

7. Rozwiąż równanie.

- | | |
|--------------------------------------|---|
| a) $x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 12x + 9 = 0$ | f) $2x^4 + 5x^3 + x^2 - 5x - 3 = 0$ |
| b) $x^4 + 5x^3 + 9x^2 + 7x + 2 = 0$ | g) $6x^4 - 13x^3 - 2x^2 + 7x + 2 = 0$ |
| c) $x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8 = 0$ | h) $10x^4 + 7x^3 - 39x^2 - 28x - 4 = 0$ |
| d) $x^4 - 7x^2 + 12 = 0$ | i) $x^4 + x^3 - 11x^2 + x - 12 = 0$ |
| e) $2x^4 + 2x^3 + 4x - 8 = 0$ | j) $x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 38x - 24 = 0$ |

1. Rozwiąż nierówność.

- | | |
|--------------------------------|--------------------------------------|
| a) $x^4 - x^3 - 2x - 4 \leq 0$ | g) $x^4 \leq 8x^2$ |
| b) $x^3 + 6x^2 + 6x > -5$ | h) $x^4 - x^2 + 24 \geq 12(x^2 - 1)$ |
| c) $x^3 - 2x^2 - 4x \geq 0$ | i) $4x^3 + 12x^2 - x - 3 > 0$ |
| d) $x^3 - 2x^2 - 4x < -3$ | j) $2x^3 - 3x^2 - 10x + 15 \leq 0$ |
| e) $x^3 - 6x^2 + 12x \leq 8$ | k) $(x^2 + x + 1)(x^2 - 4) > 0$ |
| f) $x^4 < 8x$ | l) $(x^2 + x - 2)(5x^2 - x + 1) > 0$ |

1. Mając dane wielomiany $w(x) = x^3 - 1$ i $p(x) = 2x^2 + 4x + 1$, wyznacz wielomian u . Podaj jego stopień.

- | | |
|---------------------------|--|
| a) $u(x) = w(x) + p(x)$ | d) $u(x) = 2w(x) - x \cdot p(x)$ |
| b) $u(x) = w(x) - p(x)$ | e) $u(x) = w(x) + (1 - x)p(x)$ |
| c) $u(x) = 3w(x) - 4p(x)$ | f) $u(x) = 2[w(x)]^2 + \frac{p(x)}{2}$ |

2. Przekształć, korzystając ze wzorów skróconego mnożenia.

- | | |
|--------------------------|---|
| a) $(1 + 2x)(1 - 2x)$ | e) $(1 - x)(1 + x)(1 + x^2)$ |
| b) $(3x^2 - 1)^2$ | f) $(\sqrt{2}x - 1)(2x^2 - 1)(\sqrt{2}x + 1)$ |
| c) $(x + \frac{1}{3})^3$ | g) $(2x + 1)(4x^2 - 2x + 1)$ |
| d) $(1 - 2x)^3$ | h) $(x - 2)(x^2 + 2x + 4)(x^3 + 8)$ |

3. Rozłóż wielomian na czynniki.

- | | |
|--------------------------------|-----------------------------------|
| a) $w(x) = x^3 + 3x$ | f) $w(x) = x^3 - x^2 + x - 1$ |
| b) $w(x) = 3x^4 - 3x^2$ | g) $w(x) = x^3 - 2x^2 - 2x + 4$ |
| c) $w(x) = 2x^3 + 4x^2 + 2x$ | h) $w(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 - 4x$ |
| d) $w(x) = x^6 + 7x^5 + 6x^4$ | i) $w(x) = 5x^3 + x^2 - 15x - 3$ |
| e) $w(x) = 2x^7 + 4x^6 + 6x^5$ | j) $w(x) = -x^3 + x^2 + 2x - 2$ |

