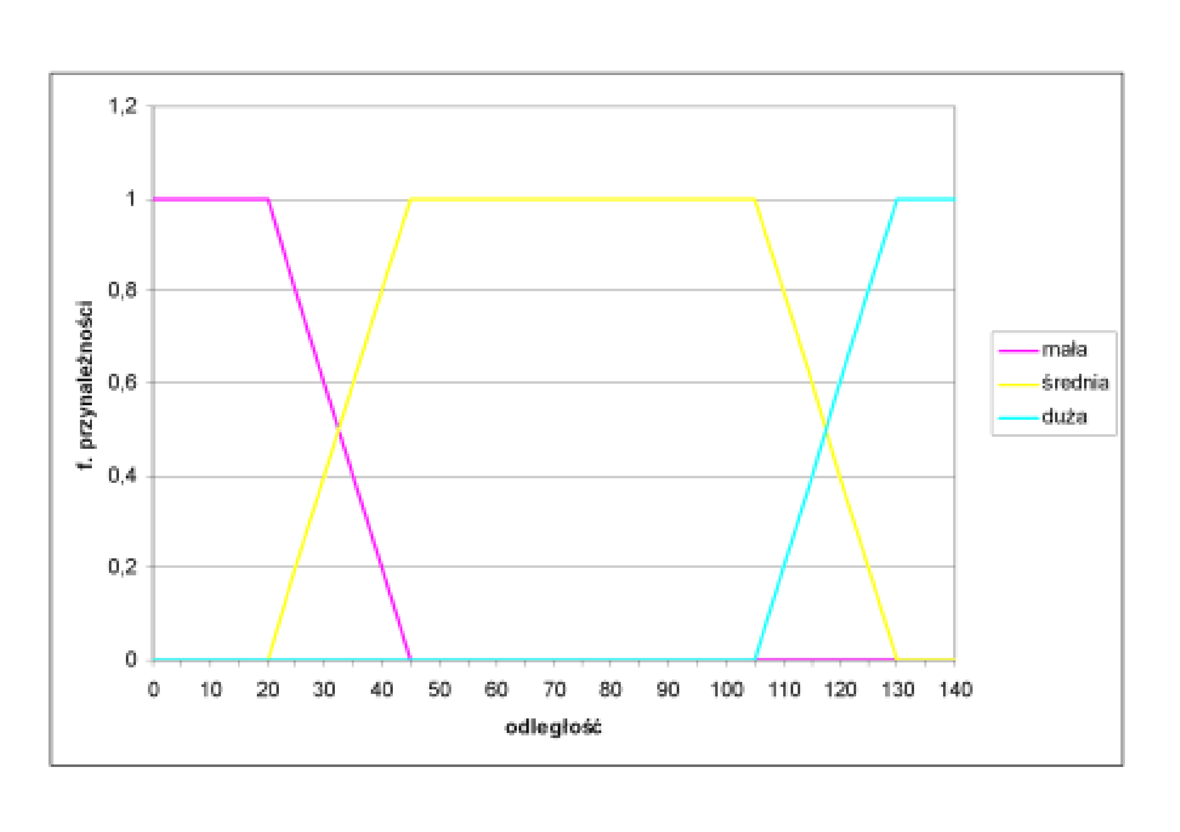
Regulator FLC jest wyposażony w zestaw reguł, których części przesłankowe są koniunkcjami stwierdzeń, zaś konkluzjami są stwierdzenia (rozmyte) o wielkości wyjściowej.

W czasie wnioskowania, dla każdej reguły z bazy reguł określa się stopień prawdziwości części przesłankowej (na podstawie stwierdzonego w fazie rozmywania stopnia prawdziwości każdego ze stwierdzeń). W ten sposób, stosując reguły, otrzymuje się wiele stwierdzeń (rozmytych) o wartości wielkości wyjściowej; stwierdzenia te pozostają ze sobą w alternatywie. Otrzymuje się zatem nową funkcję zdaniową $f_y : D_y \to [0,1]$ (D_y jest zbiorem wartości wielkości wejściowej), będącą wynikiem etapu wnioskowania.

