POLITECHNIKA GDAŃSKA

Bazy wiedzy

(wykład 2)

prof. dr hab. Krzysztof Goczyła

dr inż. Aleksander Waloszek

dr inż. Wojciech Waloszek

dr inż.Teresa Zawadzka

Katedra Inżynierii Oprogramowania
Wydział Elektroniki, Telekomunikacji i Informatyki
Politechnika Gdańska

Logika opisowa – interpretacja

Z formalnego punktu widzenia *interpretacja* to para $\mathcal{I}=(\Delta, \bullet^{\mathcal{I}})$, gdzie Δ jest dziedziną, a $\bullet^{\mathcal{I}}$ to odwzorowanie przypisujące:

- każdemu konceptowi C podzbiór Δ: $C^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta$,
- każdej roli R podzbiór $\Delta \times \Delta$: $R^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta \times \Delta$,
- każdej nazwie osobnika a element Δ: $a^{\mathcal{I}} \in \Delta$.

Odwzorowanie to musi spełnić następujące warunki:

$\top^{\mathcal{I}} = \Delta$

$\bot^{\mathcal{I}} = \varnothing$

$(C \sqcap D)^{\mathcal{I}} = C^{\mathcal{I}} \cap D^{\mathcal{I}}$

$(C \sqcup D)^{\mathcal{I}} = C^{\mathcal{I}} \cup D^{\mathcal{I}}$

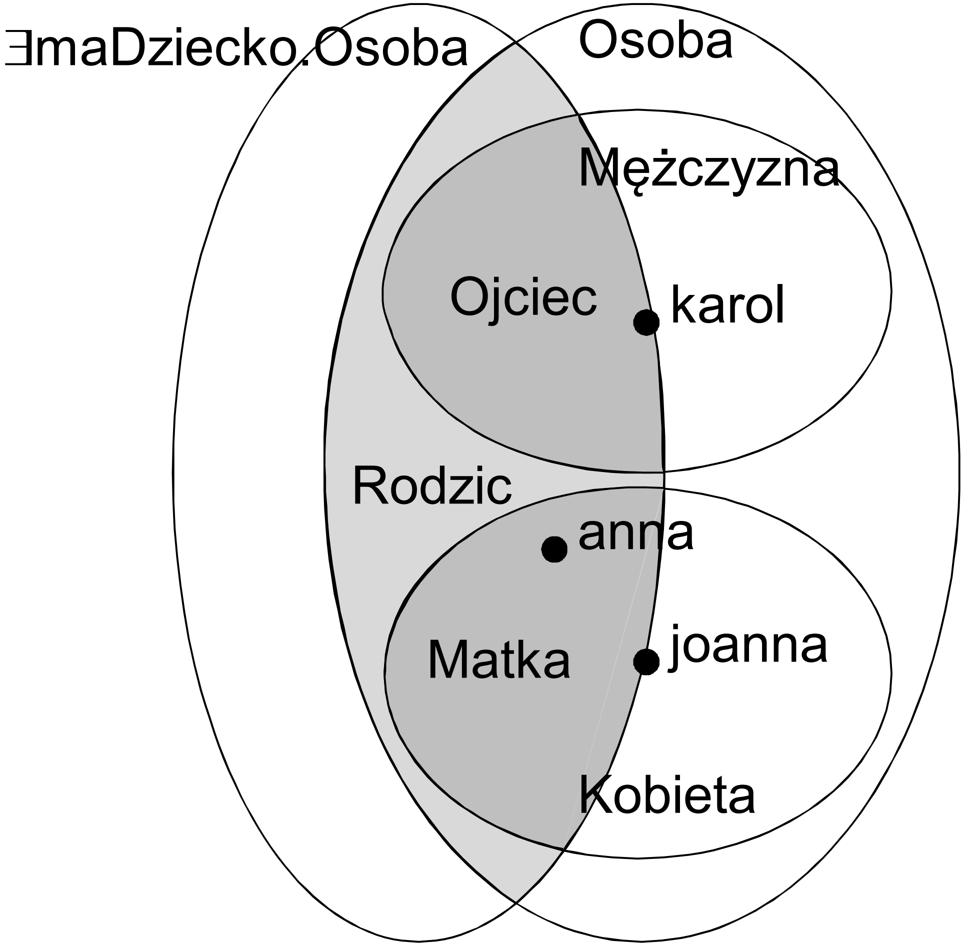
$(\neg C)^{\mathcal{I}} = \Delta - C^{\mathcal{I}}$

$(\exists R.C)^{\mathcal{I}} = \{e \in \Delta: \exists f: (e, f) \in R^{\mathcal{I}}, f \in C^{\mathcal{I}}\}$

$(\forall R.C)^{\mathcal{I}} = \{e \in \Delta: \forall f: (e, f) \in R^{\mathcal{I}} \rightarrow f \in C^{\mathcal{I}}\}$

Logika opisowa – semantyka

Przykład interpretacji. Interpretacja taka mogła powstać tylko na podstawie pewnego zbioru zdań.



Semantyka – wynikanie i spełnianie

- Załóżmy, że $\mathcal{I}$ jest interpretacją zbioru zdań S.
- Fakt **spełniania** pewnego zdania ϕ przez interpretację $\mathcal{I}$ zapisujemy jako $\mathcal{I} \vDash \phi$.
- Interpretacja $\mathcal{I}$ **spełnia** S ($\mathcal{I} \vDash S$), spełniając każde zdanie $\phi \in S$; taką interpretację nazywamy **modelem**.
- Zdanie ϕ' **wynika** (**semantycznie**) z S ($S \vDash \phi'$), gdy każdy model S spełnia też ϕ':

$$S \vDash \phi' \leftrightarrow \forall \mathcal{I}: \mathcal{I} \vDash S \rightarrow \mathcal{I} \vDash \phi'$$

Logika opisowa – OWA

Cechą charakterystyczną semantyki DL jest **założenie świata otwartego** (OWA – Open World Asupmtion).

Podstawowe cechy tego podejścia:

1. Dla danego zbioru zdań istnieje nieskończona liczba interpretacji będących jego modelami.
2. Każde zdanie należy traktować jako ograniczenie eliminujące pewną liczbę modeli.
3. Istnieją modele „lepsze” i „gorsze”. Lepsze to takie, które nie posiadają ograniczeń, których nie narzucają zdania.
4. Jednak musimy mieć świadomość, że nigdy nie posiadamy pełnej wiedzy. Oznacza to, że przy braku danych pozwalających sformułować odpowiedź na zadane nam pytanie powinniśmy odpowiedzieć „nie wiem”.

Logika opisowa – spełnianie zdań

Przykład „rodzinny”:

Aksjomaty:

Mężczyzna $\sqsubseteq$ Osoba

Kobieta $\sqsubseteq$ Osoba

Kobieta $\sqcap$ Mężczyzna $\equiv \perp$

Rodzic $\equiv$ Osoba $\sqcap$ $\exists$maDziecko.Osoba

Ojciec $\equiv$ Mężczyzna $\sqcap$ Rodzic

Matka $\equiv$ Kobieta $\sqcap$ Rodzic

Asercje:

Kobieta (Anna)

Kobieta (Joanna)

Mężczyzna (Karol)

maDziecko (Anna, Joanna)

maDziecko (Anna, Karol)

Logika opisowa – spełnianie zdań

Przykład „rodzinny”:

Aksjomaty:

Mężczyzna $\sqsubseteq$ Osoba

Pierwsze zdanie wprowadza dwa koncepty: Osoba i Mężczyzna oraz związek dziedziczenia między nimi.
Ale niejawnie istnieją jeszcze dwa zdania (każdy koncept musi dziedziczyć od konceptu uniwersalnego):

Osoba $\sqsubseteq$ T
Mężczyzna $\sqsubseteq$ T

Zacznijmy od tego pierwszego zdania.

Logika opisowa – spełnianie zdań

Aksjomaty:

Osoba $\sqsubseteq$ T

Co to znaczy, że istnieje nieskończona liczba modeli (punkt 1 z listy cech OWA)?

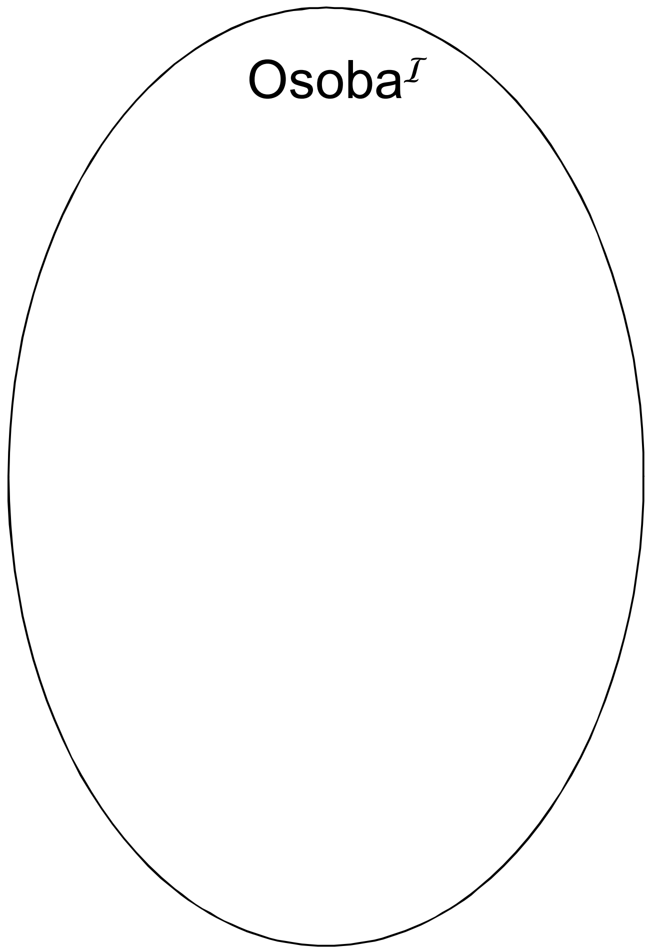
Załóżmy, że powierzchnia naszego slajdu jest naszą dziedziną Δ. Interpretacja konceptu Osoba może być w dowolnym miejscu naszej dziedziny...

Logika opisowa – spełnianie zdań

Aksjomaty:

Osoba $\sqsubseteq \top$

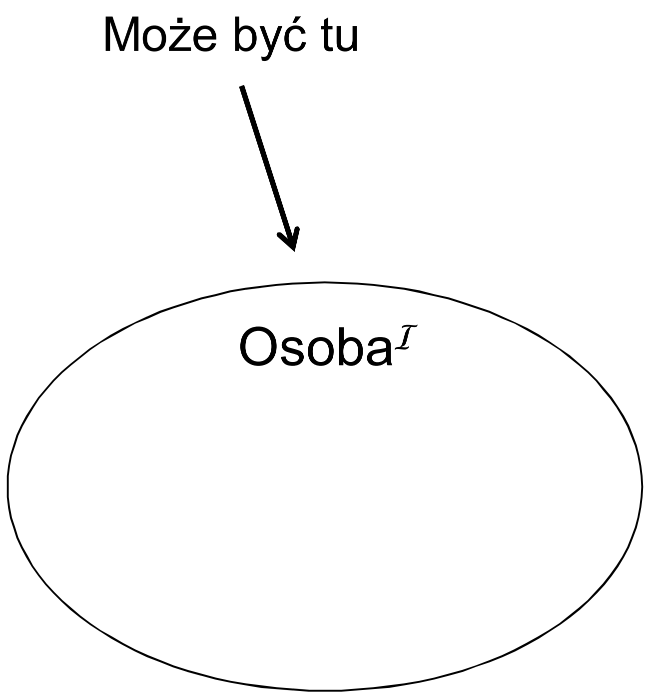
Może być tu



Logika opisowa – spełnianie zdań

Aksjomaty:

Osoba $\sqsubseteq$ T



Logika opisowa – spełnianie zdań

$Osoba^{\mathcal{I}}$

Aksjomaty:

$Osoba \sqsubseteq \top$

Może być tu

Logika opisowa – spełnianie zdań

Aksjomaty:

Osoba $\sqsubseteq$ T

Za każdym razem koncept obejmował inne osobniki dziedziny, ale to nie szkodzi, ponieważ nie mamy żadnego ograniczenia w tym względzie.

Logika opisowa – spełnianie zdań

Aksjomaty:

Osoba $\sqsubseteq$ T

Dopiero wprowadzenie asercji przypisującej jakiś obiekt dziedziny do konceptu Osoba odbiera nam do pewnego stopnia swobodę interpretowania tego konceptu.

Logika opisowa – spełnianie zdań

Aksjomaty:

Osoba $\sqsubseteq$ T

Dodajmy zdanie: $\text{jan}^{\mathcal{I}}$

Osoba(jan)

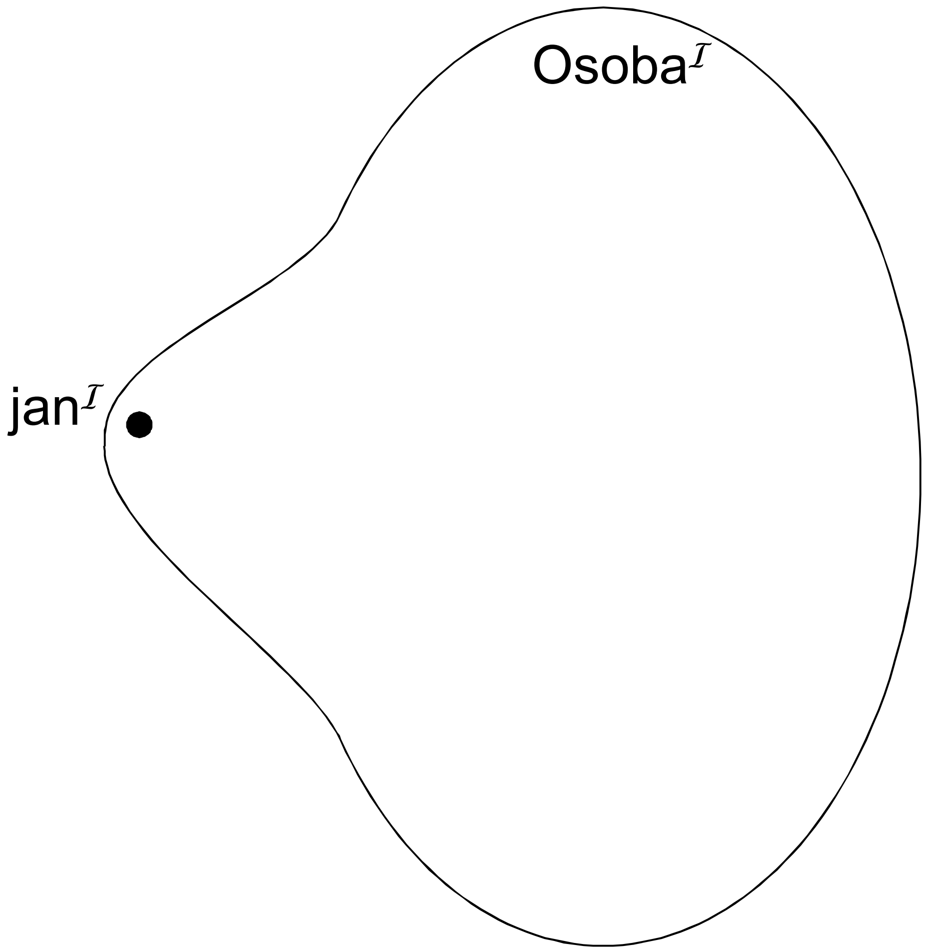
i przyjmijmy, że jego interpretacją jest ten punkt dziedziny:

Logika opisowa – spełnianie zdań

Aksjomaty:

Osoba $\sqsubseteq \top$

Wtedy może być tak:

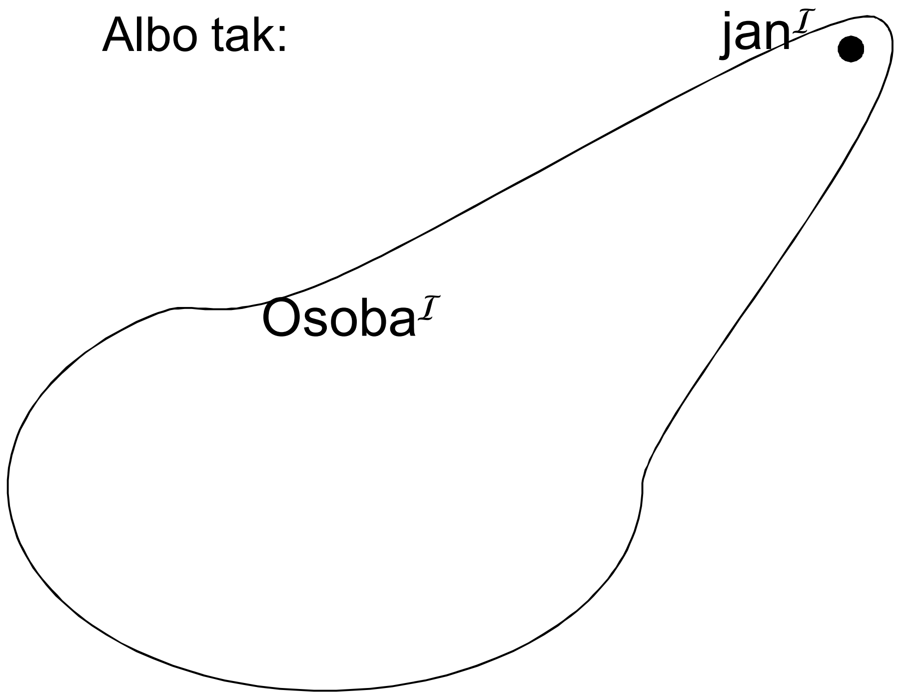


Logika opisowa – spełnianie zdań

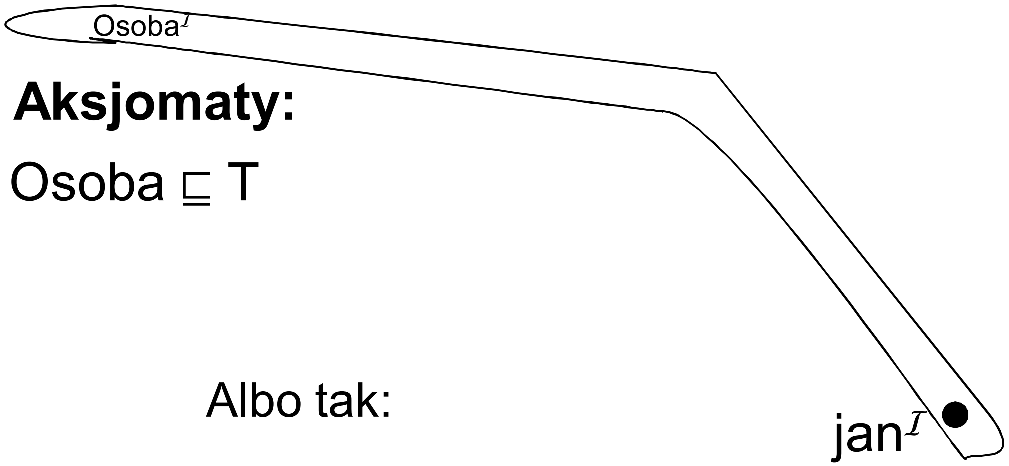
Aksjomaty:

Osoba $\sqsubseteq$ T

Albo tak:



Logika opisowa – spełnianie zdań



Aksjomaty:

$Osoba \sqsubseteq \top$

Albo tak:

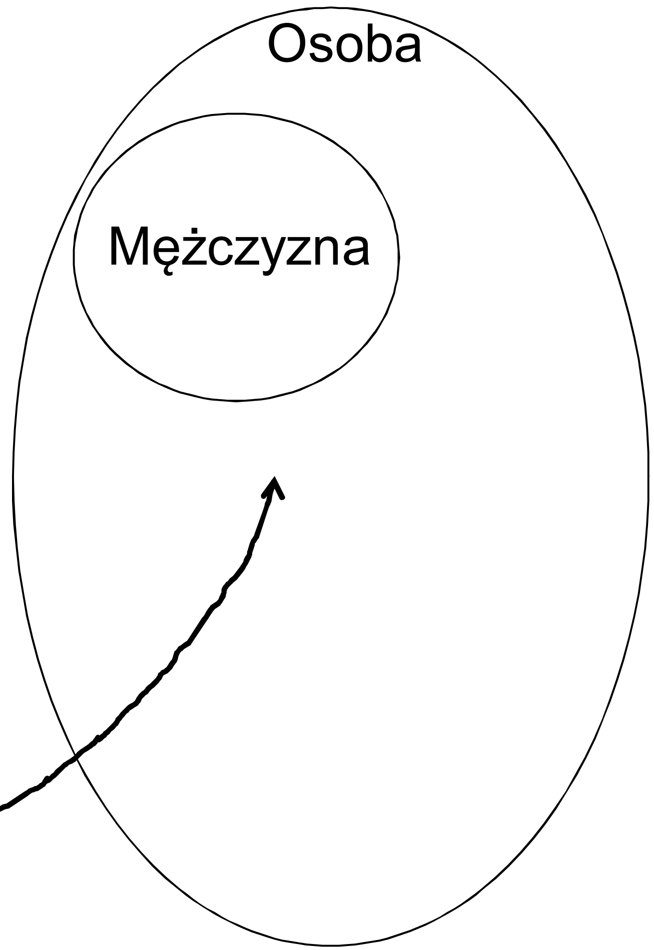
Wszystko jedno jak, byleby punkt $jan^{\mathcal{I}}$ znalazł się w obrębie zbioru $Osoba^{\mathcal{I}}$.
Zdanie Osoba(jan) jest więc ograniczeniem (punkt 2 z listy cech OWA) eliminującym wszystkie interpretacje, w których zbiór $Osoba^{\mathcal{I}}$ nie zawiera punktu $jan^{\mathcal{I}}$.

