Ex 3.

Task 2.

$$F(x)=\begin{cases}0 \quad dla \ x\le 2\\ 4(1-\frac{5}{x}) \quad dla \ 2<x\le k\\ 1 \ dla \ x>k\end{cases}$$

$$\lim_{x\to-\infty}F(x)=\lim_{x\to-\infty}0=0\wedge\lim_{x\to+\infty}F(x)=\lim_{x\to+\infty}1=1$$

$$x_2\ge x_1;x_2,x_1\in D \quad F(x_2)\ge F(x_1).$$

$$F(x_2)-F(x_1)=4-\frac{20}{x_2}-4+\frac{20}{x_1}=20(\frac{x_2-x_1}{x_2x_1})>0$$

$$f(x)=F'(x)=\frac{20}{x^2}.$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{20}{x^2}dx=1\leftrightarrow\int_2^k\frac{20}{x^2}dx=\left[-\frac{20}{x}\right]_2^k=1\leftrightarrow\frac{-20}{k}+10=1\leftrightarrow k=\frac{20}{9}.$$

Task 3.

$$f(x)=\begin{cases}xe^{-x} \quad , \ x\ge 0\\ 0 \quad , \quad x<0\end{cases}$$

$$x\le 0 \ \ F(x)=\int_{-\infty}^{x}0dt=0$$

$$x>0$$

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x}te^{-t}dt=\int_{-\infty}^{0}dt+\int_0^x te^{-t}dt=[-te^{-t}-e^{-t}]_0^x=1-e^{-x}(x+1).$$

$$F(x)=\begin{cases}0 \quad , \quad x\le 0\\ 1-e^{-x}(x+1) \quad , \quad x>0\end{cases}$$

$$P(X>3)=1-P(X\le 3)=1-F(X=3)=1-(1-4e^{-3})=\frac{4}{e^3}$$

$$P(1\le X\le 4)=F(X=4)-F(X=1)=1-5e^{-4}-1+2e^{-1}=\frac{2}{e}-\frac{5}{e^4}.$$