Ostatnim etapem jest wyostrzanie, w którym wyznacza się wartość liczbową wielkości wyjściowej na podstawie uzyskanej w czasie wnioskowania funkcji zdaniowej – mamy zastąpić funkcję f_y jedną liczbą. Wykonujemy zatem działanie zbliżone do obliczenia wartości oczekiwanej zmiennej losowej na podstawie znajomości jej funkcji gęstości, np. metodą środka ciężkości CoA (ang. Center of Area):

$$y_{CoA} = \frac{\int_D x f_y(x)dx}{\int_D f_y(x)dx}$$

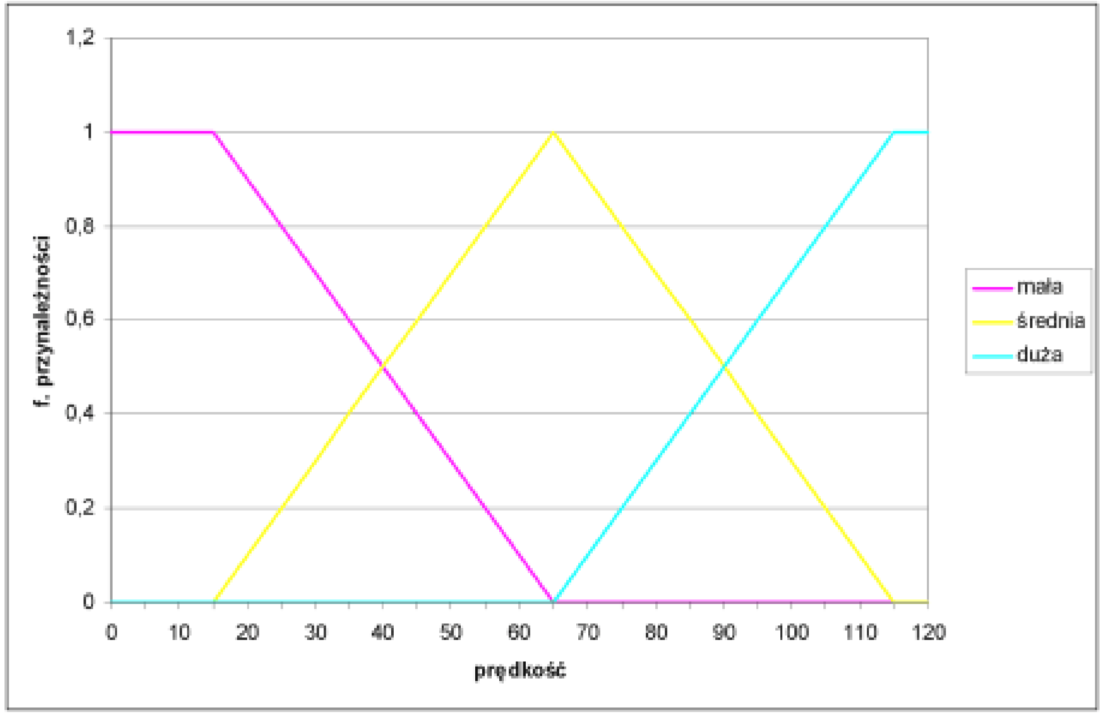
Symulacja FLC



Zadanie polega na podjęciu decyzji o wartości przyspieszenia samochodu w sytuacji dojeżdżania do skrzyżowania, na którym światło zmieniło się z zielonego na żółte.

Wielkościami wpływającymi na decyzję będą: aktualna prędkość samochodu i odległość od skrzyżowania.

Pomierzone wartości tych wielkości są następnie poddawane rozmywaniu: są zamieniane na ich jakościowe odpowiedniki: „mały”, „średni” i „duży”, wg rysunków.


1,2
1
0,8
0,6
0,4
0,2
0
f. przynależności
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
prędkość
mała
średnia
duża

Rozważmy trzy przypadki wielkości wejściowych:

1.

odległość	prędkość
30	50

2.

odległość	prędkość
100	50

3.

odległość	prędkość
30	65

Rozmywanie.

Odczytane z wykresów wartości lingwistyczne są dla poszczególnych przypadków następujące:

1.

	odległość	prędkość
mała	0,6	0,3
średnia	0,4	0,7
duża	0	0

2.

	odległość	prędkość
mała	0	0,3
średnia	1	0,7
duża	0	0

3.

	odległość	prędkość
mała	0,6	0
średnia	0,4	1
duża	0	0

Wnioskowanie.