Logika opisowa – spełnianie zdań

Przykład „rodzinny”:

Aksjomaty:

Mężczyzna ⊑ Osoba



Wróćmy do naszego przykładu.
Zdanie Mężczyzna ⊑ Osoba
jest także ograniczeniem
eliminującym wszystkie interpretacje,
w których zbiór Mężczyzna nie
zawiera się w całości w zbiorze
Osoba.
Czyli może być tak:

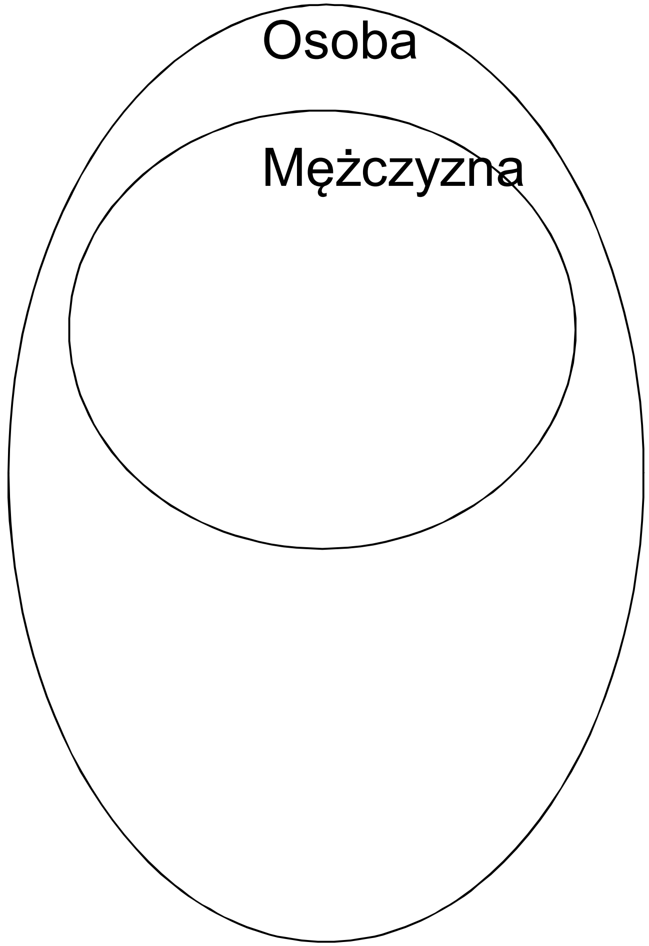
Logika opisowa – spełnianie zdań

Przykład „rodzinny”:

Aksjomaty:

Mężczyzna $\sqsubseteq$ Osoba

Albo tak

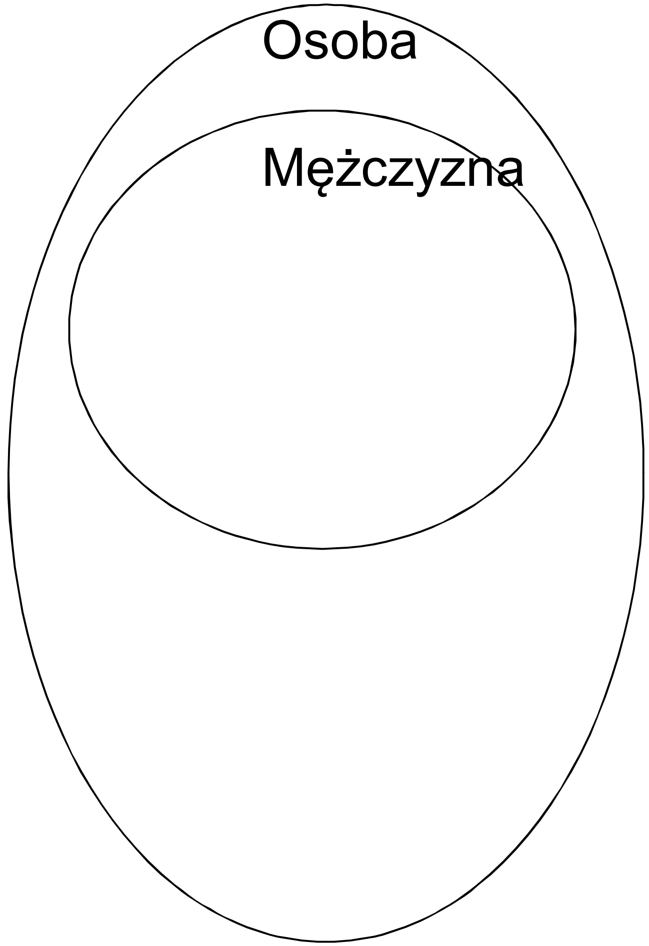


Logika opisowa – spełnianie zdań

Przykład „rodzinny”:

Aksjomaty:

Mężczyzna ⊑ Osoba



Co to znaczy, że istnieją modele „lepsze” i „gorsze” (punkt 3 z listy cech OWA)?
Wyjaśnimy to na przykładzie zdania
Kobieta ⊑ Osoba

Logika opisowa – spełnianie zdań

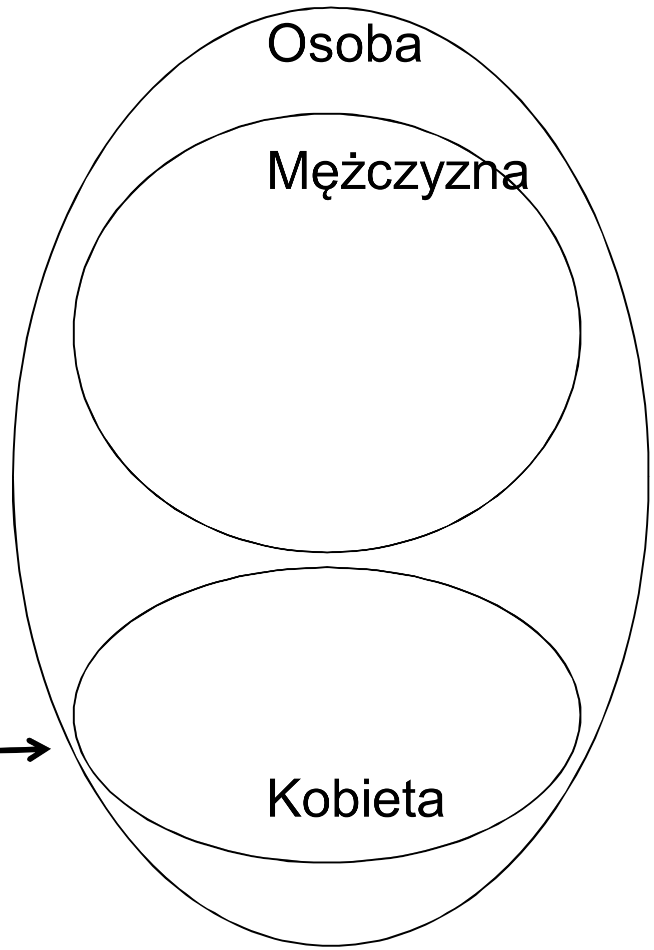
Przykład „rodzinny”:

Aksjomaty:

Mężczyzna $\sqsubseteq$ Osoba

Kobieta $\sqsubseteq$ Osoba

Zdanie to narzuca tylko jedno ograniczenie: zbiór Kobieta musi znajdować się w obrębie zbioru Osoba.
Czyli np. tu (propozycja 1):



POLITECHNIKA GDAŃSKA

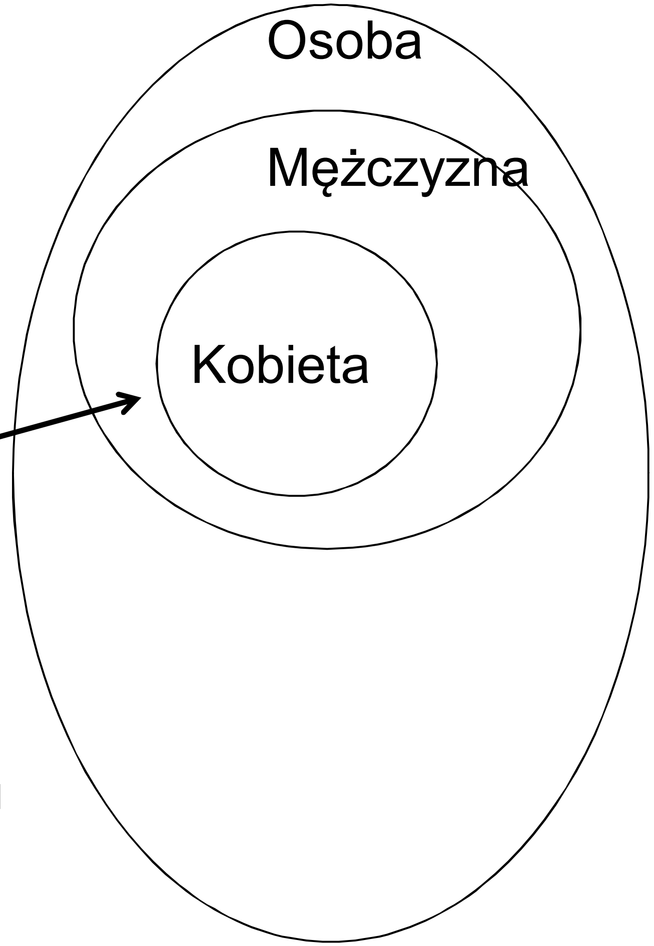
Logika opisowa – spełnianie zdań

Przykład „rodzinny”:

Aksjomaty:

Mężczyzna $\sqsubseteq$ Osoba

Kobieta $\sqsubseteq$ Osoba



Albo tu (propozycja 2):

Obie propozycje są modelami powyższego zbioru zdań. Ale są to modele „gorsze”.
Dlaczego?

Logika opisowa – spełnianie zdań

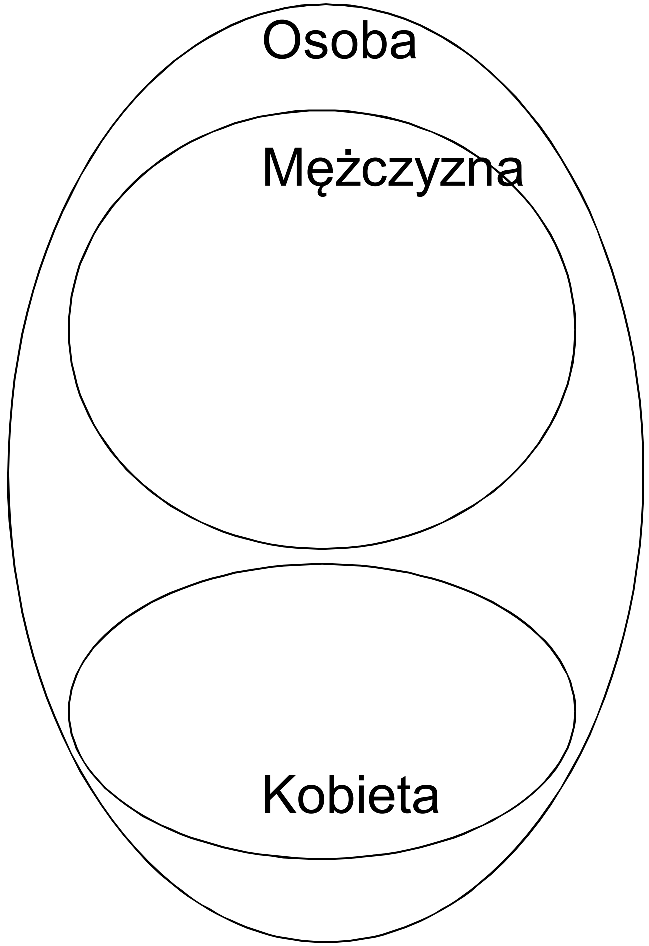
Przykład „rodzinny”:

Aksjomaty:

Mężczyzna $\sqsubseteq$ Osoba

Kobieta $\sqsubseteq$ Osoba

Dlatego, że ta propozycja dodaje ograniczenie mówiące że koncept Kobieta jest rozłączny z konceptem Mężczyzna.



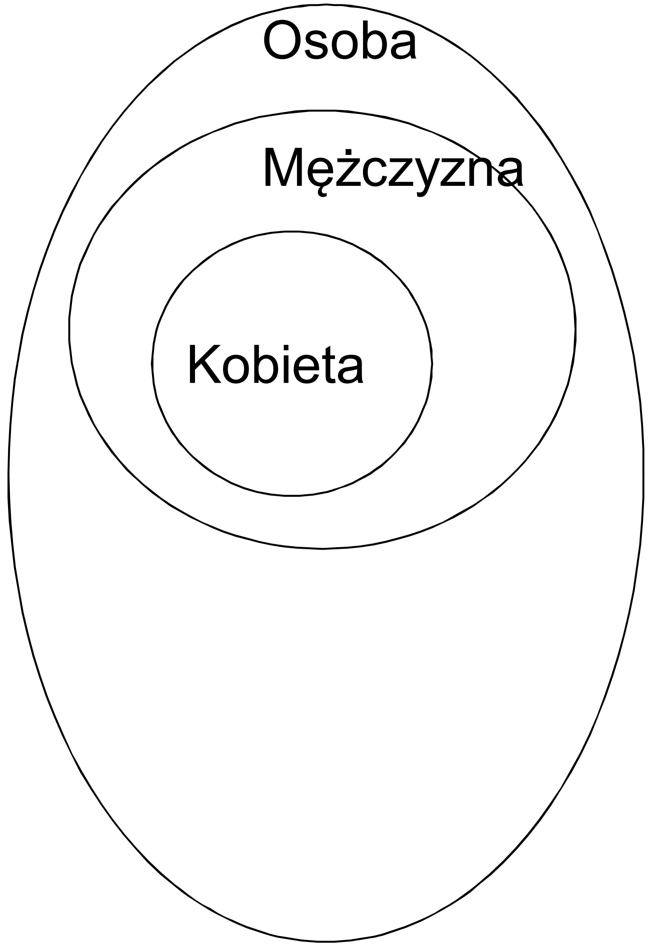
Logika opisowa – spełnianie zdań

Przykład „rodzinny”:

Aksjomaty:

Mężczyzna $\sqsubseteq$ Osoba

Kobieta $\sqsubseteq$ Osoba



A ta propozycja dodaje ograniczenie mówiące że koncept Kobieta dziedziczy od konceptu Mężczyzna

Takie ograniczenia nie istnieją w rozpatrywanym zbiorze zdań.

Logika opisowa – spełnianie zdań

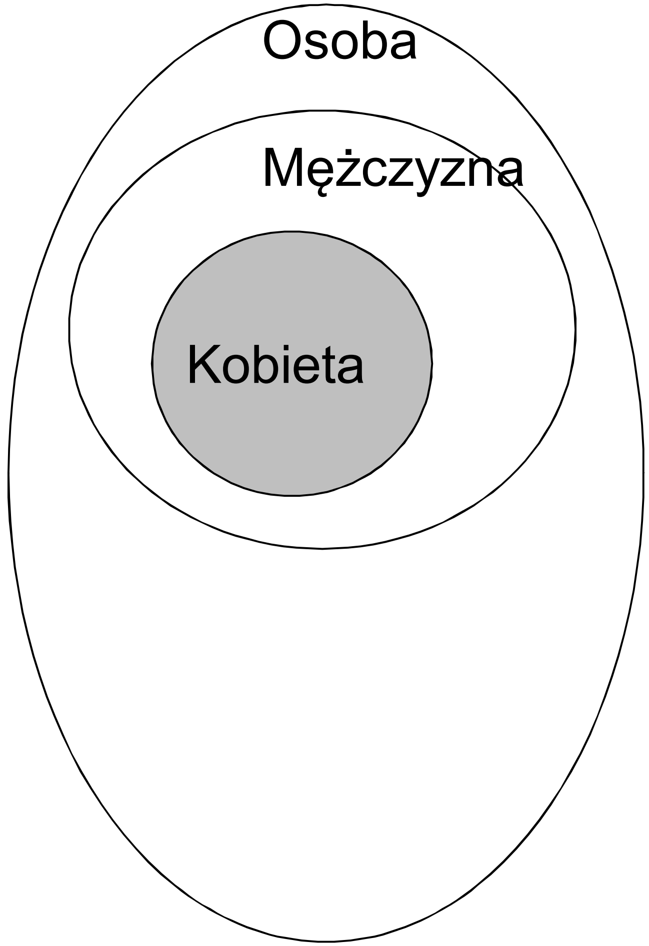
Przykład „rodzinny”:

Aksjomaty:

Mężczyzna $\sqsubseteq$ Osoba

Kobieta $\sqsubseteq$ Osoba

Kobieta $\sqcap$ Mężczyzna $\equiv \bot$



„Gorszość” takiego modelu widać wyraźnie w świetle kolejnego aksjomatu: Kobieta $\sqcap$ Mężczyzna $\equiv \bot$. Ten aksjomat mówi, że wspólna część konceptów Kobieta i Mężczyzna nie istnieje (jest tożsama z konceptem Bottom).
W tym modelu po wprowadzeniu tego aksjomatu koncept Kobieta zniknąłby z diagramu Venna.

