

Całki - podstawowe wzory

1. $\int dx = x + C,$

2. $\int x^n dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1} + C, \quad n \neq -1,$

3. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C,$

4. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, \quad a > 0$

5. $\int e^x dx = e^x + C,$

6. $\int \sin x dx = -\cos x + C,$

7. $\int \cos x dx = \sin x + C,$

8. $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C,$

9. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C,$

10. $\int \frac{dx}{(x+p)^2+a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x+p}{a} + C,$

11. $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C,$

12. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+q}} = \ln \left| x + \sqrt{x^2+q} \right| + C,$

Własności całek

13. $\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx,$

14. $\int c f(x) dx = c \int f(x) dx,$

Całkowanie przez części

15. $\int f(x)g'(x) dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x) dx$

Całkowanie przez podstawienie

16. $\int f(g(x)) g'(x) dx = \left| \begin{array}{l} g(x) = t \\ g'(x)dx = dt \end{array} \right| = \int f(t) dt$

Inne przydatne wzory

17. $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + C,$

Podstawienie uniwersalne

$$t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$$

$$\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$$

$$\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$$

$$dx = \frac{2}{1+t^2} dt.$$