Niech wnioskowanie odbywa się zgodnie z zestawem reguł:

odległość	prędkość	przyspieszenie
mała	mała	duże−
średnia	mała	małe−
duża	mała	małe−
mała	średnia	duże+
średnia	średnia	małe−
duża	średnia	małe−
mała	duża	małe+
średnia	duża	duże−
duża	duża	małe−

Reguły wnioskowania wraz ze stopniem prawdziwości konkluzji (określonym na podstawie koniunkcji przesłanek) dla rozważanych przypadków (pominięte zostały reguły z nieprawdziwą koniunkcją przesłanek):

1.

odległość	prędkość	przyspieszenie	min(odległość, prędkość)
mała	mała	duże−	0,3
średnia	mała	małe−	0,3
mała	średnia	duże+	0,6
średnia	średnia	małe−	0,4

2.

odległość	prędkość	przyspieszenie	min(odległość, prędkość)
mała	średnia	duże+	0,3
średnia	średnia	małe−	0,7

3.

odległość	prędkość	przyspieszenie	min(odległość, prędkość)
mała	średnia	duże+	0,6
średnia	średnia	małe−	0,4

Wynikiem wnioskowania są następujące wartości lingwistyczne (podane wraz ze stopniem prawdziwości):

1.

przyspieszenie	
duże−	0,3
małe−	0,3
małe+	0
duże+	0,6

2.

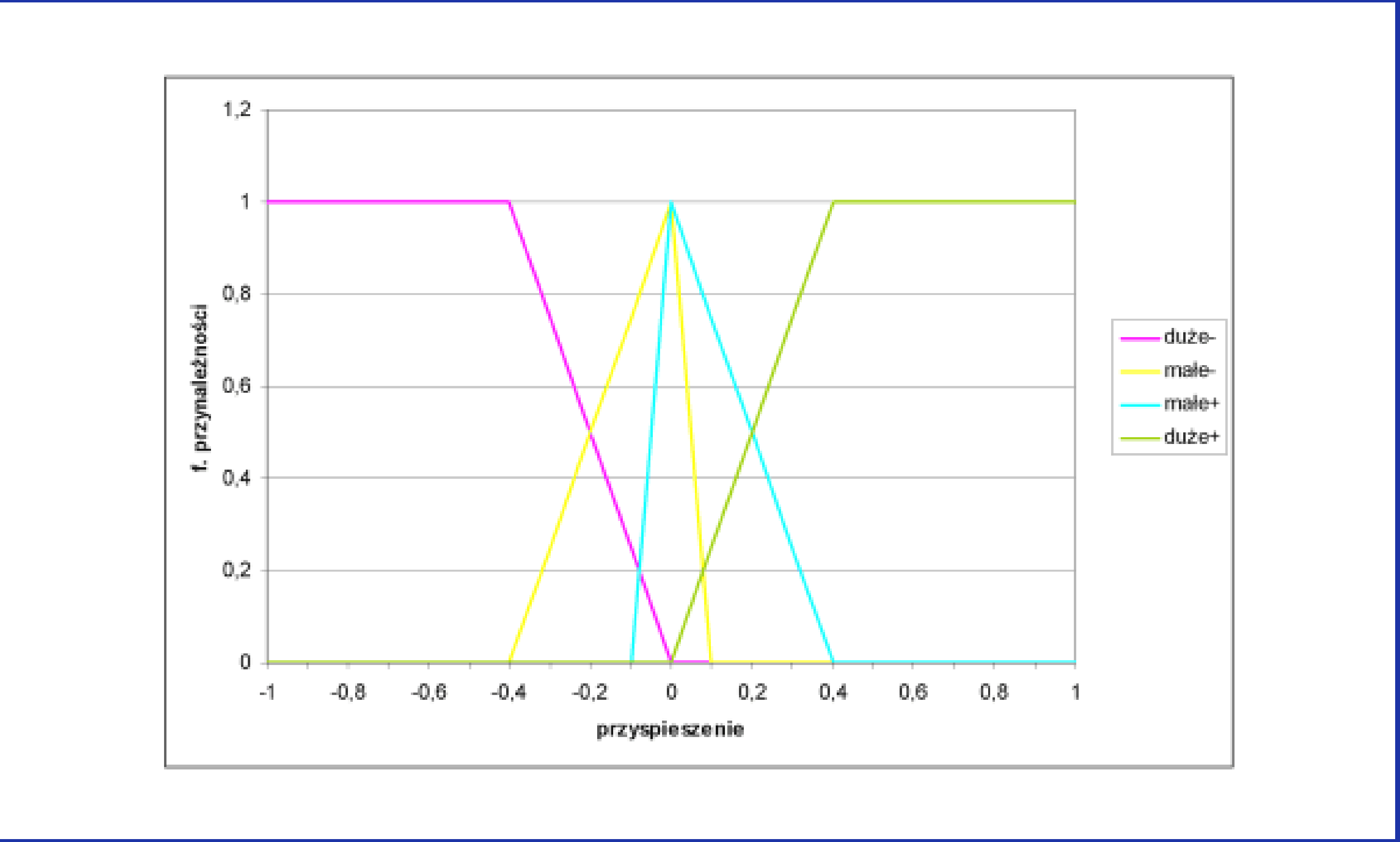
przyspieszenie	
duże−	0
małe−	0,7
małe+	0
duże+	0,3

