

Programowanie liniowe – przykładowe zadania

Zadanie 1

Spółdzielnia mieszkaniowa zamierza zbudować osiedle mieszkaniowe. Przygotowano projekty trzech rodzajów budynków: 3-kondygnacyjny (B1), 4-kondygnacyjny (B2) i 7-kondygnacyjny (B3). W budynku typu B1 zaprojektowano 6 mieszkań typu M2, 10 mieszkań M3 i 6 mieszkań M4. W budynku B2 znajduje się 6 mieszkań M2, 8 mieszkań M3, 10 mieszkań M4 i 6 mieszkań M5, a w budynku B3 – 10 mieszkań M2, 15 mieszkań M3, 10 mieszkań M4 i 15 mieszkań M5. Mieszkanie M2 ma powierzchnię 36 m², M3 – 48 m², M4 – 60 m², M5 – 80 m². Koszt budowy 1 m² w budynku B1 wynosi 3 tys. zł, w budynku B2 – 2,5 tys. zł, a w budynku B3 – 2 tys. zł. Należy wybudować co najmniej 300 mieszkań, przy czym co najmniej 30% wszystkich mieszkań ma być typu M3 oraz co najmniej 30% – typu M4. Ze względów architektonicznych liczba budynków typu B3 nie może przekraczać 20% liczby wszystkich budynków. Należy określić liczbę budynków poszczególnych rodzajów, które należy wybudować, tak aby łączny koszt budowy był minimalny. Sformułuj przedstawiony problem jako zadanie programowania dyskretnego. Określ zmienne decyzyjne, zapisz ograniczenia w postaci algebraicznej i podaj postać funkcji celu.

Zadanie 2

Opracować plan przebiegu pustych wywrotek pomiędzy 6 budowlami tak, by łączny samochodokilometraż pustych przebiegów był minimalny. Odległości pomiędzy budowlami wraz z zapotrzebowaniem poszczególnych budow na liczbę wywrotek przywożących i wywożących zawiera tabela:

| Budowa | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | Wywóz |
|---------|----|----|----|----|----|----|-------|
| B1 | 0 | 15 | 5 | 50 | 45 | 20 | 10 |
| B2 | | 0 | 20 | 40 | 25 | 33 | 15 |
| B3 | | | 0 | 10 | 15 | 20 | 15 |
| B4 | | | | 0 | 60 | 45 | 15 |
| B5 | | | | | 0 | 24 | 12 |
| B6 | | | | | | 0 | 8 |
| Przywóz | 17 | 25 | 2 | 11 | 8 | 12 | 75 |

Zadanie 3

Trzy rodzaje koparek mogą wykonywać cztery rodzaje prac ziemnych. Dokonać przydziału koparek do prac ziemnych, tak aby dzienne koszty eksploatacji były najniższe.

| Koparki typu | Wydajność w m ³ /dzień | | | | Liczba koparek do dyspozycji | Dzienne koszty eksploatacji 1 koparki |
|--|-----------------------------------|----|-----|------|------------------------------|---------------------------------------|
| | I | II | III | IV | | |
| A | 25 | 15 | 16 | 20 | 10 | 190 |
| B | 30 | 10 | 24 | 25 | 8 | 130 |
| C | 24 | 18 | 25 | 27,5 | 15 | 280 |
| Minimalne dzienne zadania planowe w m ³ | 220 | 90 | 146 | 220 | | |

