

Zastosowania pochodnych

Zad. 1.

Wyznaczyć przedziały monotoniczności oraz ekstrema funkcji:

a) $y = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$, b) $y = \frac{1+\ln x}{x}$, c) $y = x - 2\arctg x$, d) $y = \frac{e^{2x}}{x}$.

Zad. 2.

Wyznaczyć przedziały wklęsłości i wypukłości oraz punkty przegięcia funkcji:

a) $y = \frac{x}{(x-1)^2}$, b) $y = xe^{-x}$, c) $y = x - \frac{2}{x} - 3\ln x$.

Zad. 3.

Wyznaczyć asymptoty funkcji:

a) $y = \frac{x-1}{x^2(x-2)}$, b) $y = (x^2 - 3)e^x$, c) $y = x + x\arctg x$, d) $y = \frac{x-4}{\ln x}$.

Zad. 4.

Zbadać przebieg zmienności funkcji i naszkicować jej wykres:

a) $y = \frac{x^4}{x^3+1}$, b) $y = 2(x^2 - 1)e^x$.

Odpowiedzi:

Zad 1.

a) $y_{max}(-2) = -2, y_{min}(2) = 2,$ b) $y_{max}(1) = e,$ c) $y_{max}(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4}, y_{min}(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2} - \frac{\pi}{4},$
d) $y_{min}(\frac{1}{2}) = 2e.$

Zad. 2.

a) $y_{pp}(-2) = -\frac{2}{9},$ b) $y_{pp}(2) = 2e^{-2},$ c) $y_{pp}(\frac{4}{3}) = -\frac{1}{6} - 3 \ln \frac{4}{3}.$

Zad. 3.

a) $x = 0$ asymptota pionowa obustronna; $x = 2$ asymptota pionowa obustronna; $y = 0$ asymptota pozioma obustronna; b) $y = 0$ asymptota pozioma lewostronna; c) $y = (1 - \frac{\pi}{2})x - 1$ asymptota ukośna lewostronna; $y = (1 + \frac{\pi}{2})x - 1$ asymptota ukośna prawostronna; d) $x = 1$ asymptota pionowa obustronna.