

Wielomiany

1. Dla jakiej wartości parametru m iloczyn wielomianów f i g jest równy wielomianowi h :

- a) $f(x) = x - m$, $g(x) = x + 7$, $h(x) = x^2 + 4x - 21$,
- b) $f(x) = \frac{1}{2}mx - 2$, $g(x) = x + 2m + 1$, $h(x) = x^2 + 3x - 10$,
- c) $f(x) = mx + 1$, $g(x) = x - 2m$, $h(x) = 2x^2 - 3x + 1$.

2. Liczby -2 i 1 są pierwiastkami wielomianu $W(x) = x^4 + x^3 - x^2 + dx + e$. Wyznacz współczynniki d i e .

3. Wykonać dzielenie wielomianu W przez wielomian Q , a następnie zapisz wielomian W w postaci $W(x) = P(x) \cdot Q(x) + R(x)$, gdzie $R(x)$ jest resztą z tego dzielenia:

- a) $W(x) = 2x^3 - 3x^2 + 5$, $Q(x) = 2x - 1$,
- b) $W(x) = 3x^4 + x^3 + 4x^2 - 2x - 1$, $Q(x) = x^2 - 1$,
- c) $W(x) = 4x^4 + 2x^3 - 6x^2 - 2x - 4$, $Q(x) = 2x^2 + 2$,
- d) $W(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4$, $Q(x) = x + 2$,
- e) $W(x) = -2x^4 + 3x^2 + 6$, $Q(x) = x - 3$,
- f) $W(x) = 2x^3 + x^2 + x - 1$, $Q(x) = x - 4$.

4. Rozłożyć na czynniki wielomian $W(x)$:

- a) $W(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$,
- b) $W(x) = x^3 + x^2 - 7x - 3$,
- c) $W(x) = 4x^3 + 4x^2 + 3x - 3$,
- d) $W(x) = 9x^4 - 12x^3 - 11x^2 - 2x$,
- e) $W(x) = x^3 + 2x^2 - 7x + 4$,
- f) $W(x) = 3x^3 + 13x^2 + 7x + 1$.

5. Rozwiązać równania:

- a) $x^3 + x^2 - 2 = 0$,
- b) $x^4 - 2x^2 - 8 = 0$,
- c) $4x^3 - x^2 - 8x + 2 = 0$,
- d) $3x^3 + x^2 + x = 2$,
- e) $2x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 0$,
- f) $x^6 + x^4 - 17x^2 + 15 = 0$,
- g) $|x^3 - x^2| = x$,
- h) $|x^3 - x| + x^2 - 1 = 0$,
- i) $|8x^3 - 1| = x - 8x^2$.

6. Rozwiązać nierówności:

- a) $x^3 - x + 6 > 0$,
- b) $2x^3 - 12 \leq x^2$,
- c) $2x^3 + x^2 - 10x - 5 < 0$,
- d) $3x^3 - x^2 + 6x - 2 \leq 0$,
- e) $2x^4 - 3x^2 + 1 < 0$,
- f) $x^6 - 7x^3 - 8 \geq 0$,
- g) $|x^2 - 2x| \geq x^3$,
- h) $|x^3 - 8| > x^2 + 2x + 4$,
- i) $x^3 + 3x^2 - 9x + 5 \leq 0$.

Odpowiedzi:

1. a) $m = 3$, b) $m = 2$, c) $m \in \emptyset$.

2. $d = 1$ $e = -2$.

3.

a) $W(x) = (x^2 - x - \frac{1}{2})(2x - 1) + \frac{9}{2}$,

b) $W(x) = (3x^2 + x + 7)(x^2 - 1) - x + 6$,

c) $W(x) = (2x^2 + x - 5)(2x^2 + 2) - 4x + 6$,

d) $W(x) = (x^2 - 4x + 11)(x + 2) - 26$,

e) $W(x) = (-2x^3 - 6x^2 - 15x - 45)(x - 3) - 129$

f) $W(x) = (2x^2 + 9x + 37)(x - 4) + 147$.

4.

a) $W(x) = (x - 1)(x + 2)(x + 3)$,

b) $W(x) = (x + 3)(x - 1 + \sqrt{2})(x - 1 - \sqrt{2})$,

c) $W(x) = (2x - 1)(2x^2 + 3x + 3)$,

d) $W(x) = x(x - 2)(3x + 1)^2$,

e) $W(x) = (x - 1)^2(x + 4)$

f) $W(x) = (3x + 1)(x + 2 + \sqrt{3})(x + 2 - \sqrt{3})$.

5. a) $x = 1$, b) $x \in \{-2, 2\}$, c) $x \in \{-\sqrt{2}, \frac{1}{4}, \sqrt{2}\}$, d) $x = \frac{2}{3}$, e) $x = -\frac{1}{2}$,

f) $x \in \{-\sqrt{3}, -1, 1, \sqrt{3}\}$, g) $x \in \{0, \frac{1+\sqrt{5}}{2}\}$, h) $x \in \{-1, 1\}$, i) $x \in \emptyset$.

6. a) $x \in (-2, \infty)$, b) $x \in (-\infty, 2]$, c) $x \in (-\infty, -\sqrt{5}) \cup (-\frac{1}{2}, \sqrt{5})$, d) $x \in (-\infty, \frac{1}{3}]$,

e) $x \in (-1, -\frac{\sqrt{2}}{2}) \cup (\frac{\sqrt{2}}{2}, 1)$, f) $x \in (-\infty, -1] \cup [2, \infty)$, g) $x \in (-\infty, 1]$, h) $x \in (-\infty, 1) \cup (3, \infty)$,

i) $x \in (-\infty, -5] \cup \{1\}$.