Zadanie 4

Firma budowlana posiada 10 koparek typu K₁, 15 koparek typu K₂ i 20 koparek typu K₃. Każda koparka typu K₁ może pracować 12 godzin na dobę, koparka typu K₂ – 10 godz./dobę, typu K₃ – 8 godz./dobę. Koparki mają obsłużyć trzy rodzaje wykopów – W₁, W₂ i W₃, przy czym przy każdym rodzaju wykopów nie może pracować więcej niż 10 koparek w ciągu doby. W tabeli podane są czasy (w godz.) wykopania 1 m³ ziemi przez każdy typ koparek przy każdym rodzaju wykopów :

| | W ₁ | W ₂ | W ₃ |
|----------------|----------------|----------------|----------------|
| K ₁ | 0,1 | 0,04 | 0,1 |

| | | | |
|-------|------|------|------|
| K_2 | 0,05 | 0,1 | 0,08 |
| K_3 | 0,1 | 0,05 | 0,04 |

Chcemy ustalić, jaką liczbę koparek poszczególnych typów należy przydzielić do poszczególnych rodzajów wykopów tak, aby łączna wydajność dobową (tzn. łączna ilość ziemi wykopanej przez wszystkie koparki w ciągu doby) była maksymalna.

Zadanie 5

Hurtownia materiałów budowlanych dysponująca trzema składami S1, S2 i S3, położonymi w różnych punktach miasta, zaopatruje w cegłę dewelopera budującego cztery osiedla B1, B2, B3 i B4. Koszty transportu 1 tys. sztuk cegły pomiędzy składami i budowlami zawiera tabela.

| Składy | Budowy | | | | Zapas cegły w składach w tys. | Koszty magazynowania 1 tys. sztuk |
|-----------------|--------|----|----|----|-------------------------------|-----------------------------------|
| | B1 | B2 | B3 | B4 | | |
| S1 | 45 | 70 | 75 | 65 | 100 | 10 |
| S2 | 35 | 75 | 40 | 15 | 50 | 12,5 |
| S3 | 25 | 15 | 50 | 60 | 80 | 10 |
| Zapotrzebowanie | 40 | 70 | 30 | 50 | | |

Zbudować plan zaopatrywania minimalizujący łączne koszty transportu i magazynowania nadwyżki cegły.

Zadanie 6

Dokonać optymalnego przydziału pracowników do zadań, tak by suma dni potrzebnych na ich wykonanie była minimalna (jeden pracownik otrzymuje co najwyżej jedno zadanie).

| Pracownik | Zadanie | | |
|-----------|---------|----|----|
| | Z1 | Z2 | Z3 |
| A | 16 | 20 | 14 |
| B | 19 | - | 20 |
| C | 17 | 19 | 18 |
| D | 21 | 16 | 25 |

Zadanie 7

Kłody o długości 5,6m są cięte w tartaku na kawałki 1,2m, 1,6m i 1,9m. Tartak ma wykonać dzienny plan produkcji, który zakłada oddanie co najmniej 200 kłód o długości 1,2m, 300 kłód o długości 1,6m oraz 100 kłód o długości 1,9m. W jaki sposób należy pociąć kłody, aby z jednej strony wykonać plan, z drugiej zaś uzyskać jak najmniej odpadu? Za odpad przyjmuje się kawałki drewna krótsze niż 1,2m.

Zadanie 8

Dietetyk przygotowuje odżywkę na bazie dwóch produktów A i B zawierających niezbędne składniki odżywcze. Produkty A i B mogą pochodzić z produkcji krajowej bądź z importu. W zależności od pochodzenia zmienia się cena przy niezmiennym składzie. Cena zakupu 1 jedn. produktu A z produkcji krajowej wynosi 12 zł, z importu jest o 4 zł droższa. Cena zakupu 1 jedn. produktu B z produkcji krajowej wynosi 18 zł, z importu jest o 7 zł tańsza. Odżywka powinna zawierać minimum 120 mg składnika S1, minimum 90 mg składnika S2, minimum 200 mg składnika S3 oraz minimum 140 mg składnika S4. Jedna jednostka produktu A zawiera 4 mg S1, 4 mg S3 oraz 5 mg S4. Jedna jednostka produktu B zawiera 2 mg S1, 6 mg S2 oraz 4 mg S4. Ustal optymalną proporcję produktów A i B gwarantującą minimalną zawartość niezbędnych składników odżywczych oraz minimalny koszt przygotowania odżywki. Podaj minimalny koszt przygotowania. Sformułuj problem w postaci zagadnienia programowania liniowego.