POLITECHNIKA GDAŃSKA

Logika opisowa – spełnianie zdań

Przykład „rodzinny”:

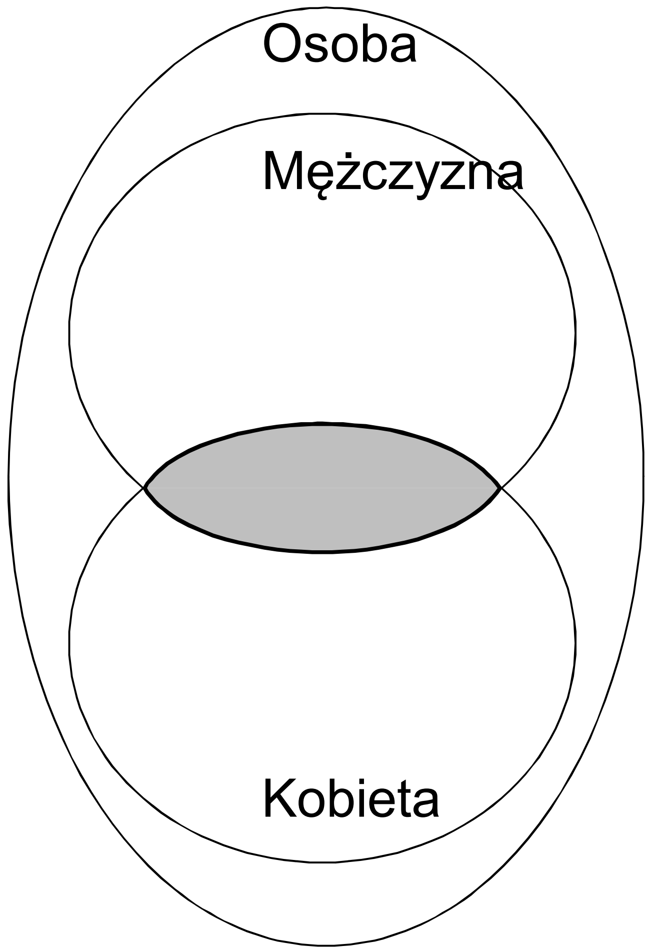
Aksjomaty:

Mężczyzna $\sqsubseteq$ Osoba

Kobieta $\sqsubseteq$ Osoba

Kobieta $\sqcap$ Mężczyzna $\equiv \perp$

„Lepszym” modelem jest interpretacja, w której koncepty Kobieta i Mężczyzna przecinają się.



Logika opisowa – spełnianie zdań

Przykład „rodzinny”:

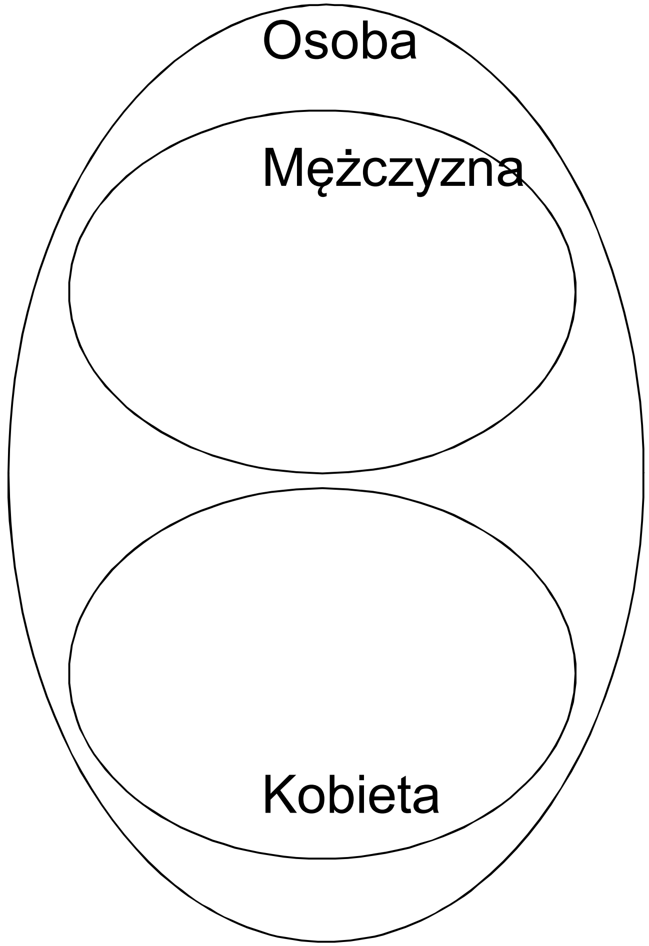
Aksjomaty:

Mężczyzna $\sqsubseteq$ Osoba

Kobieta $\sqsubseteq$ Osoba

Kobieta $\sqcap$ Mężczyzna $\equiv \bot$

Dzięki temu rozpatrywany aksjomat nie spowoduje zniknięcia konceptu Kobieta z diagramu.



Logika opisowa – spełnianie zdań

Przykład „rodzinny”:

Aksjomaty:

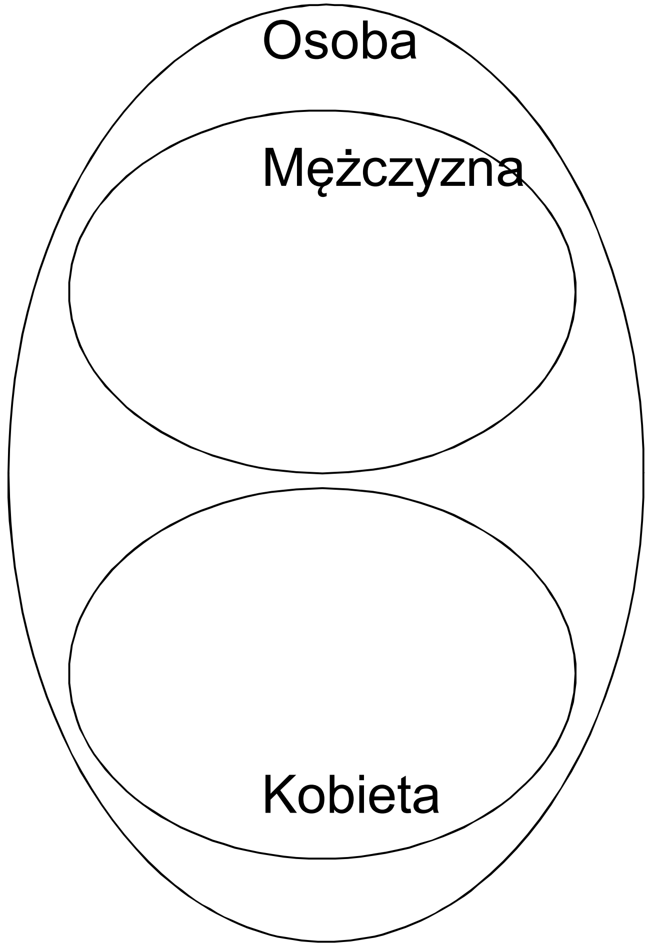
Mężczyzna $\sqsubseteq$ Osoba

Kobieta $\sqsubseteq$ Osoba

Kobieta $\sqcap$ Mężczyzna $\equiv \perp$

Powiecie: przecież ten model jest identyczny z propozycją 1! Przewidzieliśmy to! Przecież koncepty Mężczyzna i Kobieta muszą być rozłączne!

Nieprawda.



Nadinterpretacja

Tworząc projekt systemu opieramy się na specyfikacji dostarczonej przez klienta.
Specyfikacja to opis, czyli zbiór zdań.

Jednym z największym błędów analityka jest bezkrytyczne nakładanie na ten zbiór własnej wiedzy.

Zanim padnie zdanie $\text{Kobieta} \sqcap \text{Mężczyzna} \equiv \perp$ nie wiemy, co na ten temat sądzi nasz klient.

A jeśli ten klient jest ze środowisk LGBT? (Facebook proponuje 56 płci).

POLITECHNIKA GDAŃSKA

Presupozycje

Werner Herzog, *Zagadka Kaspara Hausera*:

W połowie drogi między miastem kłamców i miastem ludzi prawdomównych spotykasz człowieka. Jakie pytanie mu zadasz, aby dowiedzieć się, z którego miasta pochodzi?

Presupozycje

Werner Herzog, *Zagadka Kaspara Hausera*:

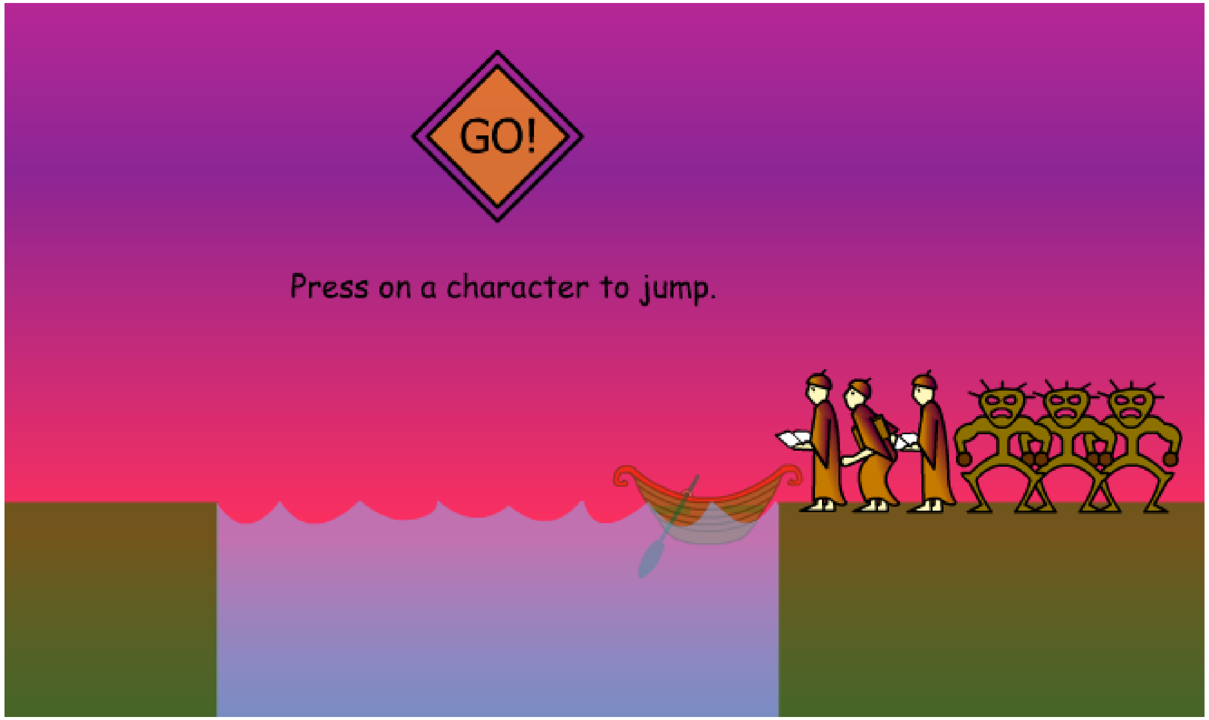
W połowie drogi między miastem kłamców i miastem ludzi prawdomównych spotykasz człowieka. Jakie pytanie mu zadasz, aby dowiedzieć się, z którego miasta pochodzi?

Kaspar Hauser: Powiedz mi, czy jesteś małą, zieloną żabką?

POLITECHNIKA GDAŃSKA

Presupozycje

Jak przeprawić się przez rzekę?



http://joemonster.org/gry/22610

POLITECHNIKA GDAŃSKA

Presupozycje

John McCarthy:

Rozwiązanie tej zagadki wymaga wielu założeń.

- Skąd wiadomo, że łódź może pływać?
- Kto to są kanibale?
- Dlaczego misjonarz nie może zjeść kanibala?
- Dlaczego nie można przejść przez most (który jest być może kilometr w górę rzeki)?

OpenCyc – ontologia wiedzy powszechnej

Presupozycje

Czy przestał Pan bić żonę?

.

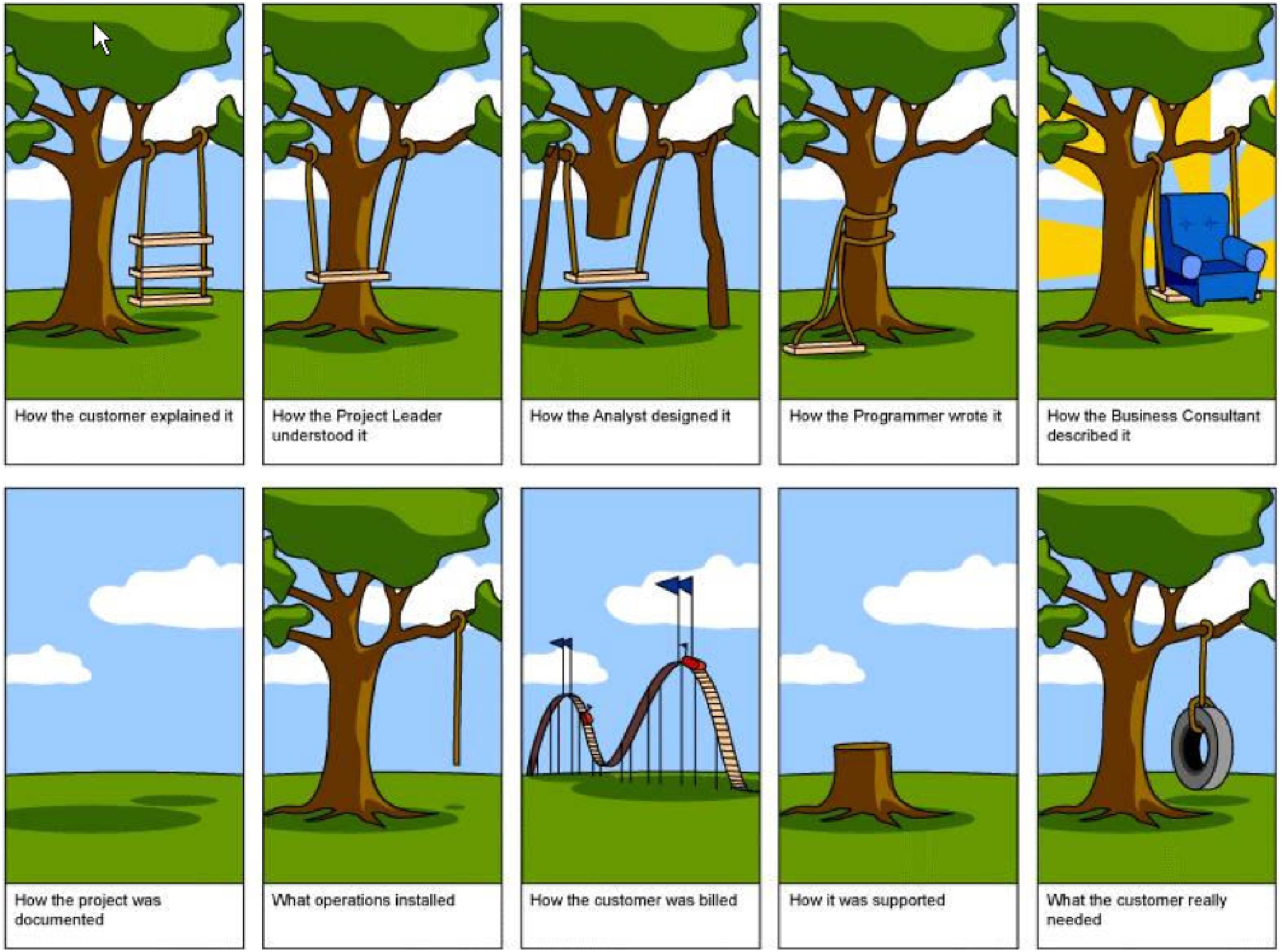
Presupozycje

Czy przestał Pan bić żonę?

Na pytanie „czy" odpowiedź powinna brzmieć „tak" lub „nie". W obu przypadkach potwierdzamy presupozycję, że bijemy lub biliśmy żonę.

POLITECHNIKA GDAŃSKA

Znacie to?



Nadinterpretacja

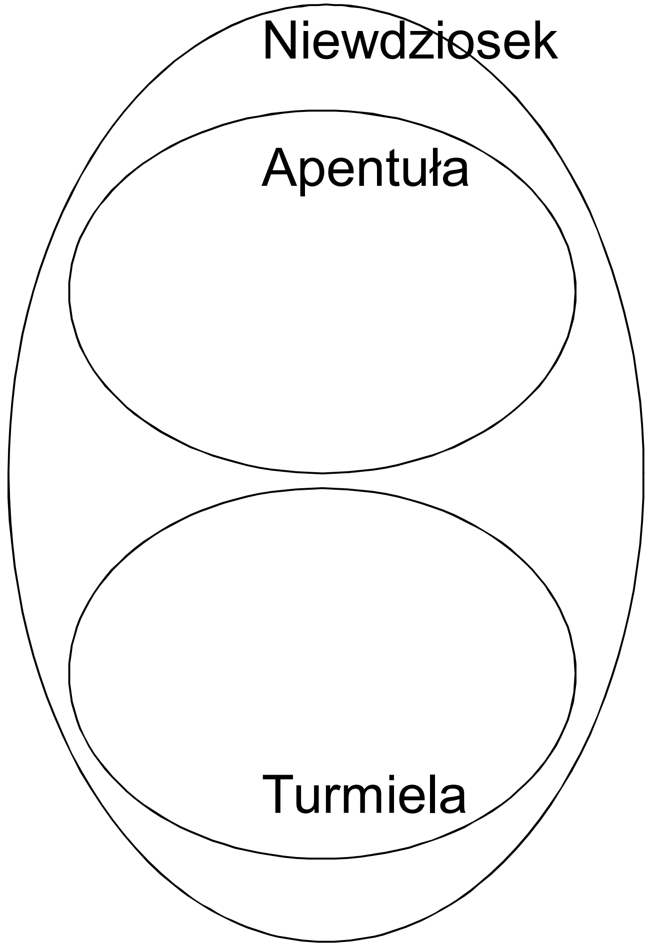
Dobra rada: aby uniknąć nadinterpretacji zmieńmy nazwy konceptów na nieistniejące w języku naturalnym.
Na przykład:

Aksjomaty:

Apentuła $\sqsubseteq$ Niewdziosek

Turmiela $\sqsubseteq$ Niewdziosek

Turmiela $\sqcap$ Apentuła $\equiv \perp$



(Nazwy zapożyczone z opowiadania Stanisława Lema „Wyprawa pierwsza A, czyli Elektrybałt Trurla”)

Logika opisowa – spełnianie zdań

Przykład „rodzinny”:

Aksjomaty:

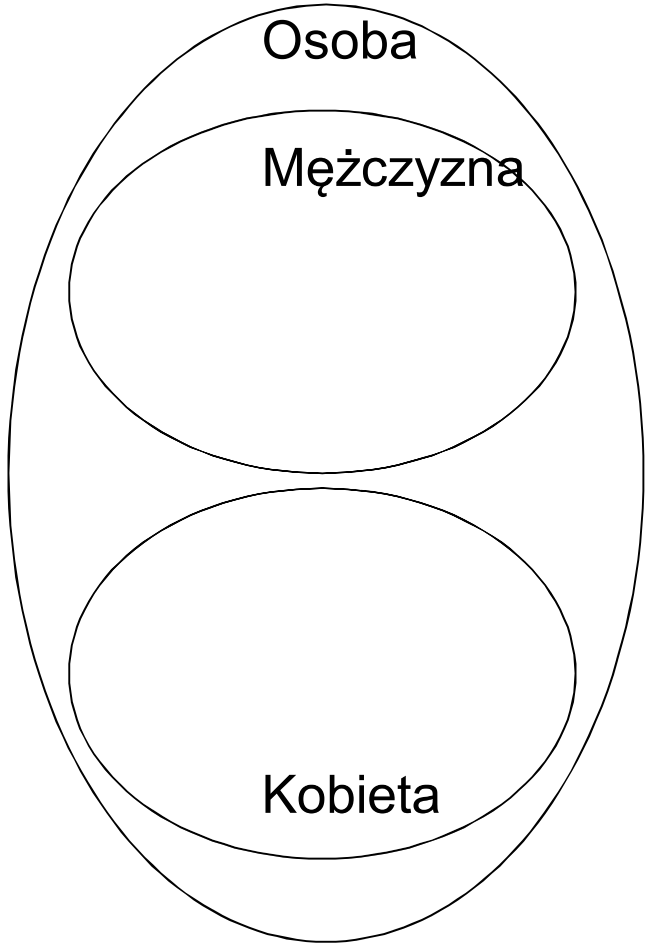
Mężczyzna $\sqsubseteq$ Osoba

Kobieta $\sqsubseteq$ Osoba

Kobieta $\sqcap$ Mężczyzna $\equiv \perp$

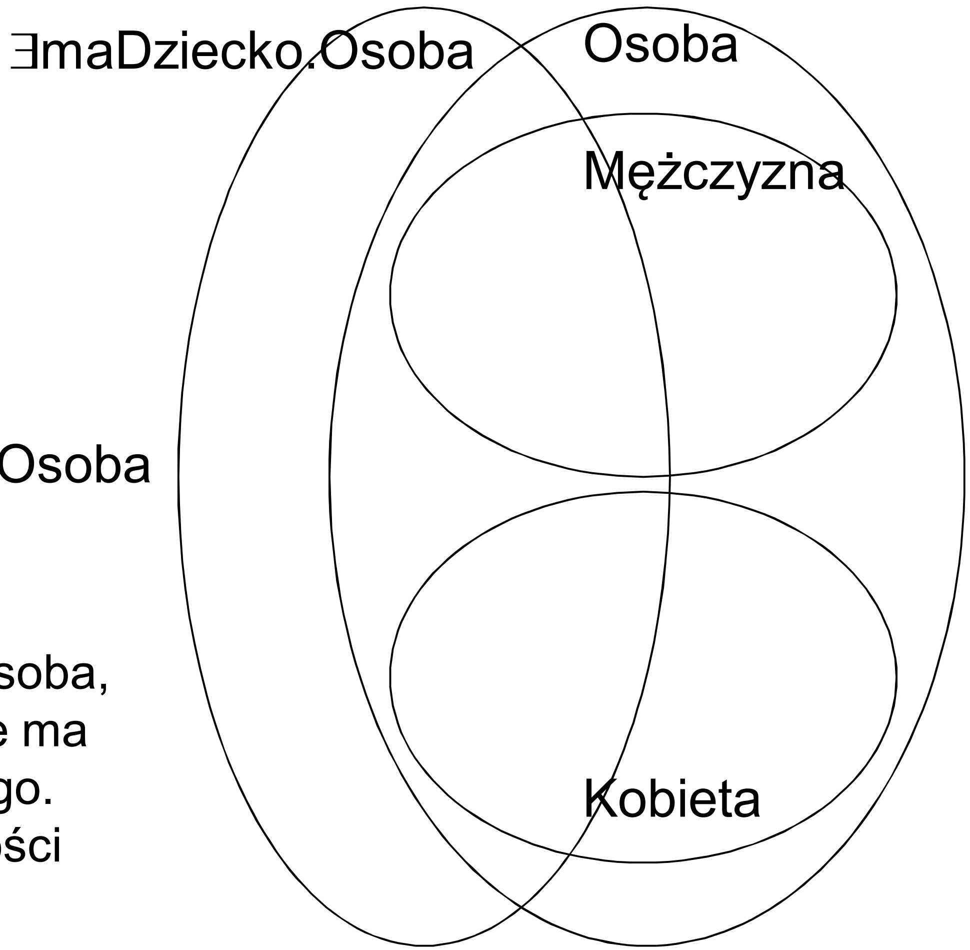
Rodzic $\equiv$ Osoba $\sqcap$ $\exists$maDziecko.Osoba

Kolejne zdanie informuje nas, że chcemy rozpatrywać koncept $\exists$maDziecko.Osoba. Koncept ten zawiera osobniki, które są pierwszymi elementami par zaliczanych do roli maDziecko, w których na drugim miejscu są osobniki należące do konceptu Osoba.



Logika opisowa – spełnianie zdań

Przykład „rodzinny”:



Aksjomaty:

Mężczyzna $\sqsubseteq$ Osoba

Kobieta $\sqsubseteq$ Osoba

Kobieta $\sqcap$ Mężczyzna $\equiv \bot$

Rodzic $\equiv$ Osoba $\sqcap$ $\exists$maDziecko.Osoba

Pomimo że koncept ten ma w wyrażeniu konstruktora nazwę Osoba, z formalnego punktu widzenia nie ma z konceptem Osoba nic wspólnego. Znowu mamy więc wiele możliwości umieszczenia go na diagramie.

„Lepszy” sposób to taki, że koncept ten przecina wszystkie istniejące koncepty (nasza wiedza podpowiada nam, że powinien dziedziczyć od konceptu Osoba; nie chcemy jednak popełnić nadinterpretacji).

Logika opisowa – spełnianie zdań

Przykład „rodzinny”:

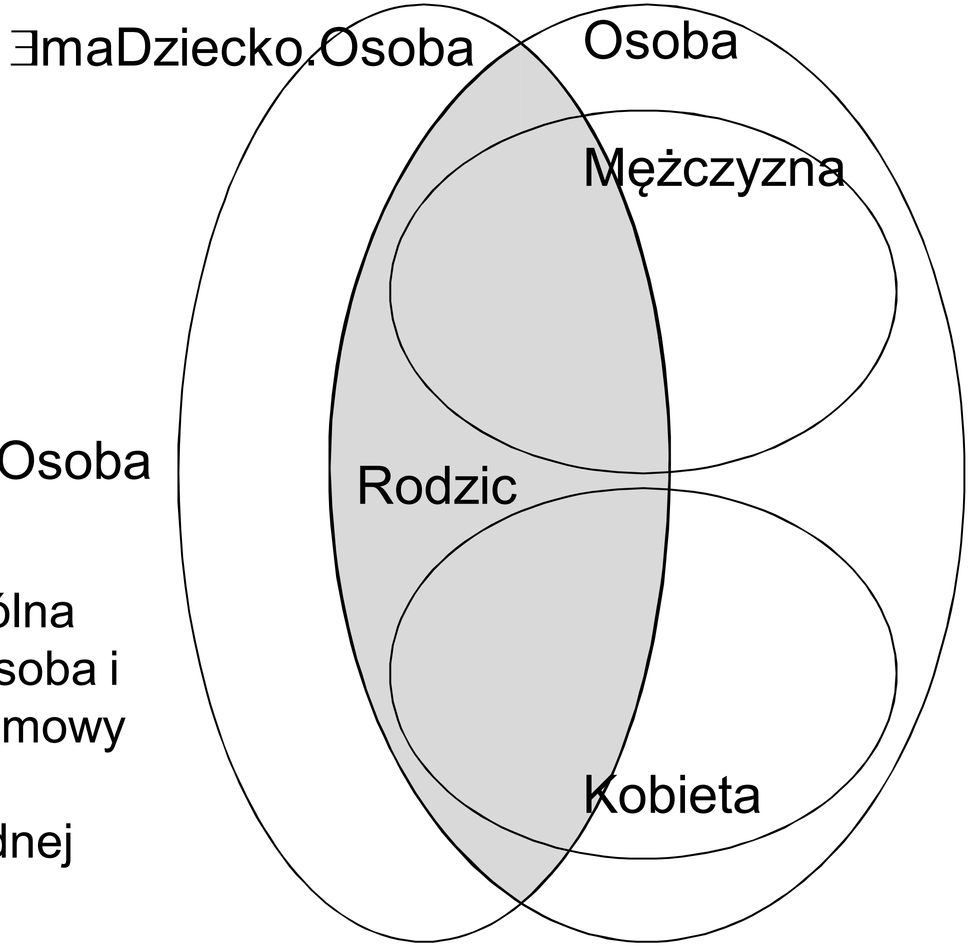
Aksjomaty:

Mężczyzna $\sqsubseteq$ Osoba

Kobieta $\sqsubseteq$ Osoba

Kobieta $\sqcap$ Mężczyzna $\equiv \bot$

Rodzic $\equiv$ Osoba $\sqcap$ $\exists$maDziecko.Osoba

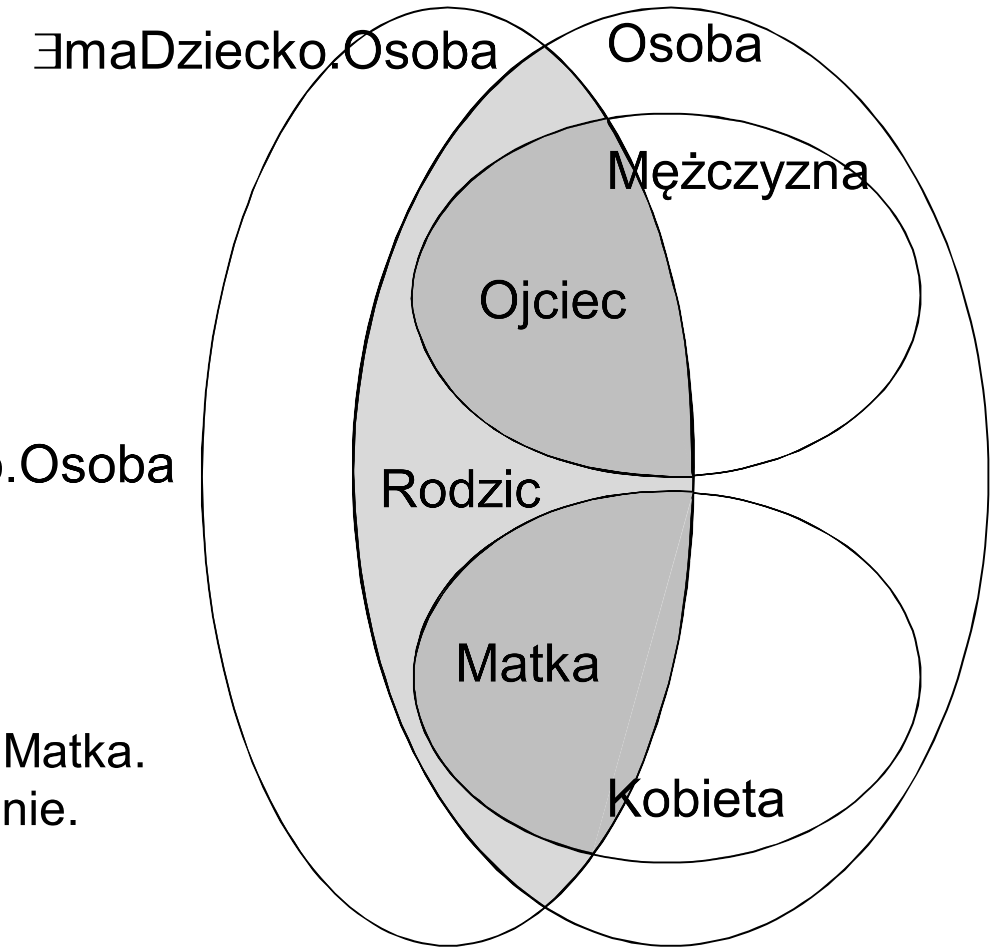


Ponadto zdanie to mówi, że wspólna część konceptów $\exists$maDziecko.Osoba i Osoba stanowi nowy koncept atomowy Rodzic.
Tutaj nie mamy nie mamy już żadnej swobody. Koncept Rodzic jest wyznaczony dokładnie.

POLITECHNIKA GDAŃSKA

Logika opisowa – spełnianie zdań

Przykład „rodzinny”:



Aksjomaty:

Mężczyzna $\sqsubseteq$ Osoba

Kobieta $\sqsubseteq$ Osoba

Kobieta $\sqcap$ Mężczyzna $\equiv \bot$

Rodzic $\equiv$ Osoba $\sqcap$ $\exists$maDziecko.Osoba

Ojciec $\equiv$ Mężczyzna $\sqcap$ Rodzic

Matka $\equiv$ Kobieta $\sqcap$ Rodzic

Podobnie z konceptami Ojciec i Matka.
Również są wyznaczone dokładnie.

Logika opisowa – spełnianie zdań

Przykład „rodzinny”:

Asercje:

Kobieta (anna)

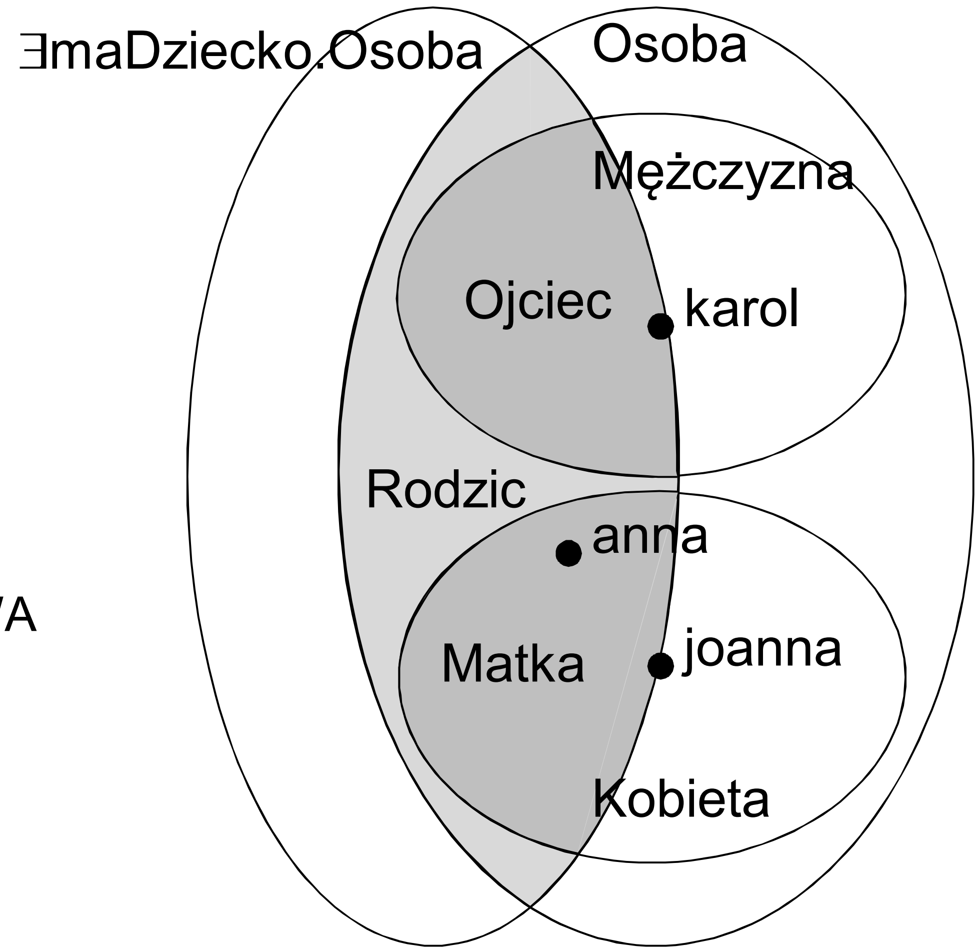
Kobieta (joanna)

Mężczyzna (karol)

maDziecko (anna, joanna)

maDziecko (anna, karol)

Ostatnia, 4. cecha podejścia OWA mówi, że „nie posiadamy pełnej wiedzy”.
Pytanie: czy Joanna ma dzieci?



Logika opisowa – spełnianie zdań

Przykład „rodzinny”:

Asercje:

Kobieta (anna)

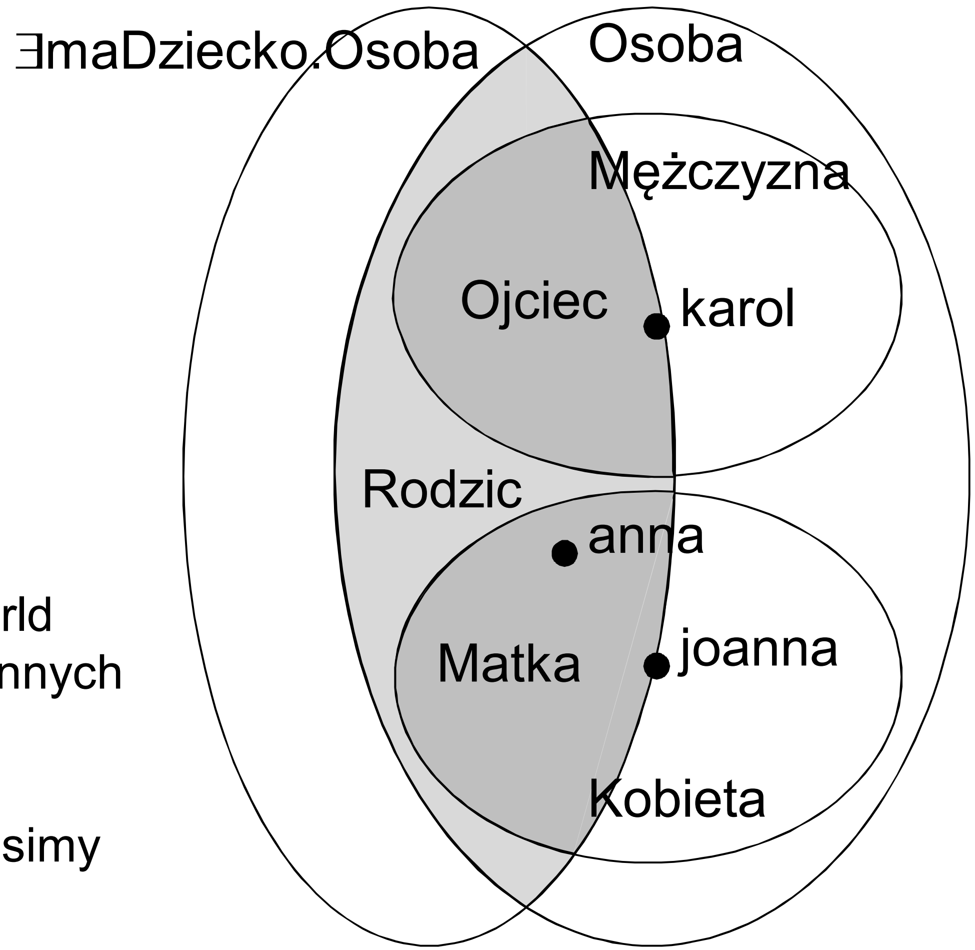
Kobieta (joanna)

Mężczyzna (karol)

maDziecko (anna, joanna)

maDziecko (anna, karol)

Przy podejściu CWA (Closed World Assumption), obowiązującym w innych technikach modelowania, powiedzielibyśmy: NIE.
Respektując podejście OWA, musimy odpowiedzieć: NIE WIEMY.



POLITECHNIKA GDAŃSKA

Wnioskowanie

Wnioskować - za Kazimierzem Ajdukiewiczem - znaczy tyle co na podstawie uprzednio **uznanych zdań (sądów)** dochodzić do uznania **nowego (dotąd nie uznawanego) zdania (sądu)**, lub wzmacniać pewność z jaką nowe zdanie uznajemy.

(Wikipedia http://pl.wikipedia.org/wiki/Wnioskowanie)

POLITECHNIKA GDAŃSKA

Wnioskowanie

Typy wnioskowania:

- indukcyjne,
- **dedukcyjne**.

POLITECHNIKA GDAŃSKA

Wnioskowanie

Uznane zdania nazywamy **przesłankami**.

Nowe zdania nazywamy **wnioskami**, **konkluzjami** lub **logicznymi konsekwencjami**.

Relacja wynikania: $\models$

$$S \models \phi$$

Oznacza, że zdanie ϕ wynika ze zbioru zdań S.