4. Rozwiąż równanie.

- | | |
|-----------------------------|-------------------------|
| a) $3x^3 + 3x^2 - 2x = 0$ | f) $x^4 - 9x^3 = 18x^2$ |
| b) $2x^4 - 8x^3 + 6x^2 = 0$ | g) $2x^4 + 8x^3 = x^5$ |
| c) $5x^2 + 2x^4 + x^3 = 0$ | h) $20x^6 + x^5 = x^4$ |
| d) $-2x^3 - 6x^2 + 8x = 0$ | i) $4x^5 + x^3 = 4x^4$ |
| e) $x^5 - 7x^4 + 12x^3 = 0$ | j) $x^4 = 2x^6 + x^5$ |

5. Rozwiąż równanie.

- | | |
|------------------------------|--------------------------------|
| a) $x^3 - 2x^2 + x - 2 = 0$ | e) $81x^3 - 9x^2 - 9x + 1 = 0$ |
| b) $x^3 + 5x^2 - x - 5 = 0$ | f) $x^4 + x^3 - 8x - 8 = 0$ |
| c) $2x^3 + x^2 - 8x - 4 = 0$ | g) $8x^4 + x^3 + 64x + 8 = 0$ |
| d) $x^3 - x^2 - 9x + 9 = 0$ | h) $4x^5 - x^3 - 4x^2 + 1 = 0$ |

6. Rozwiąż równanie.

a) $2x^5 + x^4 + 2x^3 + x^2 + 2x + 1 = 0$

b) $x^5 + x^4 - 3x^3 - 3x^2 - 4x - 4 = 0$

c) $x^5 - 2x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 3x + 6 = 0$

d) $x^5 + 3x^4 - 3x^3 - 9x^2 + 2x + 6 = 0$

7. Rozwiąż równanie.

a) $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$

c) $x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 5x + 6 = 0$

b) $x^3 - 6x^2 - 5x - 14 = 0$

d) $x^3 - x^2 - 3x - 9 = 0$

8. Podziel wielomian w przez wielomian p .

a) $w(x) = x^3 + x + 1, p(x) = x - 3$

b) $w(x) = x^4 + x^2 + 1, p(x) = 2x + 1$

c) $w(x) = x^3 + 3x^2 + 1, p(x) = x + 2$

d) $w(x) = 2x^4 - x^3 - x^2 - x + 6, p(x) = x - 1$

e) $w(x) = x^4 + 2x + 1, p(x) = x^2 - 1$

f) $w(x) = x^3 - 3x^2 + x - 5, p(x) = x^2 + 1$

g) $w(x) = 5x^3 + x^2 - 10x - 2, p(x) = x^2 - 2$

h) $w(x) = x^3 + 2x^2 + 4x + 2, p(x) = x^2 + x - 1$

9. Przedstaw wielomian w w postaci $w(x) = (x + 2)p(x) + r(x)$.

a) $w(x) = x^3 + 2x$

c) $w(x) = 4x^4 + 8x^3 - x^2 - 2x$

b) $w(x) = x^3 + 2x^2 + x + 1$

d) $w(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 2$

10. Nie wykonując dzielenia, oblicz resztę z dzielenia wielomianu w przez dwumian q .

a) $w(x) = 7x^4 - x^3 + 1, q(x) = x - 1$

b) $w(x) = x^3 + 1, q(x) = x + 5$

c) $w(x) = 2x^3 + 6x^2 - 8, q(x) = x + 2$

d) $w(x) = x^3 - x^2 - x + 2, q(x) = x - 5$

e) $w(x) = -x^5 + 3x^2 + 10x, q(x) = x - 2$

f) $w(x) = (x + 2)^5 + 4, q(x) = x + 1$

11. Punkty $A(3, a), B(-1, b), C(0, c)$ należą do wykresu funkcji:

$$f(x) = -x^3 + 4x^2 + x - 1.$$

Wyznacz a, b, c .