3.

przyspieszenie	
duże−	0
małe−	0,4
małe+	0
duże+	0,6

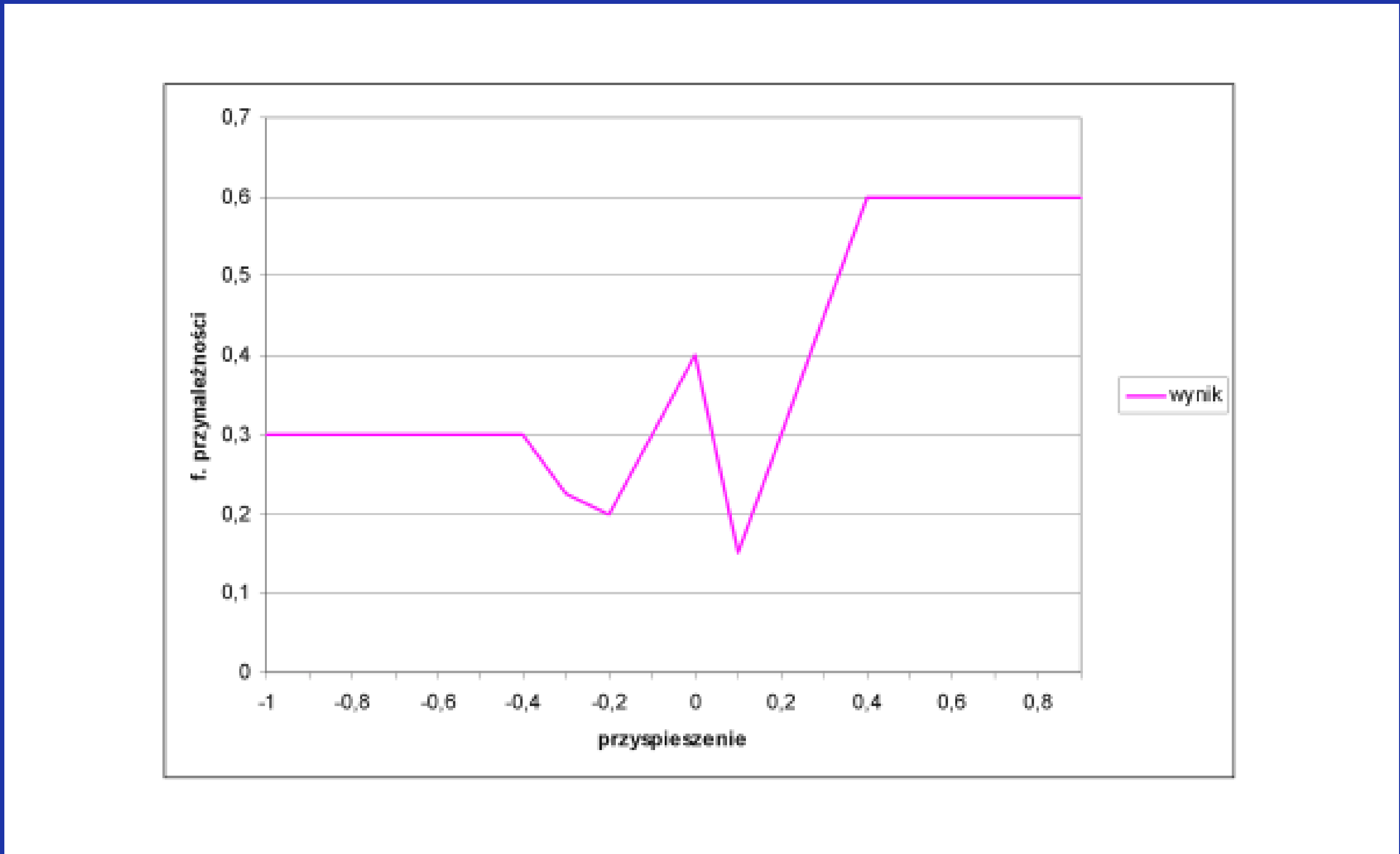
Wyostrzanie.