Wnioskowanie

Właściwości wnioskowania:

(S – zbiór zdań, $f_{\models}(S)$ – zbiór konkluzji):

- Zwrotność: $S \subseteq f_{\models}(S)$.
  Przesłanki wynikają same z siebie,
- Idempotentność: $f_{\models}(f_{\models}(S)) = f_{\models}(S)$.
  Zdania, które wynikają ze zbioru konkluzji, wynikają też ze zbioru przesłanek,
- Monotoniczność: $f_{\models}(S_1) \subseteq f_{\models}(S_1 \cup S_2)$.
  Żadne wnioski wywiedzione z danego zbioru przesłanek nie tracą ważności po dodaniu do tego zbioru nowych przesłanek

Semantyka – wynikanie i spełnianie

- Załóżmy, że $\mathcal{I}$ jest interpretacją zbioru zdań S.
- Fakt **spełniania** pewnego zdania ϕ przez interpretację $\mathcal{I}$ zapisujemy jako $\mathcal{I} \models \phi$.
- Interpretacja $\mathcal{I}$ **spełnia** S ($\mathcal{I} \models S$), spełniając każde zdanie $\phi \in S$; taką interpretację nazywamy **modelem**.
- Zdanie ϕ' **wynika** (**semantycznie**) z S ($S \models \phi'$), gdy każdy model S spełnia też ϕ':

$$S \models \phi' \leftrightarrow \forall \mathcal{I}: \mathcal{I} \models S \rightarrow \mathcal{I} \models \phi'$$

Syntaktyka – wyprowadzanie

Systemy wnioskowania (dedukcji, dowodzenia) mają za zadanie *udowodnienie* prawdziwości twierdzeń.

Udowodnienie danego twierdzenia polega na stworzeniu *dowodu*, będącego opisem dojścia od przesłanek do tego twierdzenia.

Relacja wyprowadzania: $\vdash$

$$S \vdash \phi$$

Oznacza, że zdanie ϕ da się wyprowadzić ze zbioru zdań *S*.

Pełność i poprawność

- System wnioskowania powinien być pełny i poprawny.
- System jest **pełny**, jeżeli:

$$\forall \phi \; S \vDash \phi \rightarrow S \vdash \phi$$

- System jest **poprawny**, jeżeli:

$$\forall \phi \; S \vdash \phi \rightarrow S \vDash \phi$$

$$\frac{\vdash \varphi,\ \vdash \varphi \to \psi}{\vdash \psi}$$

Hilbertowski system wnioskowania

$$\frac{\vdash \varphi, \vdash \varphi \to \psi}{\vdash \psi}$$ *modus ponens*

$$\frac{\vdash \varphi, \vdash \psi}{\vdash \varphi \to \psi}$$ *wprowadzenie implikacji*

$$\frac{\vdash \neg\varphi \to \text{fałsz}}{\vdash \varphi}$$ *sprowadzenie do absurdu*

$$\frac{\vdash \varphi,\ \vdash \varphi \rightarrow \psi}{\vdash \psi}$$

POLITECHNIKA GDAŃSKA

Reguła rezolucji

$$\frac{\vdash \varphi \vee \psi,\ \vdash \varphi \vee \chi}{\vdash \psi \vee \chi}$$

Zarówno klasyczne systemy wnioskowania, jak i algorytm rezolucji działają na zasadzie produkcji zdań, będących konkluzjami zbioru przesłanek.

Wskutek zastosowania **algorytmu tableau**, w logice opiso-wej problemy wnioskowania postawione są inaczej...

Wnioskowanie w DL

Wskutek zastosowania **algorytmu tableau**, którego działanie polega na próbie utworzenia modelu, w logice opisowej problemy wnioskowania postawione są inaczej...

Problemy wnioskowania w DL

Podstawowe problemy wnioskowania z terminologii:

- **subsumcji** (*subsumption*)**:**
  Czy zbiór wystąpień konceptu *C* jest zawsze podzbiorem wystąpień konceptu *D*? ($C \sqsubseteq D$)
- **spełnialność** (*satisfiability*):
  Czy koncept *C* może mieć wystąpienia? ($C \equiv \perp$)
- **równoważność** (*equivalence*):
  Czy zbiory wystąpień konceptów *C* i *D* są zawsze równe? ($C \equiv D$)
- **rozłączność** (*disjointness*):
  Czy zbiory wystąpień konceptów *C* i *D* są zawsze rozłączne? ($C \sqcap D \equiv \perp$)

Problem subsumcji

TBox

Mężczyzna $\sqsubseteq$ Osoba

Kobieta $\sqsubseteq$ Osoba

Kobieta $\sqcap$ Mężczyzna $\equiv \perp$

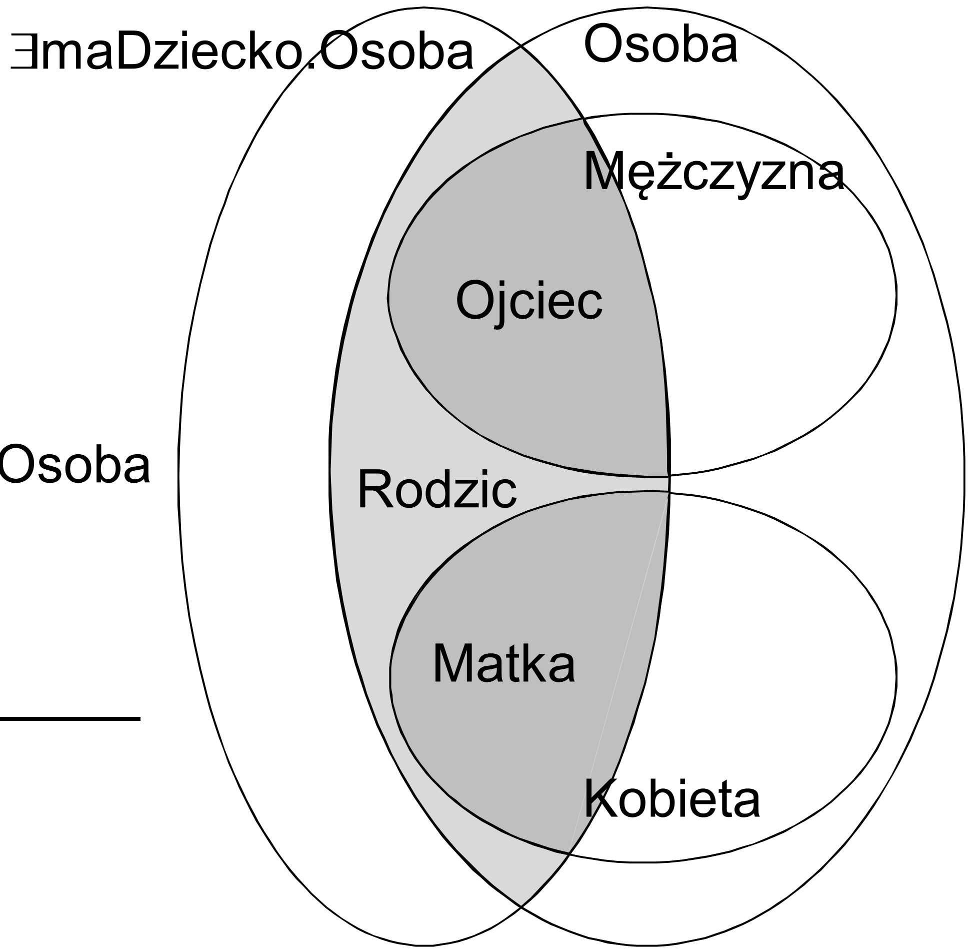
Rodzic $\equiv$ Osoba $\sqcap$ $\exists$maDziecko.Osoba

Ojciec $\equiv$ Mężczyzna $\sqcap$ Rodzic

Matka $\equiv$ Kobieta $\sqcap$ Rodzic

Matka $\sqsubseteq$ Kobieta ? Tak

Kobieta $\sqsubseteq$ Rodzic ? Nie



Problem spełnialności

TBox

Mężczyzna ⊑ Osoba

Kobieta ⊑ Osoba

Kobieta ⊓ Mężczyzna ≡ ⊥

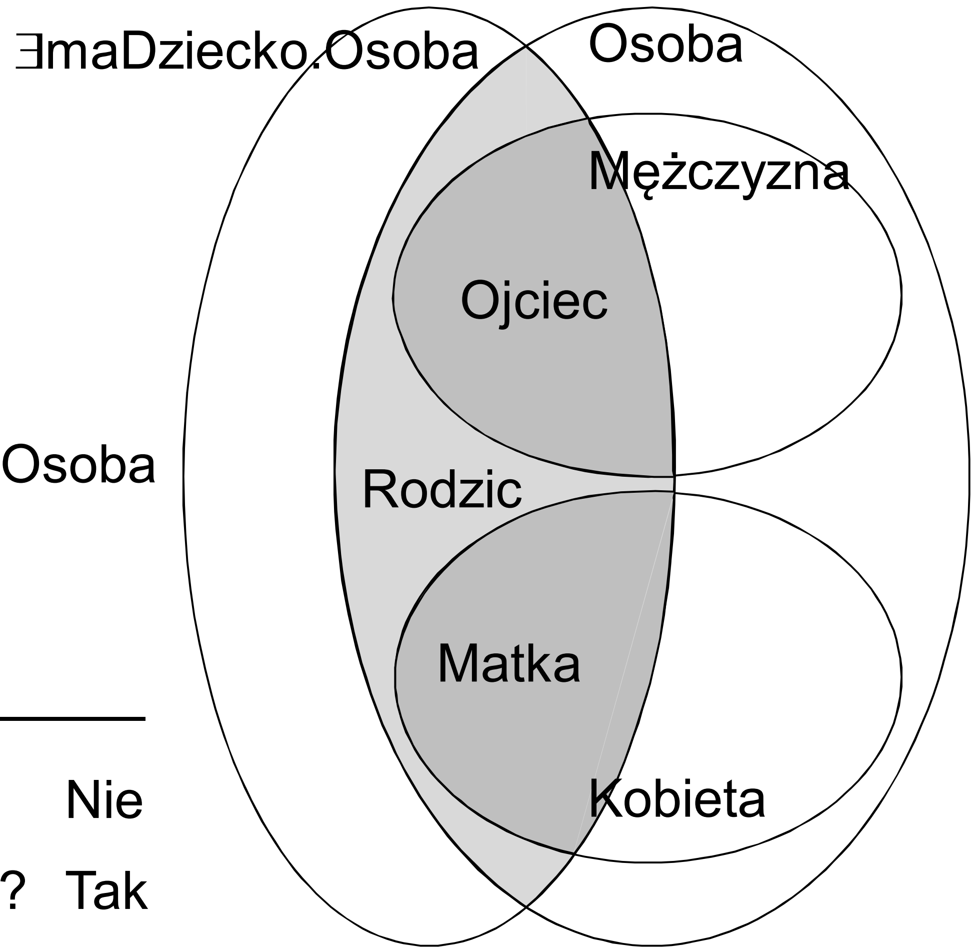
Rodzic ≡ Osoba ⊓ ∃maDziecko.Osoba

Ojciec ≡ Mężczyzna ⊓ Rodzic

Matka ≡ Kobieta ⊓ Rodzic

Matka ⊓ Ojciec ? Nie

Kobieta ⊓ ∃maDziecko.Osoba ? Tak



POLITECHNIKA GDAŃSKA

Problem równoważności

TBox

Mężczyzna $\sqsubseteq$ Osoba

Kobieta $\sqsubseteq$ Osoba

Kobieta $\sqcap$ Mężczyzna $\equiv \bot$

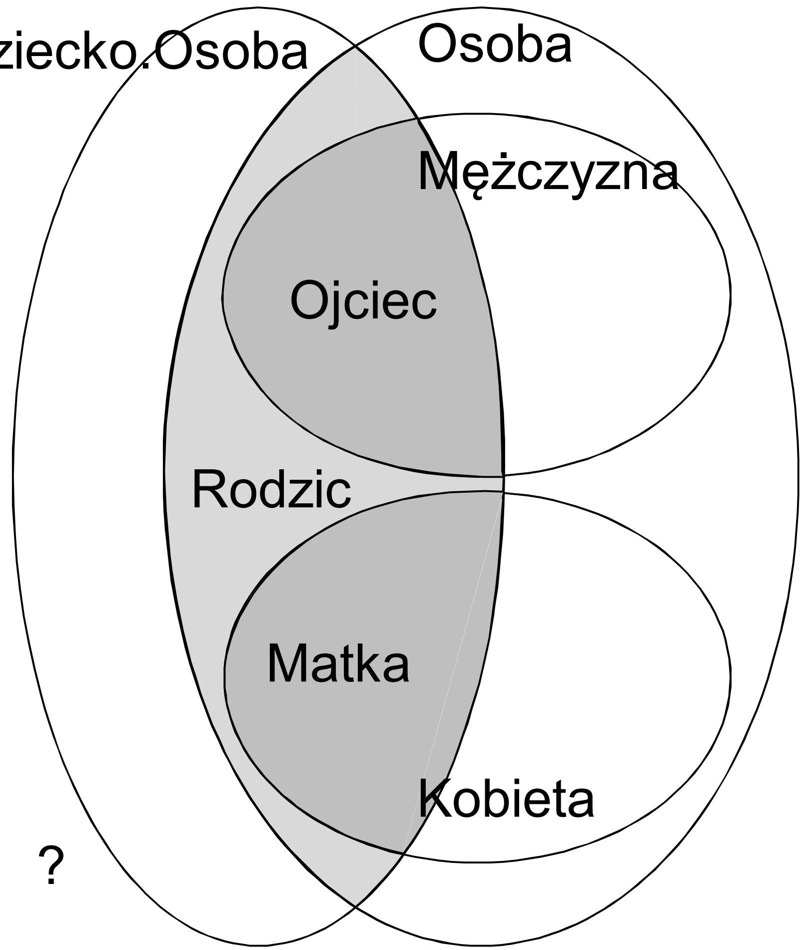
Rodzic $\equiv$ Osoba $\sqcap$ ∃maDziecko.Osoba

Ojciec $\equiv$ Mężczyzna $\sqcap$ Rodzic

Matka $\equiv$ Kobieta $\sqcap$ Rodzic

Kobieta $\sqcap$ ∃maDziecko.Osoba $\equiv$ Matka ?

Tak



Problemy wnioskowania

Problemy wnioskowania z terminologii nie są od siebie niezależne. Na przykład: pozostałe trzy problemy można sprowadzić do problemu subsumcji:

- **spełnialność** (*satisfiability*):

  Czy $C \sqsubseteq \bot$?

- **równoważność** (*equivalence*):

  Czy $C \sqsubseteq D$ i jednocześnie $D \sqsubseteq C$?

- **rozłączność** (*disjointness*):

  Czy $C \sqcap D \sqsubseteq \bot$?

Problemy wnioskowania

Podstawowe problemy wnioskowania z terminologii i opisu świata:

- **określenie zbioru wystąpień konceptu** (*retrieval*)**:**
  Jakie osobniki należą do konceptu *C*?
  instances (C)
- **sprawdzenie przynależności do konceptu** (*instance check*):
  Czy dany osobnik należy do konceptu *C*?
  instance (*x*, *C*)
- **sprawdzenie typów** (*types check*):
  Do jakich konceptów atomowych *A* należy dany osobnik?
  types (*x*)
- **sprawdzenie spójności** (*consistency check*):
  Czy baza wiedzy nie zawiera sprzeczności?
  (Czy istnieje niepusty ***model*** bazy wiedzy?)
  consistent (*KB*)

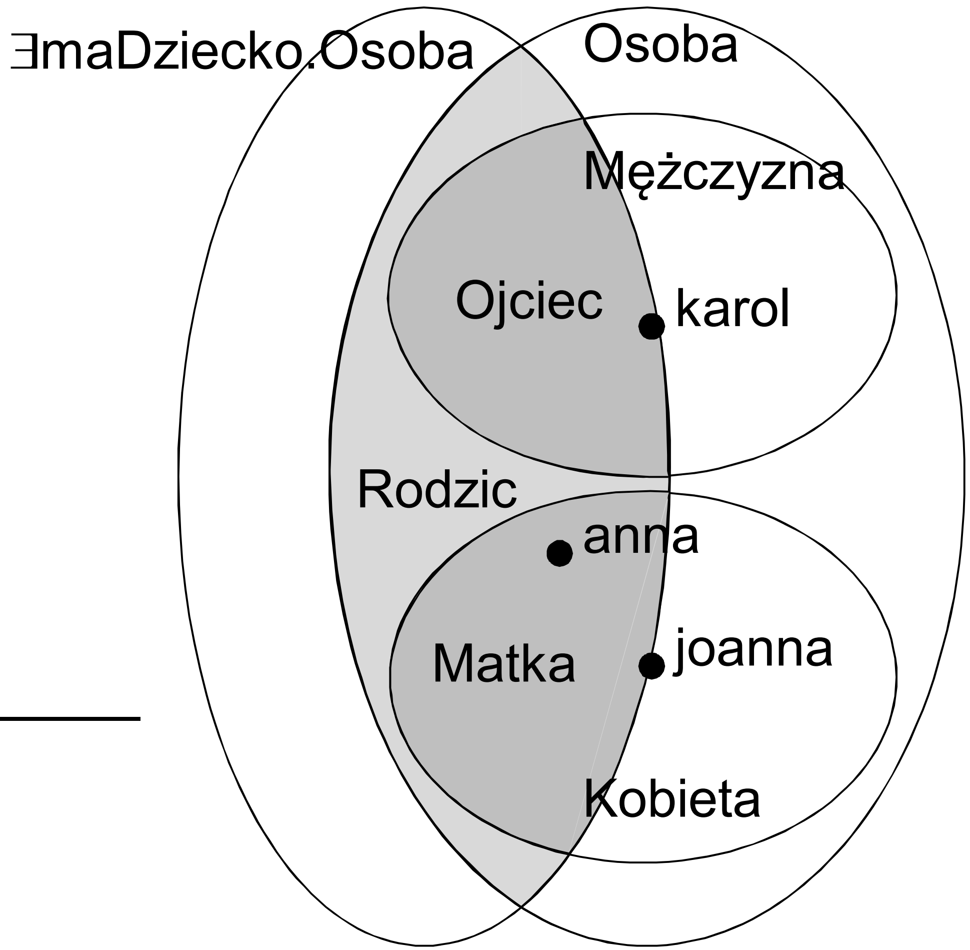
Wystąpienia konceptu

ABox

Kobieta (anna)
Kobieta (joanna)
Mężczyzna (karol)
maDziecko (anna, joanna)
maDziecko (anna, karol)

