

2. Dziedziną funkcji jest zbiór tych  $x$ , które spełniają nierówność:

$$-1 \leq \frac{1-2x}{4} \leq 1.$$

Rozwiązując tę nierówność, otrzymujemy dziedzinę funkcji:  $[-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}]$ .

Wyznaczyć dziedziny następujących funkcji:

- |  |   |
|--|---|
| 1. $y = \frac{1}{x^2 - 25}$                            | 2. $y = \sqrt{3x - 1}$                                |
| 3. $y = \frac{1}{\sqrt{4-x}}$                          | 4. $y = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{1-x}}$              |
| 5. $y = \sqrt{-x} + \frac{2}{\sqrt{x+5}}$              | 6. $y = \log_2(x^2 - 9)$                              |
| 7. $y = \sqrt{1-x^2}$                                  | 8. $y = \sqrt{1+x} + \log(1-x)$                       |
| 9. $y = \sqrt{2+x} + \frac{1}{\log(2-x)}$              | 10. $y = \sqrt{1+x} + \frac{1}{\log(x^2 + 2x + 2)}$   |
| 11. $y = \log(x^2 - 4) + \sqrt{6-2x}$                  | 12. $y = \sqrt{\log \frac{x+1}{x-1}}$                 |
| 13. $y = \sqrt{ x-3  - 2}$                             | 14. $y = \sqrt{3 - \left  \frac{4x-5}{2x+7} \right }$ |
| 15. $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{10}} \frac{3x-1}{2x+1}}$ | 16. $y = \arcsin \frac{x}{2}$                         |
| 17. $y = \arcsin \frac{x-3}{2} + \log(4-x)$            | 18. $y = \sqrt{3-x} + \arccos \frac{3-2x}{5}$         |
| 19. $y = \arcsin \frac{x-2}{2} + \sqrt{ x-2  - 1}$     | 20. $y = \arcsin \frac{x-1}{2} + \log(6x^2 - x - 2)$  |
| 21. $y = \arccos \frac{ x-1  - 3}{2}$                  | 22. $y = \log(x^2 - 9) - \log(25 - x^2)$              |
| 23. $y = \sqrt{\sin t} + \log \frac{5+t}{3-t}$         |   |
| 24. $y = \log_2 [1 - \log(x^2 - 5x + 16)]$             |   |

Obliczyć:

25.  $\arcsin(1) + \arccos(1) + \operatorname{arctg}(1) + \operatorname{arcctg}(1)$

26.  $\arcsin(-1) + \arccos(-1) + \operatorname{arctg}(-1) + \operatorname{arcctg}(-1)$

27.  $\arcsin(\frac{1}{2}) + \arccos(\frac{1}{2}) + \arcsin(-\frac{1}{2}) + \arccos(-\frac{1}{2})$

28.  $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} + \operatorname{arctg} \left( -\frac{\sqrt{3}}{3} \right) + \operatorname{arcctg}(-1)$

29.  $2 \arcsin \left( -\frac{1}{2} \right) + \operatorname{arctg}(-1)$

30.  $3 \arccos \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \arcsin \left( \frac{1}{2} \right) + \operatorname{arctg}(-\sqrt{3})$

Odpowiedzi

- |                                     |  |                                   |
|-------------------------------------|--|-----------------------------------|
| 1. $\mathbb{R} \setminus \{-5, 5\}$ | 2. $[\frac{1}{3}, \infty)$                       | 3. $(-\infty, 4)$                 |
| 4. $[0, 1)$                         | 5. $(-5, 0]$                                     | 6. $\mathbb{R} \setminus [-3, 3]$ |
| 7. $[-1, 1]$                        | 8. $[-1, 1)$                                     | 9. $[-2, 1) \cup (1, 2)$          |
| 10. $(-1, \infty)$                  | 11. $(-\infty, -2) \cup (2, 3]$                  | 12. $(1, \infty)$                 |
| 13. $(-\infty, 1] \cup [5, \infty)$ | 14. $(-\infty, -13] \cup [-\frac{8}{5}, \infty)$ | 15. $(\frac{1}{3}, 2]$            |
| 16. $[-2, 2]$                       | 17. $[1, 4)$                                     | 18. $[-1, 3]$                     |
| 19. $[0, 1] \cup [3, 4]$            | 20. $[-1, -\frac{1}{2}) \cup (\frac{2}{3}, 3]$   | 21. $[-4, 0] \cup [2, 6]$         |
| 22. $(-5, -3) \cup (3, 5)$          | 23. $(-5, -\pi] \cup [0, 3)$                     | 24. $(2, 3)$                      |
| 25. $\pi$                           | 26. $\pi$  | 27. $\pi$                         |
| 28. $\pi$                           | 29. $-\frac{7}{12}\pi$                           | 30. $\frac{7}{3}\pi$              |

### 1.2.3. Funkcja odwrotna

Wyznaczyć funkcję odwrotną do

1.  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}, x \geq 0,$

2.  $f(x) = \sin \frac{x}{2}, -\pi \leq x \leq \pi$

Rozwiązania

1. Zauważmy, że  $D(f) = [0, \infty)$ ,  $I(f) = (0, 1]$ , gdzie  $D(f)$  oznacza dziedzinę funkcji  $f$ , natomiast  $I(f)$  oznacza przeciwdziedzinę funkcji  $f$ . Funkcja  $f$  jest różnowartościowa w rozpatrywanym przedziale, a więc istnieje funkcja odwrotna