

GRANICE FUNKCJI

Obliczyć granice funkcji:

5. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{10+x}{x^2}$

7. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2 - 6x + 5}$

9. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3}{1-x^3} + \frac{1}{x-1} \right)$

11. $\lim_{x \rightarrow \pi} \sin(2x) \operatorname{ctg} x$

13. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x+1} - 2}$

15. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{2}}{4x}$

17. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 4x}{8x}$

19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 6x}$

21. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{5x^2}$

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 - \sqrt{9-x}}{\sin 5x}$

6. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x+3}$

8. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4}$

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 3^{2x}}{3^x - 1}$

12. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\cos 2x}$

14. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin 5x}{3x}$

16. $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{\frac{\sin 3x}{x} + 1}$

18. $\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg} 2x$

20. $\lim_{x \rightarrow 0} \sin(3x) \operatorname{ctg}(5x)$

22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sqrt{3x+1} - 1}$

24. $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} x$

25. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(\frac{x}{2}) \sin^2(2x)}{3x^4}$

27. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - \arcsin x}{3x + \arcsin x}$

29. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x+3}{2x^2 - 1}$

31. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9x^2 + 1}}{x+2}$

33. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$

35. $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - 3x + 1})$

37. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{e^x + 1} - \sqrt{e^x - 1})$

39. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x} \right)^{3x}$

41. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-5}{2x+1} \right)^{x-1}$

43. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 3}}{2x}$

45. $\lim_{x \rightarrow \infty} \arcsin \frac{x}{2x+1}$

47. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \operatorname{arcctg} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

49. $\lim_{x \rightarrow \infty} \arccos (\sqrt{x^2 + x} - x)$

50. $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{arctg} \left(\frac{\sin x}{x} \right)$

26. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \arcsin 2x}{3x}$

28. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 3x + 1}{-2x^3 - x - 2}$

30. $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t^4}{t^3 + 7}$

32. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x} + 1 \right) \frac{5x^2 - 1}{x^2}$

34. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x - \sqrt{x^2 - 3x + 1})$

36. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3} - \sqrt{x^2 - x})$

38. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{\sqrt{x+1}}}{e^{\sqrt{x}}}$

40. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x^2} \right)^{-x^2}$

42. $\lim_{x \rightarrow -\infty} [2x + \sqrt{x^2 - x}]$

44. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 3}}{2x}$

46. $\lim_{x \rightarrow \infty} \arccos \frac{2+x}{2-x}$

48. $\lim_{x \rightarrow 0} \arccos \left(\frac{e^x - 1}{x} \right)$

Obliczyć granice jednostronne funkcji:

51. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{6x}{2-x}$

53. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \log_{\frac{1}{3}} x$

55. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\cos x}{\ln x}$

57. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2}{x^2 - 4}$

59. $\lim_{x \rightarrow 0^+} e^{\frac{1}{x}}$

52. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{6x}{2-x}$

54. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \log_3 x$

56. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-4}{\ln x}$

58. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2}{x^2 - 4}$

60. $\lim_{x \rightarrow 0^-} e^{\frac{1}{x}}$

61. $\lim_{x \rightarrow 3^+} 2^{\frac{1}{x-3}}$

63. $\lim_{x \rightarrow 9^+} \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{1-2x}{9-x}}$

65. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2 + 3^{\frac{1}{x}}}{5 + 3^{\frac{1}{x}}}$

67. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(x + \frac{x}{|x|} \right)$

69. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(-2x)}{|x|}$

71. $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 9}{|x-3|}$

73. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^3 - 4x^2 + 3x}{|x-1|}$

75. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{x-2}$

77. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1 - \cos 2x}}{x}$

79. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \operatorname{arctg} \frac{5x+3}{2-x}$

81. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \operatorname{arctg} \left(\frac{\sin x}{|x|} \right)$

62. $\lim_{x \rightarrow 3^-} 2^{\frac{1}{x-3}}$

64. $\lim_{x \rightarrow 9^-} \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{1-2x}{9-x}}$

66. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2 + 3^{\frac{1}{x}}}{5 + 3^{\frac{1}{x}}}$

68. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \left(x + \frac{x}{|x|} \right)$

70. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin(-2x)}{|x|}$

72. $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 - 9}{|x-3|}$

74. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^3 - 4x^2 + 3x}{|x-1|}$

76. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{x-2}$

78. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - \cos 2x}}{x}$

80. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \operatorname{arctg} \frac{5x+3}{2-x}$

82. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \operatorname{arctg} \left(\frac{\sin x}{|x|} \right)$

Odpowiedzi

5. 3	6. -6	7. $-\frac{1}{4}$
8. 3	9. 1	10. -2
11. 2	12. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$	13. 24
14. $\frac{10}{3}$	15. $\frac{1}{8}$	16. 2
17. $\frac{1}{2}$	18. $\frac{1}{2}$	19. $\frac{1}{2}$
20. $\frac{3}{5}$	21. $\frac{2}{5}$	22. $\frac{4}{3}$
23. $\frac{1}{30}$	24. $\frac{2}{\pi}$	25. $\frac{1}{3}$
26. $\frac{4}{3}$	27. $\frac{1}{4}$	28. $-\frac{1}{2}$
29. 0	30. ∞	31. 3
32. 5	33. 1	34. $-\infty$
35. $\frac{3}{2}$	36. $\frac{1}{2}$	37. 0
38. 1	39. e^6	40. e^{-2}
41. e^{-3}	42. $-\infty$	43. $\frac{1}{2}$
44. $-\frac{1}{2}$	45. $\frac{\pi}{6}$	46. π
47. $\frac{3}{4}\pi$	48. 0	49. $\frac{\pi}{3}$
50. $\frac{\pi}{4}$	51. $-\infty$	52. ∞
53. ∞	54. $-\infty$	55. $-\infty$
56. ∞	57. ∞	58. $-\infty$
59. ∞	60. 0	61. ∞
62. 0	63. 0	64. ∞
65. 1	66. $\frac{2}{5}$	67. 1
68. -1	69. -2	70. 2
71. 6	72. -6	73. -2
74. 2	75. 1	76. -1
77. $\sqrt{2}$	78. $-\sqrt{2}$	79. $-\frac{\pi}{2}$
80. $\frac{\pi}{2}$	81. $\frac{\pi}{4}$	82. $-\frac{\pi}{4}$