---

instances (Matka) ? anna



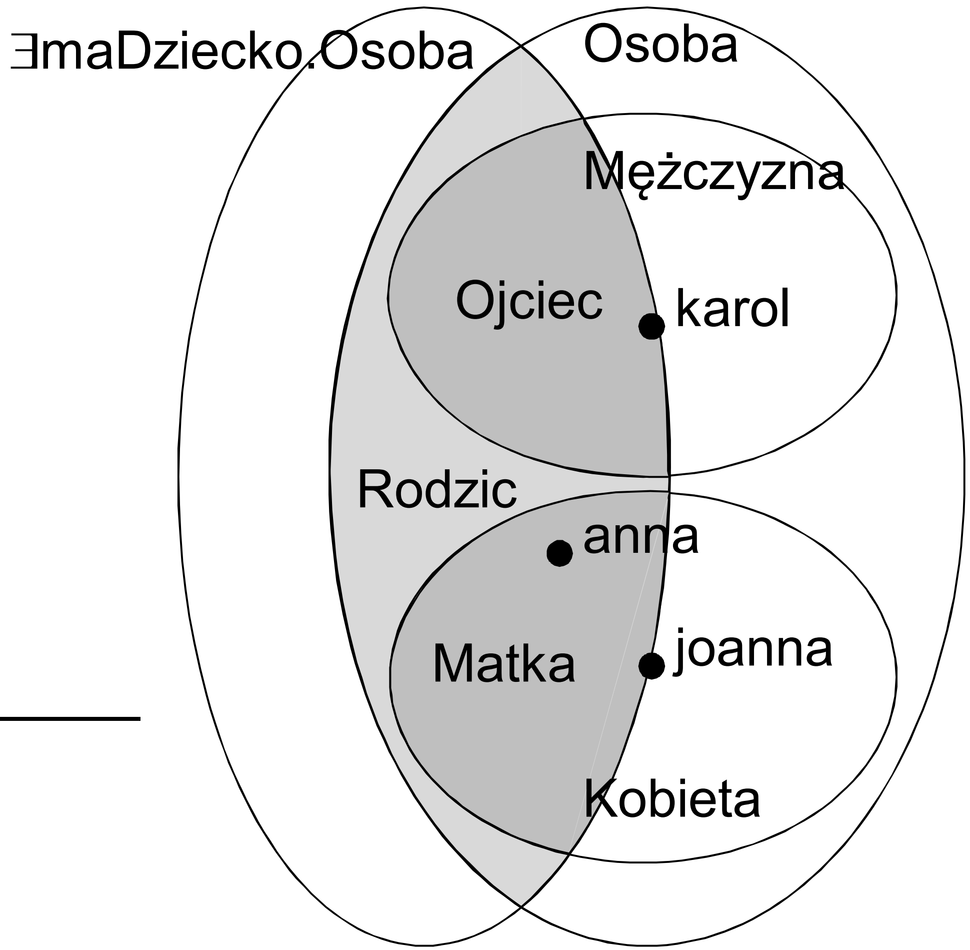
Wystąpienia konceptu

ABox

Kobieta (anna)
Kobieta (joanna)
Mężczyzna (karol)
maDziecko (anna, joanna)
maDziecko (anna, karol)

---

instances (¬ Matka) ?   karol



POLITECHNIKA GDAŃSKA

Przynależność do konceptu

ABox

Kobieta (anna)

Kobieta (joanna)

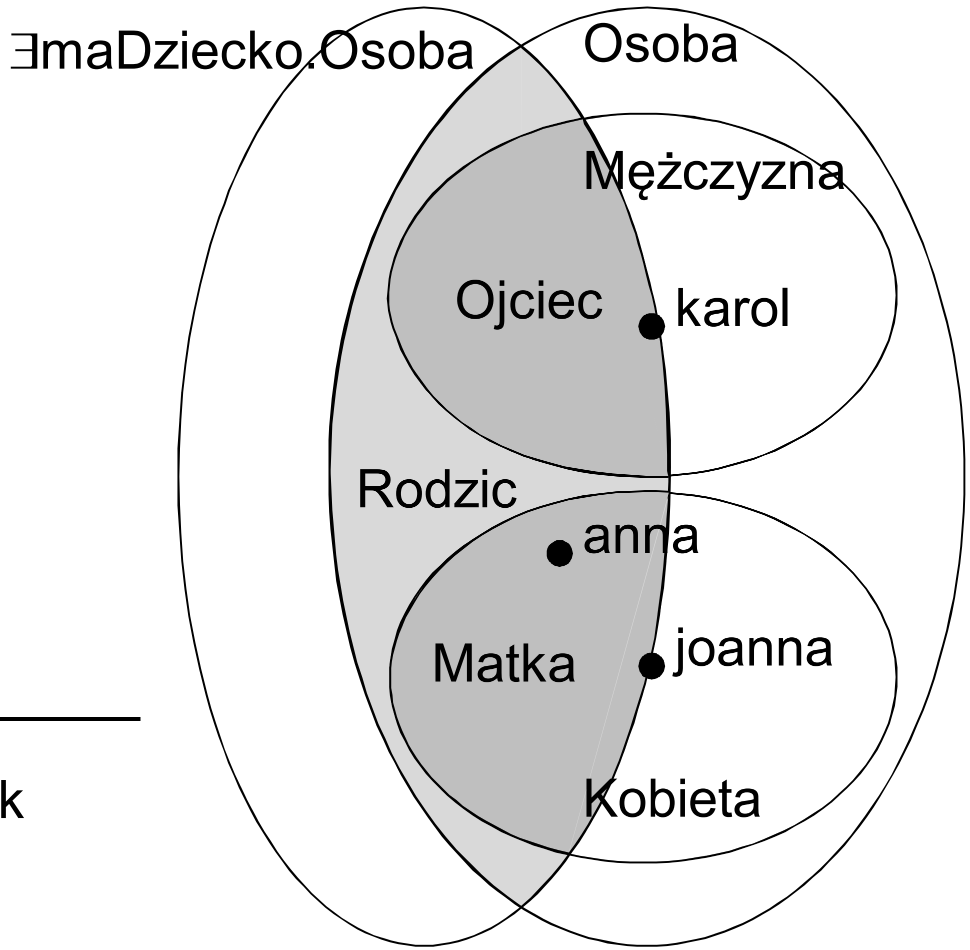
Mężczyzna (karol)

maDziecko (anna, joanna)

maDziecko (anna, karol)

---

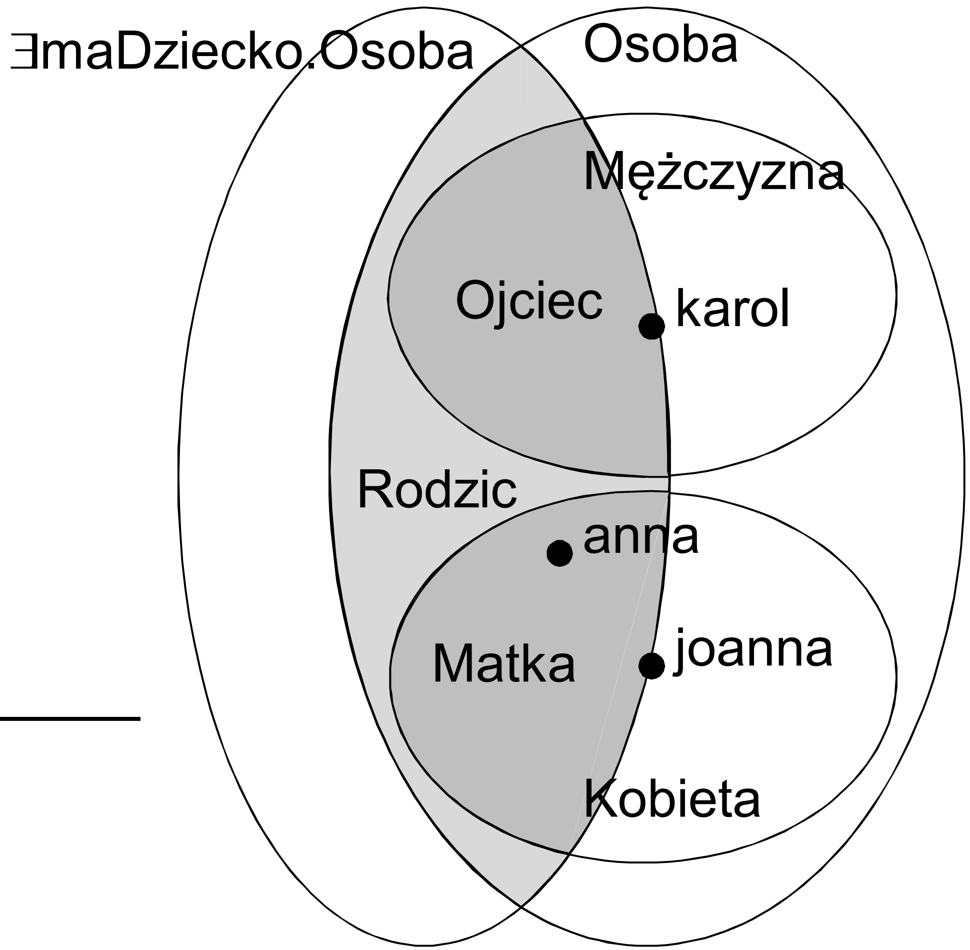
instance (anna, Matka) ?   Tak



Sprawdzenie typów

ABox

Kobieta (anna)
Kobieta (joanna)
Mężczyzna (karol)
maDziecko (anna, joanna)
maDziecko (anna, karol)



---

types (anna) ?   Matka
Kobieta
Rodzic
Osoba

POLITECHNIKA GDAŃSKA

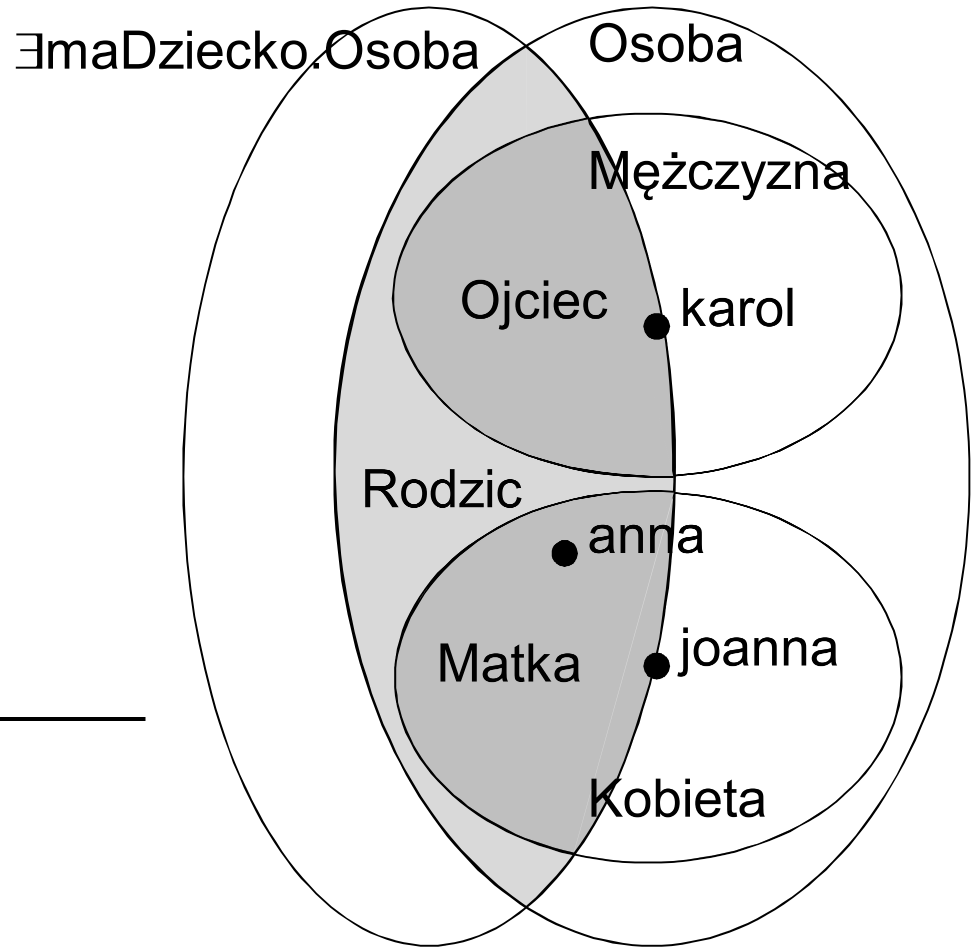
Sprawdzenie typów

ABox

Kobieta (anna)
Kobieta (joanna)
Mężczyzna (karol)
maDziecko (anna, joanna)
maDziecko (anna, karol)

---

types (joanna) ?   Kobieta
Osoba

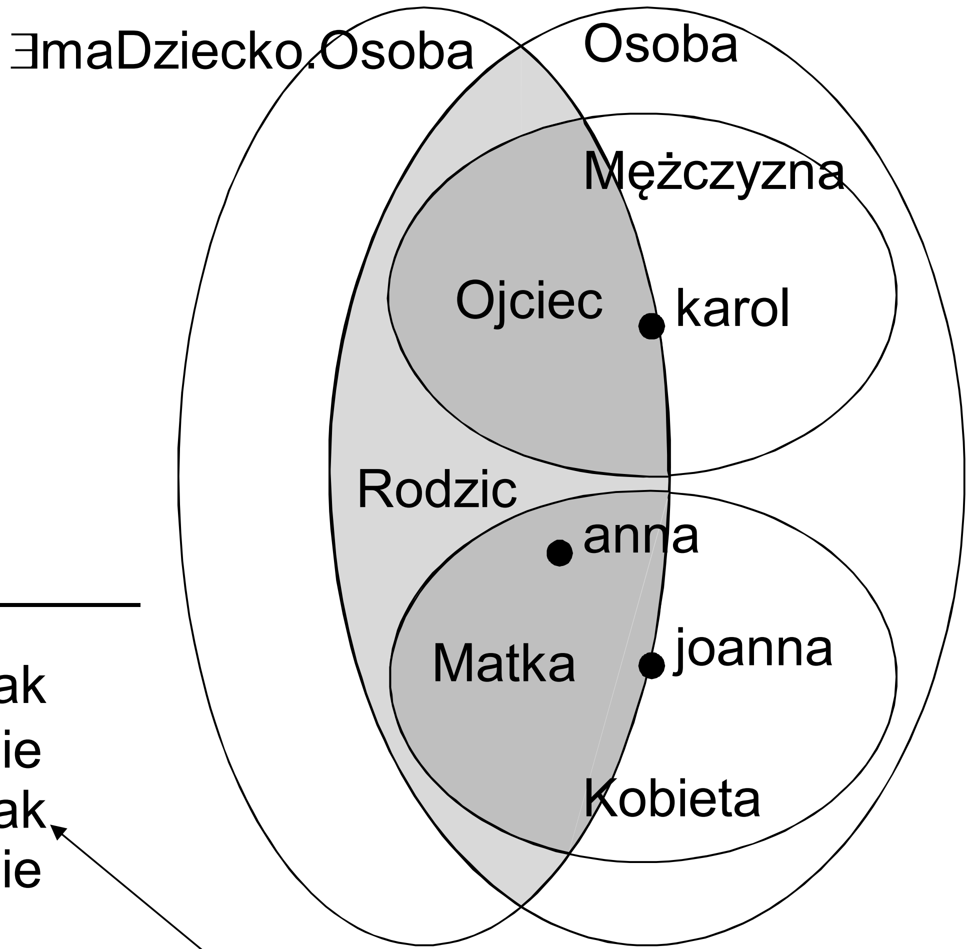


Sprawdzenie spójności

ABox

Kobieta (anna)
Kobieta (joanna)
Mężczyzna (karol)
maDziecko (anna, joanna)
maDziecko (anna, karol)

Rodzic(karol) ?	Tak
Kobieta(karol) ?	Nie
Opiekun $\equiv$ Matka $\sqcap$ Ojciec ?	Tak
Opiekun(jan) ?	Nie



niekohorencja

Algorytm tableau

- Ze względu na możliwość doprowadzenia każdego zdania terminologicznego do aksjomatu podrzędności w praktyce algorytmy wnioskujące mogą rozstrzygać jedynie np. problem podrzędności (tj. $\phi = C \sqsubseteq D$),
- Najbardziej popularne algorytmy służące do takiego wnioskowania to *algorytmy tableau*,
- Przed algorytmami tableau stosowano *algorytmy wnioskowania strukturalnego*, jednak przeznaczone one były dla znacząco mniej ekspresywnych dialektów logiki opisowej.

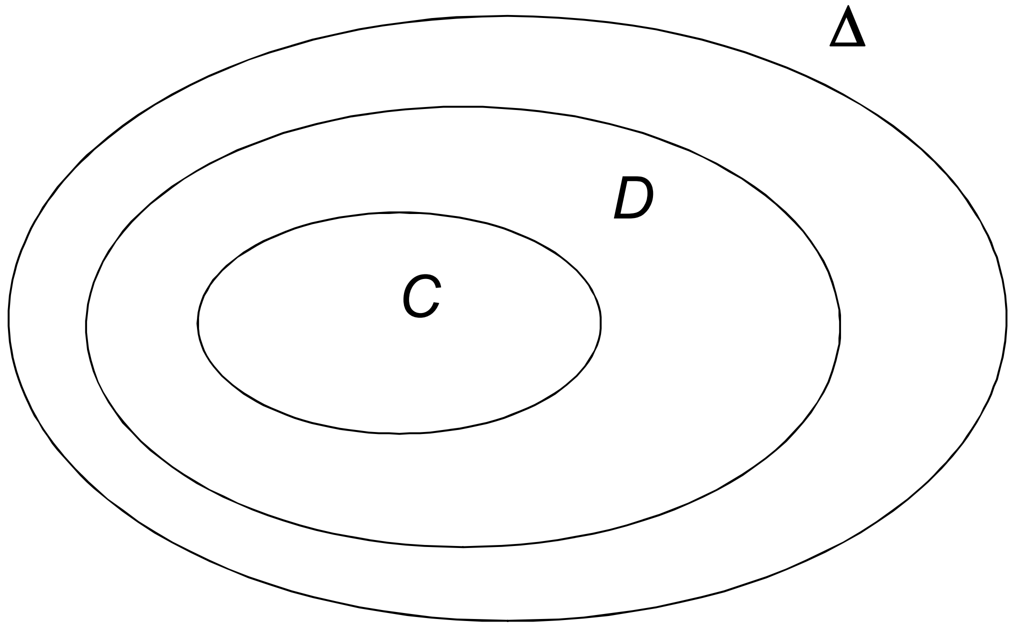
POLITECHNIKA GDAŃSKA

Algorytm tableau

- Algorytmy tableau zbudowano dla bardzo ekspresywnych dialektów logiki opisowej (w tym $\mathcal{SHOIQ}$),
- Algorytmy te rozstrzygają o spełnialności pewnego konceptu C' poprzez systematyczne budowanie opisu świata (modelu), w którym występuje osobnik należący do C',
- Udowadnia się, że C' jest spełnialny wtwg. procedura budowy modelu zakończy się sukcesem.