Załóżmy funkcje przynależności dla zmiennej wyjściowej jak na poniżej:



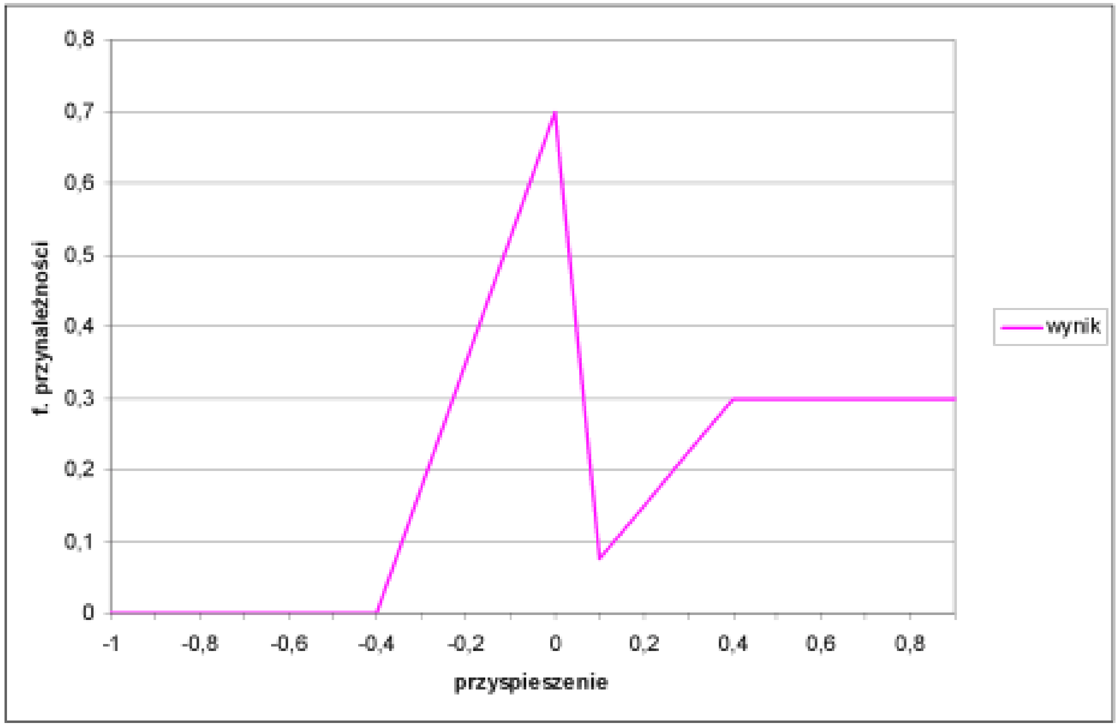
W wyniku wnioskowania, dla każdego z rozważanych trzech przypadków, otrzymamy inne kształty funkcji przynależności, zobrazowane na rysunkach poniżej. W celu wyznaczenia wartości liczbowej przyspieszenia zastosujemy metodę środka ciężkości (CoA).

