

Trygonometria

Zad 1

Obliczyć:

a) $\sin 225^\circ$, b) $\sin(-\frac{10}{6}\pi)$, c) $\cos(-570^\circ)$, d) $\cos \frac{5}{4}\pi$, e) $\operatorname{tg}(-1230^\circ)$, f) $\operatorname{tg} 5\frac{1}{6}\pi$, g) $\operatorname{ctg} 495^\circ$, h) $\operatorname{ctg}(-\frac{25}{3}\pi)$.

Zad 2

Obliczyć:

a) $\sin 30^\circ + \cos 120^\circ$, b) $\frac{\sin 120^\circ + \cos 300^\circ}{\operatorname{tg}(-225^\circ)}$, c) $\frac{\sin 135^\circ + 2\cos(-60^\circ)}{\operatorname{tg} 225^\circ}$, d) $\sin \frac{13}{6}\pi + \cos \frac{7}{3}\pi$, e) $\frac{\sin \frac{37}{6}\pi - 2\cos \frac{\pi}{6}}{-\operatorname{tg} \frac{5}{4}\pi}$, f) $\frac{\sin \frac{5}{4}\pi - \cos \frac{\pi}{4}}{\operatorname{ctg} \frac{4}{3}\pi}$.

Zad 3

Rozwiązać równania:

a) $\sin 4x = 1$, b) $2\sin(x + \frac{\pi}{3}) = 1$, c) $\sqrt{2}\sin(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}) = 1$, d) $\sin(3x - \frac{\pi}{6}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, e) $2\cos(2x - \frac{\pi}{2}) = 1$,
f) $\operatorname{tg} 4x = -1$, g) $2\cos(\frac{\pi}{4} - x) = -\sqrt{2}$, h) $3\operatorname{tg}(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}) = -\sqrt{3}$, i) $\sqrt{3}\operatorname{ctg}(2x - \frac{\pi}{4}) = -1$,
j) $2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0$, k) $\cos^2 x + 6\cos x + 5 = 0$, l) $2\cos^2 x + \sin x = 1$.

Zad 4

Rozwiązać nierówności:

a) $2\sin x < \sqrt{2}$, b) $2\cos x \geq -\sqrt{3}$, c) $\sin^2 x < 1$, d) $|2\cos x| < 1$, e) $|2\sin x| \geq \sqrt{3}$, f) $\operatorname{tg} x < 1$,
g) $\sqrt{3}\operatorname{tg} x \leq -1$, h) $3\operatorname{ctg}^2 x < 1$, i) $|\operatorname{tg} x| \geq \sqrt{3}$, j) $|\operatorname{ctg} x| \geq 1$.

Zad 5

Naszkiecować wykresy funkcji:

a) $y = 2|\sin x|$, b) $y = -3|\cos x| + 5$, c) $y = |\operatorname{tg} x| + 3$, d) $y = -|\operatorname{ctg} x| - 2$, e) $y = \sin(x - \frac{\pi}{2}) - 1$,
f) $y = \operatorname{tg}(x + \frac{\pi}{6}) + 1$.

Odpowiedzi:

Zad 1 a) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$, b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$, c) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$, d) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$, e) $\frac{\sqrt{3}}{3}$, f) $\frac{\sqrt{3}}{3}$, g) -1 , h) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Zad 2 a) 0 , b) $-\frac{\sqrt{3}+1}{2}$, c) $\frac{\sqrt{2}}{2} + 1$, d) 1 , e) $\frac{2\sqrt{3}-1}{2}$, f) $-\sqrt{6}$.

Zad 3 a) $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}$, b) $x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \vee x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$,

c) $x = \pi + 4k\pi \vee x = 2\pi + 4k\pi$, d) $x = \frac{\pi}{2} + \frac{2}{3}k\pi \vee x = \frac{11}{18}\pi + \frac{2}{3}k\pi$, e) $x = \frac{\pi}{12} + k\pi \vee x = \frac{5}{12}\pi + k\pi$,

f) $x = -\frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{4}$, g) $x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \vee x = \pi + 2k\pi$, h) $x = -\frac{2}{3}\pi + 2k\pi$, i) $x = -\frac{\pi}{24} + k\frac{\pi}{2}$,

j) $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \vee x = \frac{5}{6}\pi + 2k\pi$, k) $x = \pi + 2k\pi$ l) $x = -\frac{5}{6}\pi + 2k\pi \vee x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \vee x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$.

Zad 4 a) $x \in (\frac{3}{4}\pi + 2k\pi, \frac{9}{4}\pi + 2k\pi)$, b) $x \in \langle -\frac{5}{6}\pi + 2k\pi, \frac{5}{6}\pi + 2k\pi \rangle$, c) $x \in R \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z\}$,

d) $x \in (\frac{\pi}{3} + k\pi, \frac{2}{3}\pi + k\pi)$, e) $x \in \langle \frac{\pi}{3} + k\pi, \frac{2}{3}\pi + k\pi \rangle$, f) $x \in (-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{4} + k\pi)$, g) $x \in (-\frac{\pi}{2} + k\pi, -\frac{\pi}{6} + k\pi)$,

h) $x \in (\frac{\pi}{3} + k\pi, \frac{2}{3}\pi + k\pi)$, i) $x \in (-\frac{\pi}{2} + k\pi, -\frac{\pi}{3} + k\pi) \cup \langle \frac{\pi}{3} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi \rangle$, j) $x \in (k\pi, \frac{\pi}{4} + k\pi) \cup \langle \frac{3}{4}\pi + k\pi \rangle$.