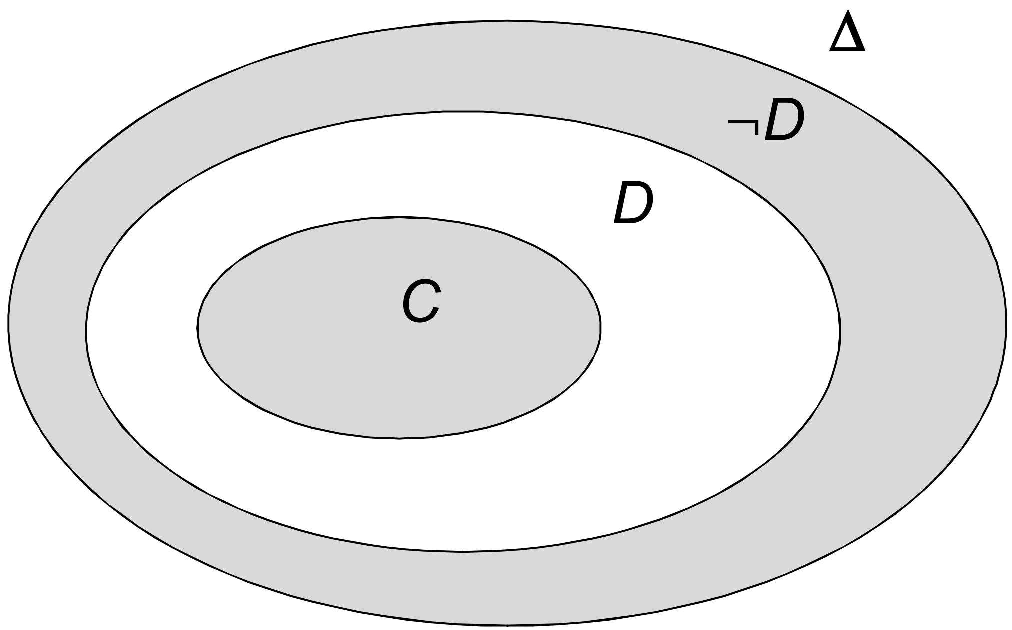
Schemat algorytmu tableau

- Algorytm tableau rozstrzygający, czy C jest podrzędne względem D ($C \sqsubseteq D$), składa się z następujących kroków:
  1. $C' = C \sqcap \neg D$



Schemat algorytmu tableau

- Algorytm tableau rozstrzygający, czy C jest podrzędne względem D ($C \sqsubseteq D$), składa się z następujących kroków:
  1. $C' = C \sqcap \neg D$



Schemat algorytmu tableau

- Algorytm tableau rozstrzygający, czy C jest podrzędne względem D ($C \sqsubseteq D$), składa się z następujących kroków:
  1. $C' = C \sqcap \neg D$
  2. Doprowadź C' do NNF
  3. Utwórz inicjalny opis świata: $\boldsymbol{A}_0 = \{C'(a_0)\}$
  4. Utwórz zbiór opisów świata $S = \{\boldsymbol{A}_0\}$
  5. Dopóki to możliwe, wzbogacaj opisy świata z S za pomocą **reguł tableau**
  6. Jeśli w S istnieje **niesprzeczny** opis świata to odpowiedz NIE, w przeciwnym przypadku TAK

Reguły tableau dla $\mathcal{ALC}$

- Reguły tableau dla $\mathcal{ALC}$ są następujące:

Reguła $\sqcap$: if: $\{C_1 \sqcap C_2(x)\} \subseteq \boldsymbol{A} \wedge \{C_1(x), C_2(x)\} \not\subseteq \boldsymbol{A}$
then: $\boldsymbol{A} := \boldsymbol{A} \cup \{C_1(x), C_2(x)\}$

Reguła $\sqcup$: if: $\{C_1 \sqcup C_2(x)\} \subseteq \boldsymbol{A} \wedge \{C_1(x)\} \not\subseteq \boldsymbol{A} \wedge \{C_2(x)\} \not\subseteq \boldsymbol{A}$
then: $\boldsymbol{S} := (\boldsymbol{S} \setminus \{\boldsymbol{A}\}) \cup \{(\boldsymbol{A} \cup \{C_1(x)\}), (\boldsymbol{A} \cup \{C_2(x)\})\}$

Reguła $\exists$: if: $\{\exists R_1.C_1(x)\} \subseteq \boldsymbol{A} \wedge \neg\exists y: \{R_1(x, y), C_1(y)\} \subseteq \boldsymbol{A}$
then: $\boldsymbol{A} := \boldsymbol{A} \cup \{R_1(x, y), C_1(y)\}$, y to nowy osobnik

Reguła $\forall$: if: $\{\forall R_1.C_1(x)\} \subseteq \boldsymbol{A} \wedge \exists y: \{R_1(x, y)\} \subseteq \boldsymbol{A} \wedge \{C_1(y)\} \not\subseteq \boldsymbol{A}$
then: $\boldsymbol{A} := \boldsymbol{A} \cup \{C_1(y)\}$

Działanie tableau dla $\mathcal{ALC}$

- Zbadajmy podrzędność $C = \exists R.A \sqcap \exists R.B$ względem $D = \exists R.(A \sqcap B)$

POLITECHNIKA GDAŃSKA

Działanie tableau dla $\mathcal{ALC}$

- Zbadajmy podrzędność $C = \exists R.A \sqcap \exists R.B$ względem $D = \exists R.(A \sqcap B)$:
  - Najpierw tworzymy koncept C':

    $$C' = \exists R.A \sqcap \exists R.B \sqcap \neg\exists R.(A \sqcap B)$$

  - Doprowadzamy C' do NNF:

    $$\exists R.A \sqcap \exists R.B \sqcap \forall R.(\neg A \sqcup \neg B)$$

  - Tworzymy inicjalny opis świata:

    $$(\exists R.A \sqcup \exists R.B \sqcap \forall R.(\neg A \sqcup \neg B))(a)$$

  - Rozwijamy zbiór opisów za pomocą reguł…

Działanie tableau dla $\mathcal{ALC}$

1: $(\exists R.A \sqcap \exists R.B \sqcap \forall R.(\neg A \sqcup \neg B))(a)$

$\exists R.A \sqcap \exists R.B \sqcap \forall R.(\neg A \sqcup \neg B)$

a

POLITECHNIKA GDAŃSKA

Działanie tableau dla $\mathcal{ALC}$

1: $(\exists R.A \sqcap \exists R.B \sqcap \forall R.(\neg A \sqcup \neg B))(a)$

$\downarrow$ Reguła $\sqcap$ (1)

2: $\exists R.A(a)$
3: $(\exists R.B \sqcap \forall R.(\neg A \sqcup \neg B))(a)$

$\exists R.A \sqcap \exists R.B \sqcap \forall R.(\neg A \sqcup \neg B)$
$\exists R.A$
$\exists R.B \sqcap \forall R.(\neg A \sqcup \neg B)$

a

POLITECHNIKA GDAŃSKA

Działanie tableau dla $\mathcal{ALC}$

1: $(\exists R.A \sqcup \exists R.B \sqcap \forall R.(\neg A \sqcup \neg B))(a)$

Reguła $\sqcap$ (1)

2: $\exists R.A(a)$
3: $(\exists R.B \sqcap \forall R.(\neg A \sqcup \neg B))(a)$

Reguła $\sqcap$ (3)

4: $\exists R.B(a)$
5: $\forall R.(\neg A \sqcup \neg B)(a)$

$\exists R.A \sqcup \exists R.B \sqcap \forall R.(\neg A \sqcup \neg B)$
$\exists R.A$
$\exists R.B \sqcap \forall R.(\neg A \sqcup \neg B)$
$\exists R.B$
$\forall R.(\neg A \sqcup \neg B)$

a

Działanie tableau dla $\mathcal{ALC}$

1: $(\exists R.A \sqcup \exists R.B \sqcap \forall R.(\neg A \sqcup \neg B))(a)$

↓ Reguła ⊓ (1)

2: $\exists R.A(a)$
3: $(\exists R.B \sqcap \forall R.(\neg A \sqcup \neg B))(a)$

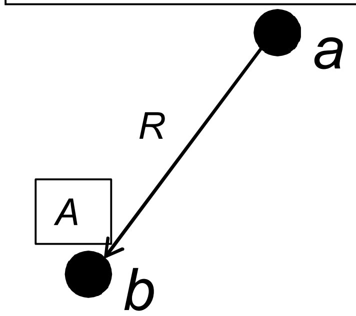
↓ Reguła ⊓ (3)

4: $\exists R.B(a)$
5: $\forall R.(\neg A \sqcup \neg B)(a)$

↓ Reguła ∃ (2)

6: $R(a, b)$
7: $A(b)$

$\exists R.A \sqcup \exists R.B \sqcap \forall R.(\neg A \sqcup \neg B)$
$\exists R.A$
$\exists R.B \sqcap \forall R.(\neg A \sqcup \neg B)$
$\exists R.B$
$\forall R.(\neg A \sqcup \neg B)$



POLITECHNIKA GDAŃSKA

Działanie tableau dla $\mathcal{ALC}$

1: $(\exists R.A \sqcup \exists R.B \sqcap \forall R.(\neg A \sqcup \neg B))(a)$

↓ Reguła $\sqcap$ (1)

2: $\exists R.A(a)$
3: $(\exists R.B \sqcap \forall R.(\neg A \sqcup \neg B))(a)$

↓ Reguła $\sqcap$ (3)

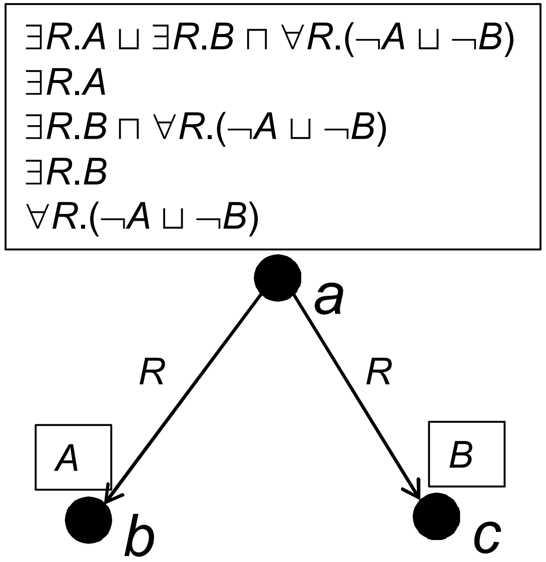
4: $\exists R.B(a)$
5: $\forall R.(\neg A \sqcup \neg B)(a)$

↓ Reguła $\exists$ (2)

6: $R(a, b)$
7: $A(b)$

↓ Reguła $\exists$ (4)

8: $R(a, c)$
9: $B(c)$



Działanie tableau dla $\mathcal{ALC}$

2: $\exists R.A(a)$
3: $(\exists R.B \sqcap \forall R.(\neg A \sqcup \neg B))(a)$

↓ Reguła $\sqcap$ (3)

4: $\exists R.B(a)$
5: $\forall R.(\neg A \sqcup \neg B)(a)$

↓ Reguła $\exists$ (2)

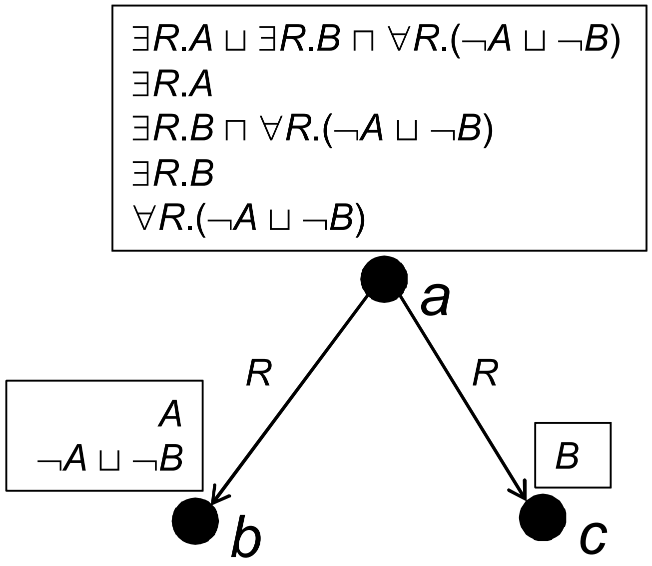
6: $R(a, b)$
7: $A(b)$

↓ Reguła $\exists$ (4)

8: $R(a, c)$
9: $B(c)$

↓ Reguła $\forall$ (5,6)

10: $(\neg A \sqcup \neg B)(b)$



POLITECHNIKA GDAŃSKA

Działanie tableau dla $\mathcal{ALC}$

4: $\exists R.B(a)$
5: $\forall R.(\neg A \sqcup \neg B)(a)$

Reguła $\exists$ (2)

6: $R(a, b)$
7: $A(b)$

Reguła $\exists$ (4)

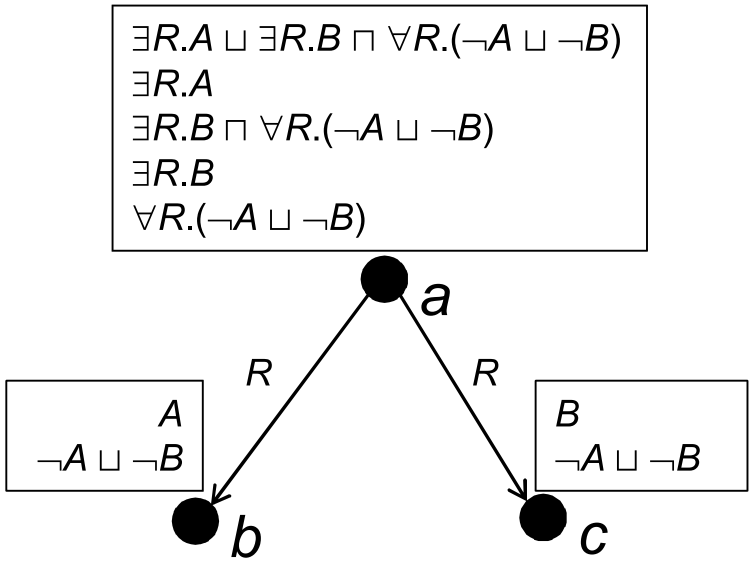
8: $R(a, c)$
9: $B(c)$

Reguła $\forall$ (5,6)

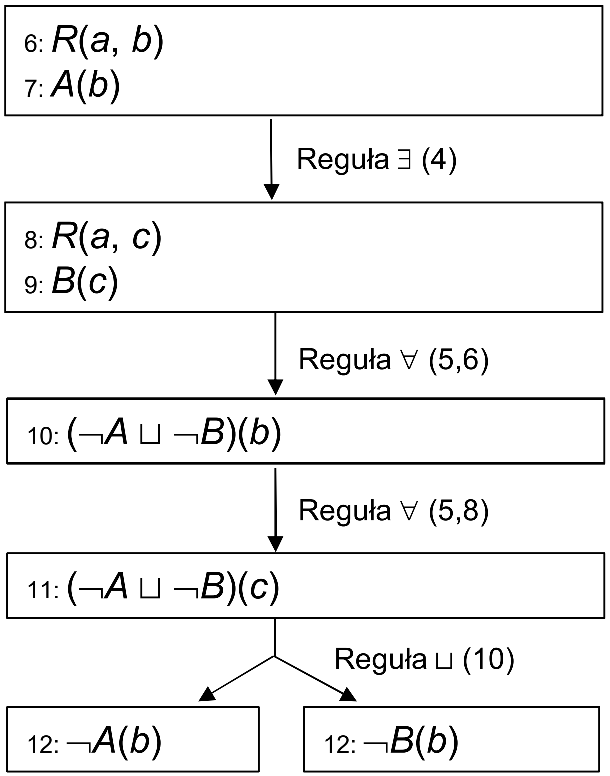
10: $(\neg A \sqcup \neg B)(b)$

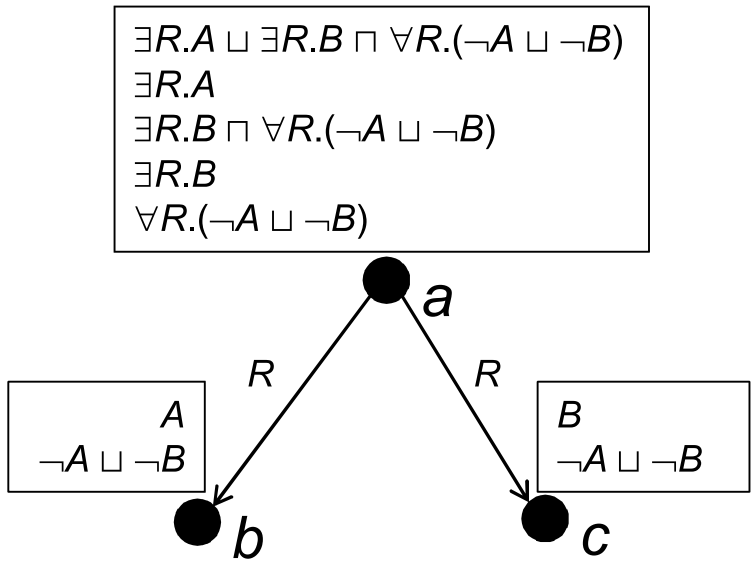
Reguła $\forall$ (5,8)

11: $(\neg A \sqcup \neg B)(c)$



Działanie tableau dla $\mathcal{ALC}$





POLITECHNIKA GDAŃSKA

Działanie tableau dla $\mathcal{ALC}$

6: $R(a, b)$
7: $A(b)$

↓ Reguła ∃ (4)

8: $R(a, c)$
9: $B(c)$

↓ Reguła ∀ (5,6)

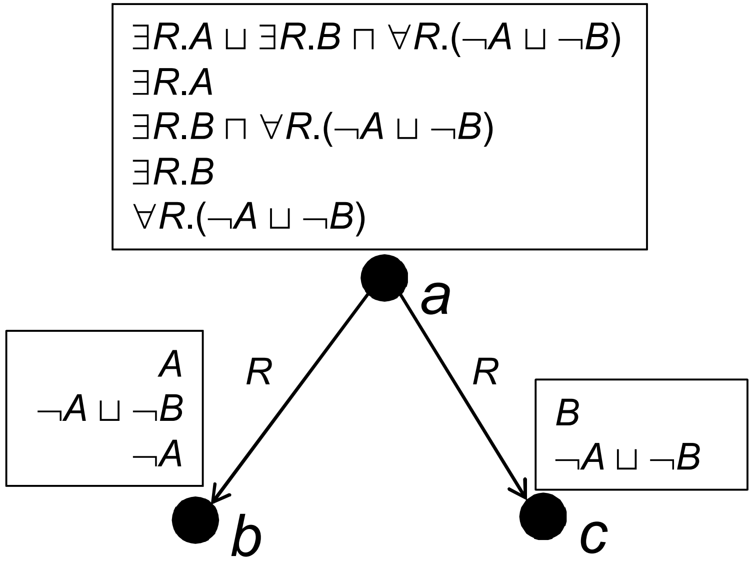
10: $(\neg A \sqcup \neg B)(b)$

↓ Reguła ∀ (5,8)

11: $(\neg A \sqcup \neg B)(c)$

↓ Reguła ⊔ (10)

12: $\neg A(b)$	12: $\neg B(b)$



Działanie tableau dla $\mathcal{ALC}$

6: $R(a, b)$
7: $A(b)$

↓ Reguła ∃ (4)

8: $R(a, c)$
9: $B(c)$

↓ Reguła ∀ (5,6)

10: $(\neg A \sqcup \neg B)(b)$

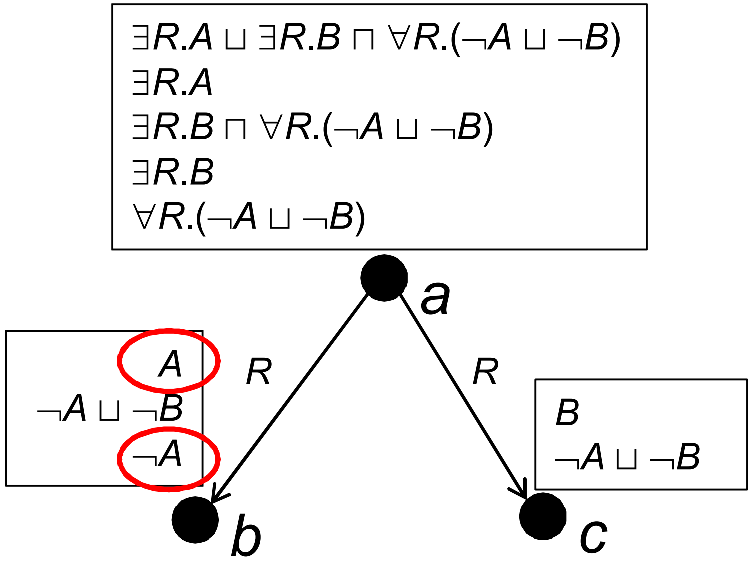
↓ Reguła ∀ (5,8)