Zestaw 1:



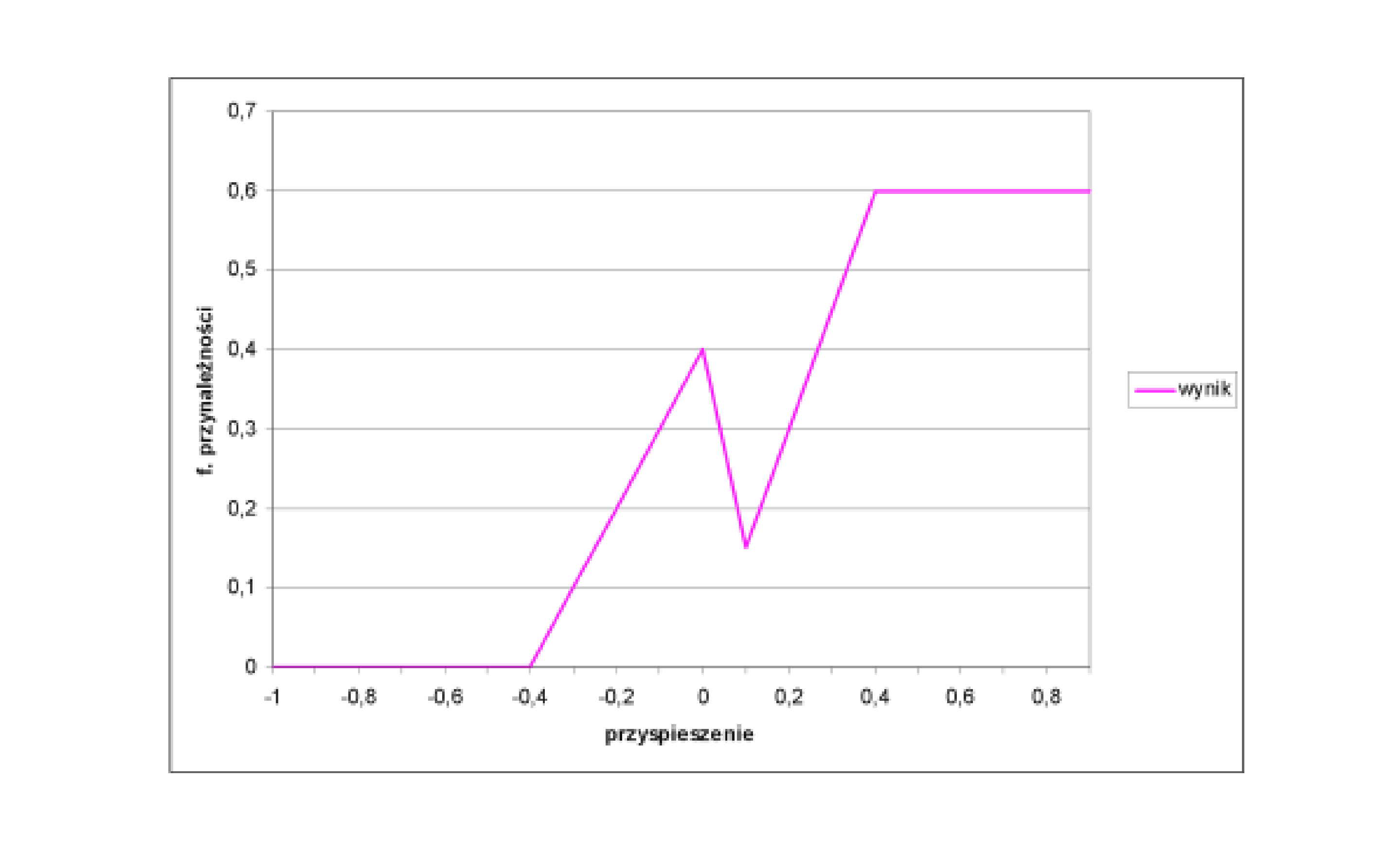
Wynik wyostrzania: 0.150

Zestaw 2:



Wynik wyostrzania: 0.140

Zestaw 3:



Wynik wyostrzania: 0.305