12. Sprawdź, że liczba a jest pierwiastkiem równania. Znajdź pozostałe pierwiastki.

a) $x^3 - 5x^2 - 2x + 24 = 0, a = -2$

c) $x^3 + 3x^2 - 3x - 1 = 0, a = 1$

b) $x^3 - 2x^2 - 9x + 4 = 0, a = 4$

d) $x^4 - 6x^2 + 9x = 0, a = -3$

13. Nie wykonując dzielenia, sprawdź, czy wielomian w jest podzielny przez wielomian q .

a) $w(x) = x^3 - 7x + 6, q(x) = (x - 1)(x - 2)$

b) $w(x) = x^3 - 3x^2 - 10x - 8, q(x) = (x + 1)(x + 2)$

c) $w(x) = x^5 - 1, q(x) = x^2 - 1$

14. Rozwiąż nierówność.

a) $(x - 1)(x + 3) > 0$

e) $(x - 1)(x^2 + x + 1) > 0$

b) $(x - 1)(x + 2)(x - 3) \geq 0$

f) $(x - 4)^2(x^2 - 16) \leq 0$

c) $x(x + 2)(x - 1) \leq 0$

g) $x^2(x^2 + 2x + 1) \leq 0$

d) $x^2(x - 3)(x + 1) \leq 0$

h) $(x - 1)^2(x + 3)^3 > 0$

7. a) $x = 1, x = 3$ b) $x = -2, x = -1$
 c) $x = -2, x = 1$
 d) $x = -2, x = -\sqrt{3}, x = \sqrt{3}, x = 2$
 e) $x = -2, x = 1$
 f) $x = -\frac{3}{2}, x = -1, x = 1$
 g) $x = -\frac{1}{2}, x = -\frac{1}{3}, x = 1, x = 2$
 h) $x = -2, x = -\frac{1}{2}, x = -\frac{1}{5}, x = 2$
 i) $x = -4, x = 3$
 j) $x = -4, x = 1, x = 2, x = 3$

1. a) $x \in \langle -1, 2 \rangle$ b) $x \in \langle -5, \infty \rangle$
 c) $x \in \langle 1 - \sqrt{5}, 0 \rangle \cup \langle 1 + \sqrt{5}, \infty \rangle$
 d) $x \in \left(-\infty, \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \right) \cup \left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}, 3 \right)$
 e) $x \in \langle -\infty, 2 \rangle$ f) $x \in \langle 0, 2 \rangle$
 g) $x \in \langle -2\sqrt{2}, 2\sqrt{2} \rangle$
 h) $x \in \langle -\infty, -3 \rangle \cup \langle -2, 2 \rangle \cup \langle 3, \infty \rangle$
 i) $x \in \langle -3, -\frac{1}{2} \rangle \cup \langle \frac{1}{2}, \infty \rangle$
 j) $x \in \langle -\infty, -\sqrt{5} \rangle \cup \langle \frac{3}{2}, \sqrt{5} \rangle$
 k) $x \in \langle -\infty, -2 \rangle \cup \langle 2, \infty \rangle$
 l) $x \in \langle -\infty, -2 \rangle \cup \langle 1, \infty \rangle$

1. a) $u(x) = x^3 + 2x^2 + 4x, \text{st}(u) = 3$
 b) $u(x) = x^3 - 2x^2 - 4x - 2, \text{st}(u) = 3$
 c) $u(x) = 3x^3 - 8x^2 - 16x - 7, \text{st}(u) = 3$
 d) $u(x) = -4x^2 - x - 2, \text{st}(u) = 2$
 e) $u(x) = -x^3 - 2x^2 + 3x, \text{st}(u) = 3$
 f) $u(x) = 2x^6 - 4x^3 + x^2 + 2x + \frac{5}{2}, \text{st}(u) = 6$

2. a) $1 - 4x^2$ b) $9x^4 - 6x^2 + 1$
 c) $x^3 + x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{27}$
 d) $-8x^3 + 12x^2 - 6x + 1$ e) $1 - x^4$
 f) $4x^4 - 4x^2 + 1$ g) $8x^3 + 1$ h) $x^6 - 64$