11: $(\neg A \sqcup \neg B)(c)$

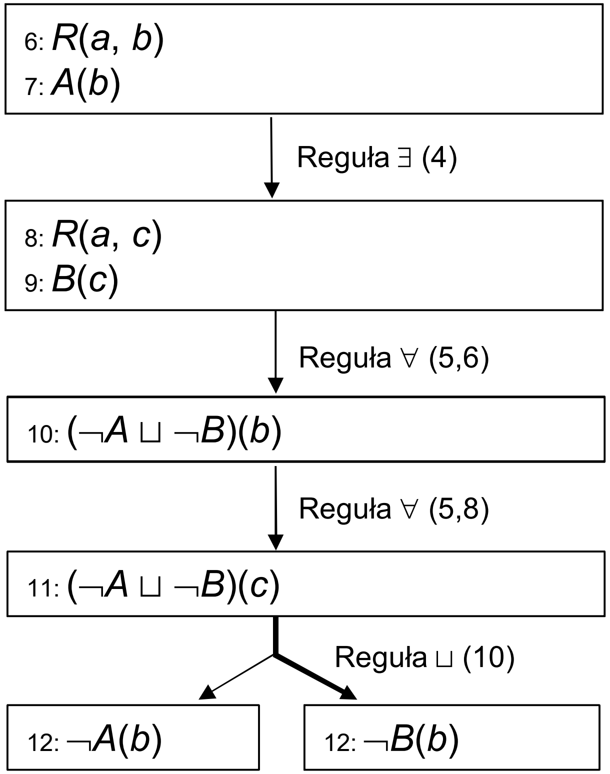
↓ Reguła ⊔ (10)

12: $\neg A(b)$	12: $\neg B(b)$

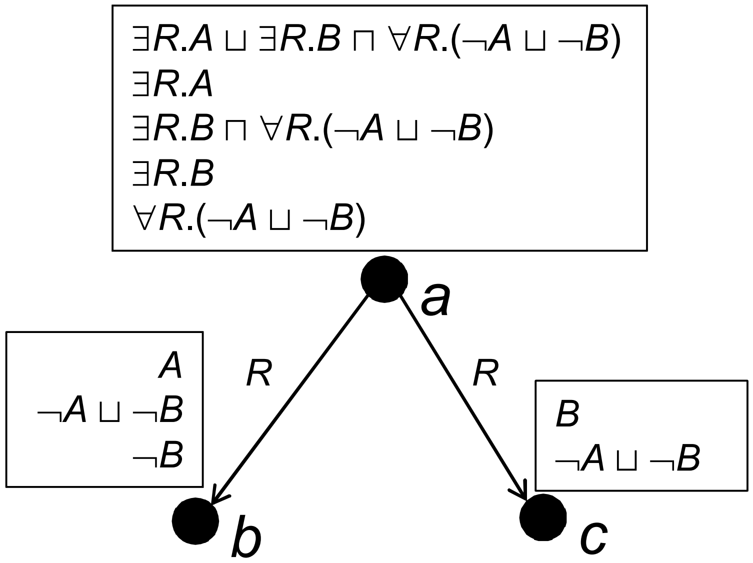
Zderzenie (7 i 12)



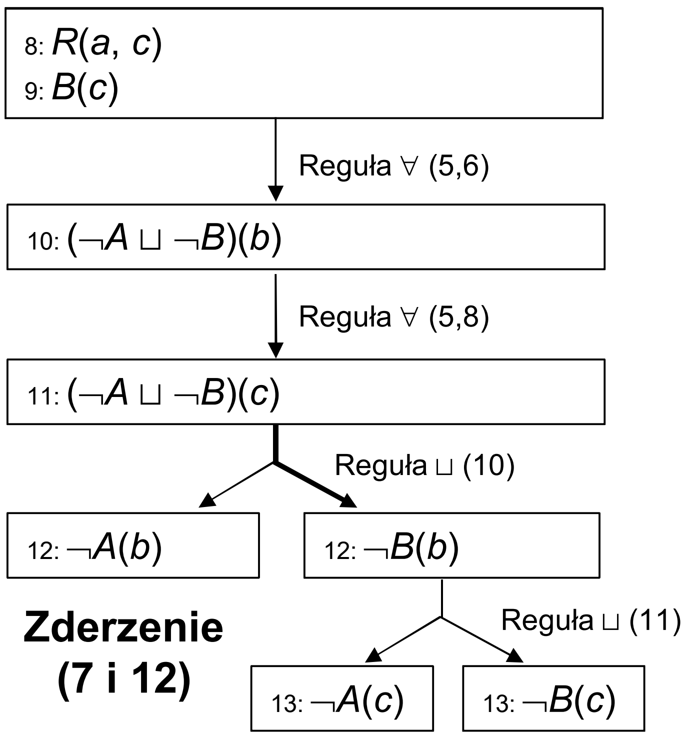
Działanie tableau dla $\mathcal{ALC}$

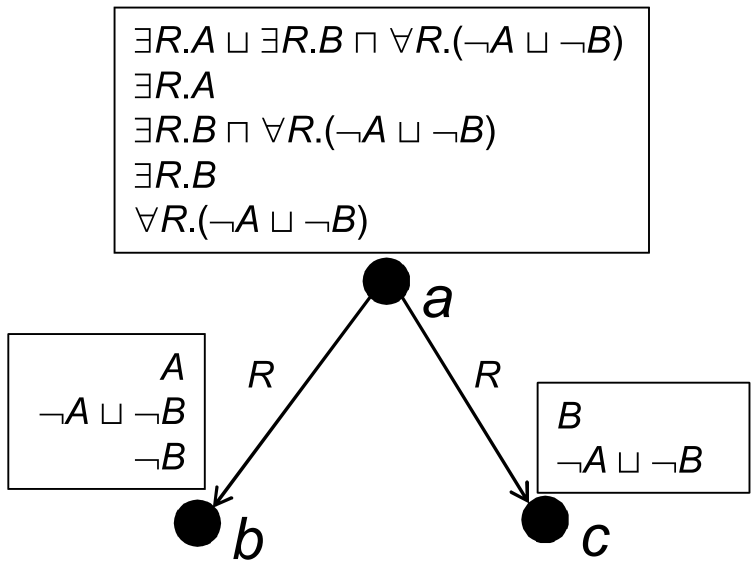


Zderzenie (7 i 12)

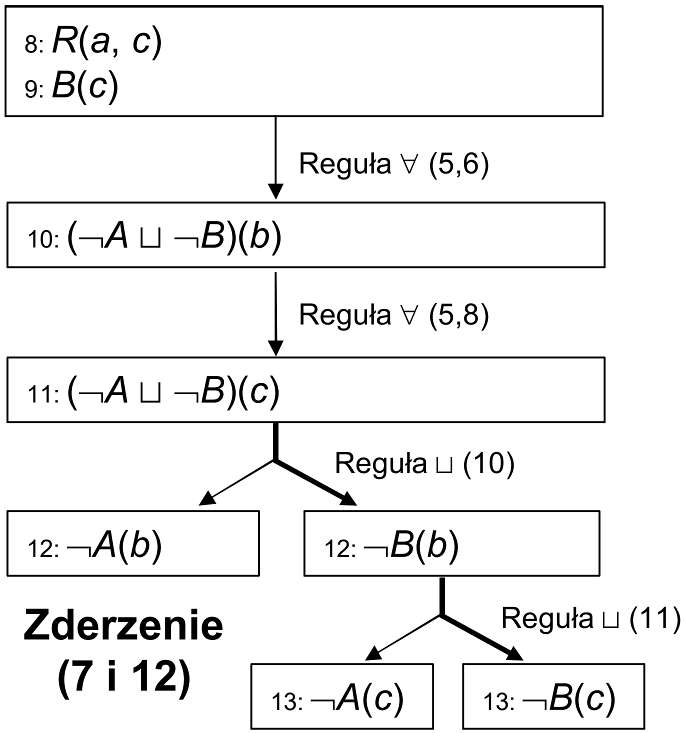


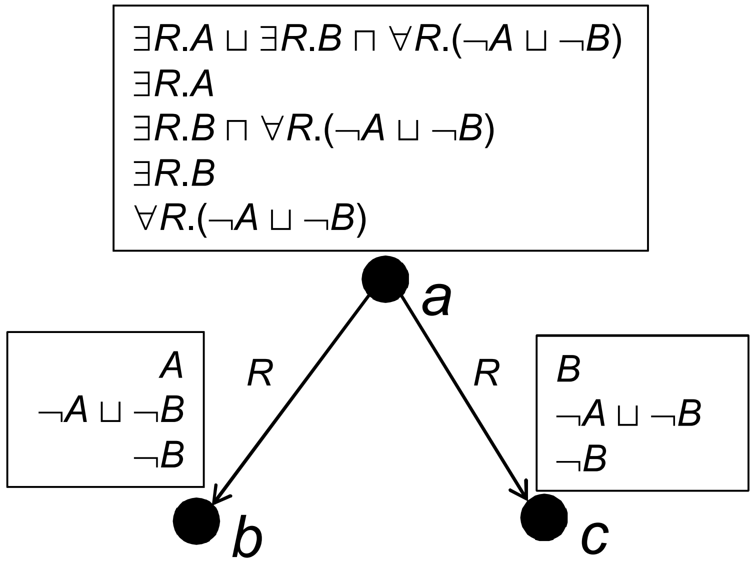
Działanie tableau dla $\mathcal{ALC}$





Działanie tableau dla $\mathcal{ALC}$





Działanie tableau dla $\mathcal{ALC}$

8: $R(a, c)$
9: $B(c)$

Reguła ∀ (5,6)

10: $(\neg A \sqcup \neg B)(b)$

Reguła ∀ (5,8)

11: $(\neg A \sqcup \neg B)(c)$

Reguła ⊔ (10)

12: $\neg A(b)$

Zderzenie (7 i 12)

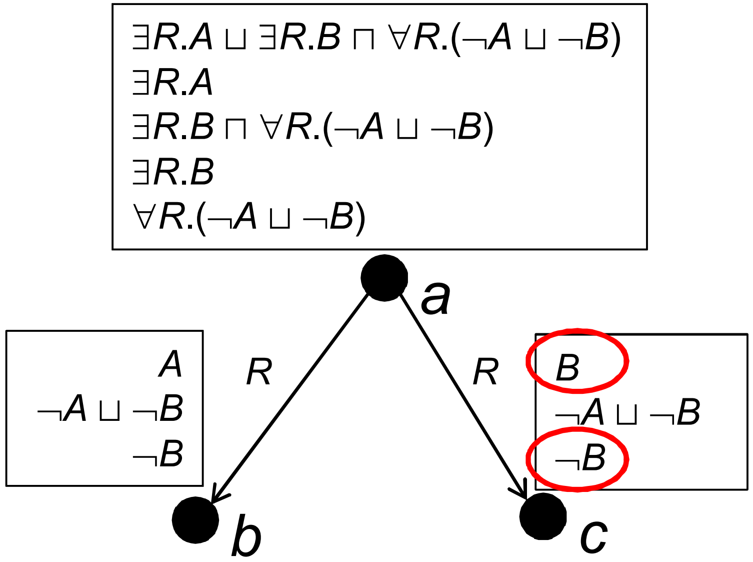
12: $\neg B(b)$

Reguła ⊔ (11)

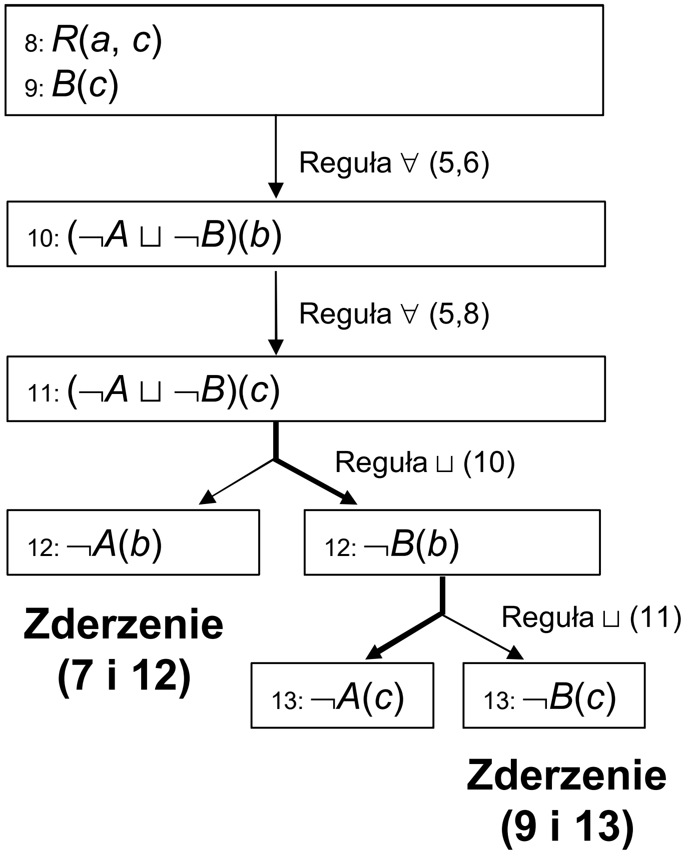
13: $\neg A(c)$

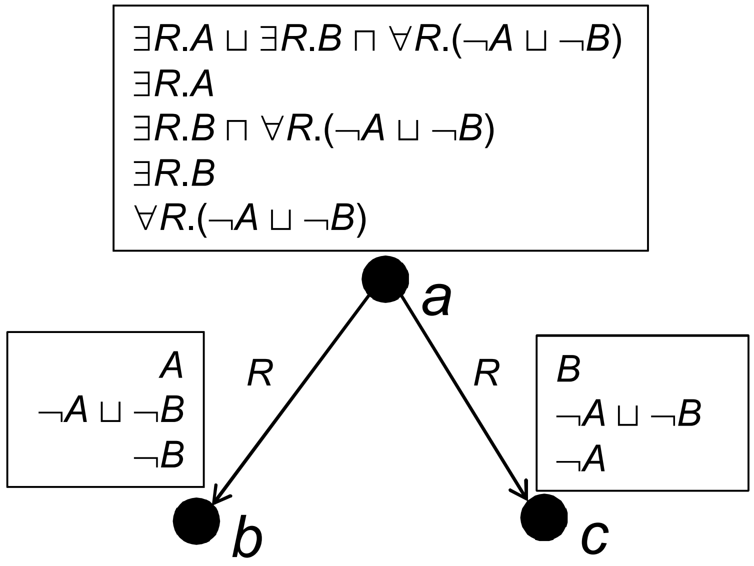
13: $\neg B(c)$

Zderzenie (9 i 13)



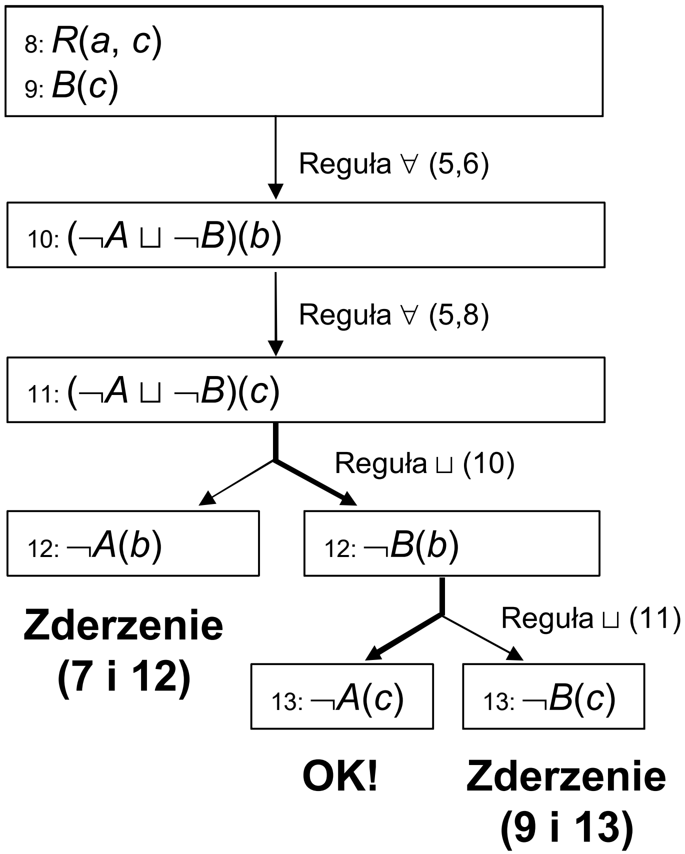
Działanie tableau dla $\mathcal{ALC}$

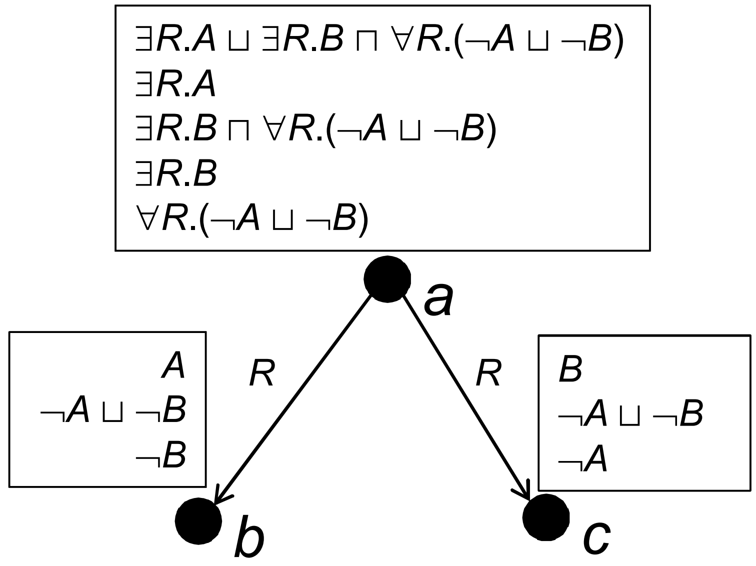




POLITECHNIKA GDAŃSKA

Działanie tableau dla $\mathcal{ALC}$





POLITECHNIKA GDAŃSKA

Działanie tableau dla $\mathcal{ALC}$

8: $R(a, c)$
9: $B(c)$

Reguła ∀ (5,6)

10: $(\neg A \sqcup \neg B)(b)$

Reguła ∀ (5,8)

11: $(\neg A \sqcup \neg B)(c)$

Reguła ⊔ (10)

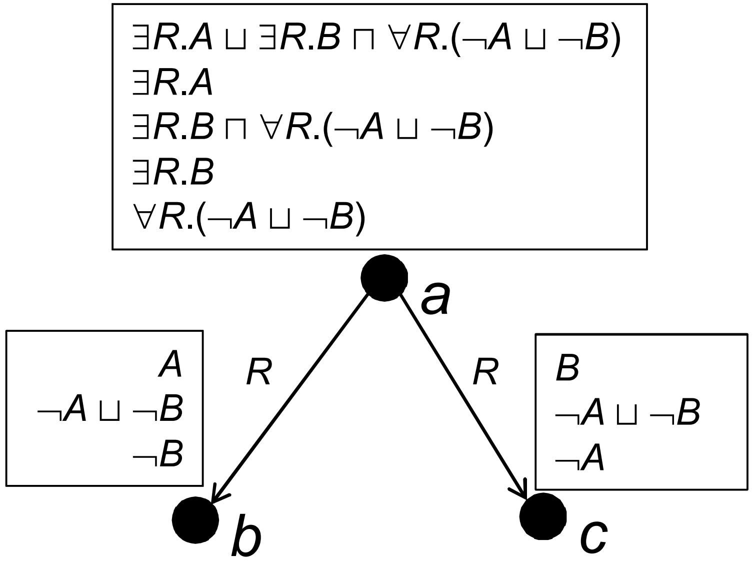
12: $\neg A(b)$ — **Zderzenie (7 i 12)**

12: $\neg B(b)$

Reguła ⊔ (11)

13: $\neg A(c)$ — **OK!**

13: $\neg B(c)$ — **Zderzenie (9 i 13)**



Odpowiedź: $\exists R.A \sqcap \exists R.B$ nie jest podrzędne względem $\exists R.(A \sqcap B)$