3. a) $w(x) = x(x^2 + 3)$
 b) $w(x) = 3x^2(x - 1)(x + 1)$
 c) $w(x) = 2x(x + 1)^2$
 d) $w(x) = x^4(x + 1)(x + 6)$
 e) $w(x) = 2x^5(x^2 + 2x + 3)$
 f) $w(x) = (x - 1)(x^2 + 1)$
 g) $w(x) = (x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})(x - 2)$
 h) $w(x) = x(x + 1)(x + 2)(x - 2)$
 i) $w(x) = (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})(5x + 1)$
 j) $w(x) = -(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})(x - 1)$

4. a) $x = 0, x = \frac{-3-\sqrt{33}}{6}, x = \frac{-3+\sqrt{33}}{6}$
 b) $x = 0, x = 1, x = 3$ c) $x = 0$
 d) $x = -4, x = 0, x = 1$
 e) $x = 0, x = 3, x = 4,$
 f) $x = 0, x = \frac{9-\sqrt{153}}{2}, x = \frac{9+\sqrt{153}}{2}$
 g) $x = -2, x = 0, x = 4$
 h) $x = -\frac{1}{4}, x = 0, x = \frac{1}{5}$
 i) $x = 0, x = \frac{1}{2}$
 j) $x = -1, x = 0, x = \frac{1}{2}$

5. a) $x = 2$ b) $x = -5, x = -1, x = 1$
 c) $x = -2, x = -\frac{1}{2}, x = 2$
 d) $x = -3, x = 1, x = 3$
 e) $x = -\frac{1}{3}, x = \frac{1}{9}, x = \frac{1}{3}$
 f) $x = -1, x = 2$ g) $x = -\frac{1}{8}, x = -2$
 h) $x = -\frac{1}{2}, x = \frac{1}{2}, x = 1$

6. a) $x = -\frac{1}{2}$ b) $x = -2, x = -1, x = 2$
 c) $x = -1, x = 1, x = 2$
 d) $x = -3, x = -\sqrt{2}, x = -1, x = \sqrt{2},$
 $x = 1$

7. a) $x = 1, x = 2, x = 3$ b) $x = 7$
 c) $x = 2, x = 3$ d) $x = 3$

8. a) $x^2 + 3x + 10$ reszta 31
 b) $\frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{8}x - \frac{5}{16}$ reszta $\frac{21}{16}$
 c) $x^2 + x - 2$ reszta 5
 d) $2x^3 + x^2 - 1$ reszta 5
 e) $x^2 + 1$ reszta $2x + 2$
 f) $x - 3$ reszta -2
 g) $5x + 1$ reszta 0 h) $x + 1$ reszta $4x + 3$

9. a) $w(x) = (x^2 - 2x + 6)(x + 2) - 12$
 b) $w(x) = (x^2 + 1)(x + 2) - 1$
 c) $w(x) = (4x^3 - x)(x + 2)$
 d) $w(x) = (x^2 + x - 11)(x + 2) + 20$

10. a) 7 b) -124 c) 0 d) 97 e) 0 f) 5

11. $a = 11, b = 3, c = -1$

12. a) $x = 3, x = 4$
 b) $x = -1 - \sqrt{2}, x = -1 + \sqrt{2}$
 c) $x = -2 - \sqrt{3}, x = -2 + \sqrt{3}$ d) $x = 0$

13. a) tak b) nie c) nie

14. a) $x \in \langle -\infty, -3 \rangle \cup \langle 1, \infty \rangle$
 b) $x \in \langle -2, 1 \rangle \cup \langle 3, \infty \rangle$
 c) $x \in \langle -\infty, -2 \rangle \cup \langle 0, 1 \rangle$
 d) $x \in \langle -1, 3 \rangle$ e) $x \in \langle 1, \infty \rangle$
 f) $x \in \langle -4, 4 \rangle$ g) $x \in \{-1, 0\}$
 h) $x \in \langle -3, 1 \rangle \cup \langle 1, \infty \rangle$