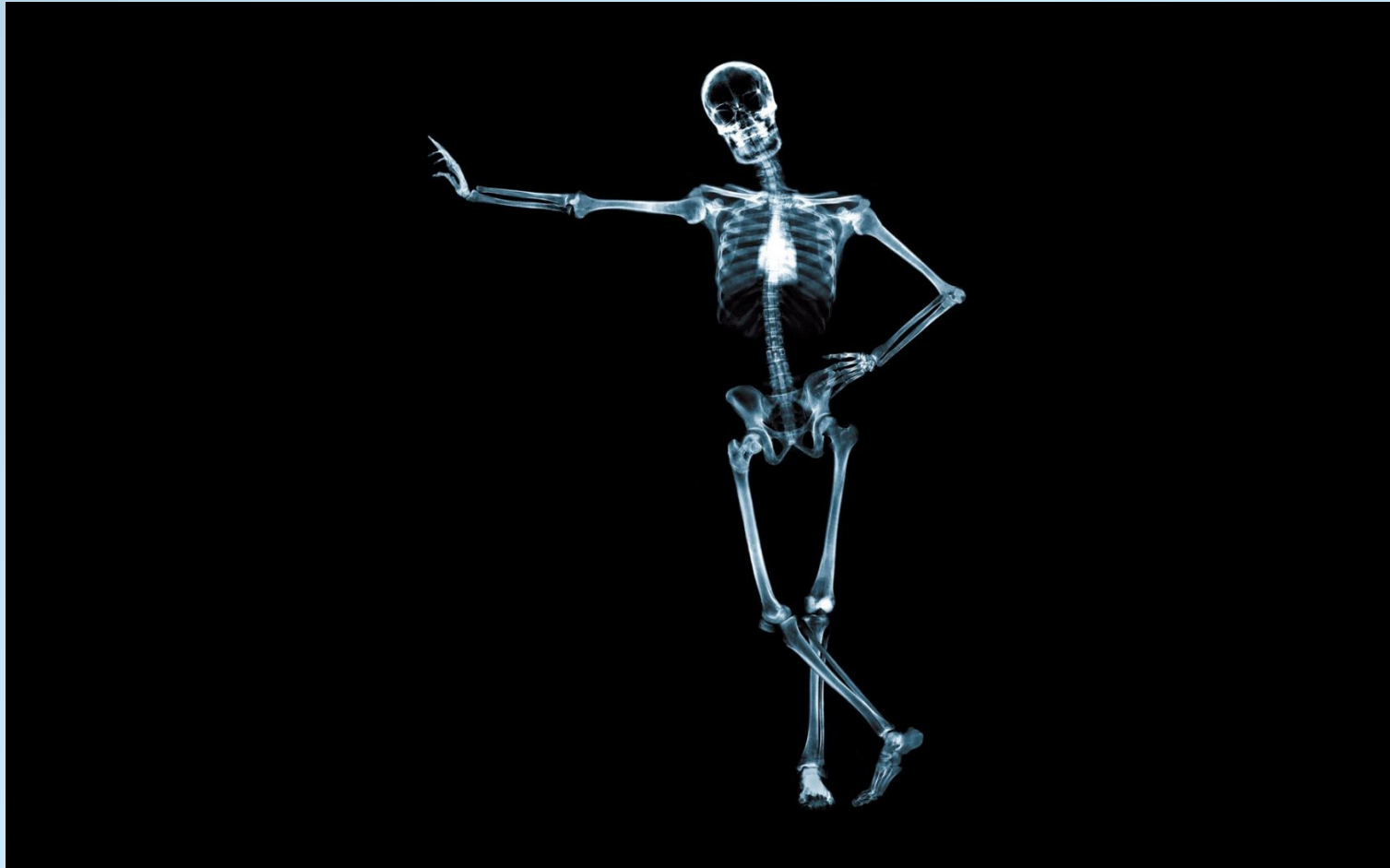


Wymiana i Składowanie Danych Multimedialnych 2019

Mateusz Moderhak,
matmod@biomed.eti.pg.gda.pl,
p. 106 WETI.

Transformata falkowa



Transformata ?

- Przekształcenie funkcji z jednej dziedziny w inną (czas \rightarrow f, czas \rightarrow (skala, przesunięcie)), korelacja, splot, funkcja „jądra”

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt.$$

$$\hat{f}(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-2\pi i x \xi} dx$$

$$X(z) = \mathcal{Z}\{x[n]\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]z^{-n}$$

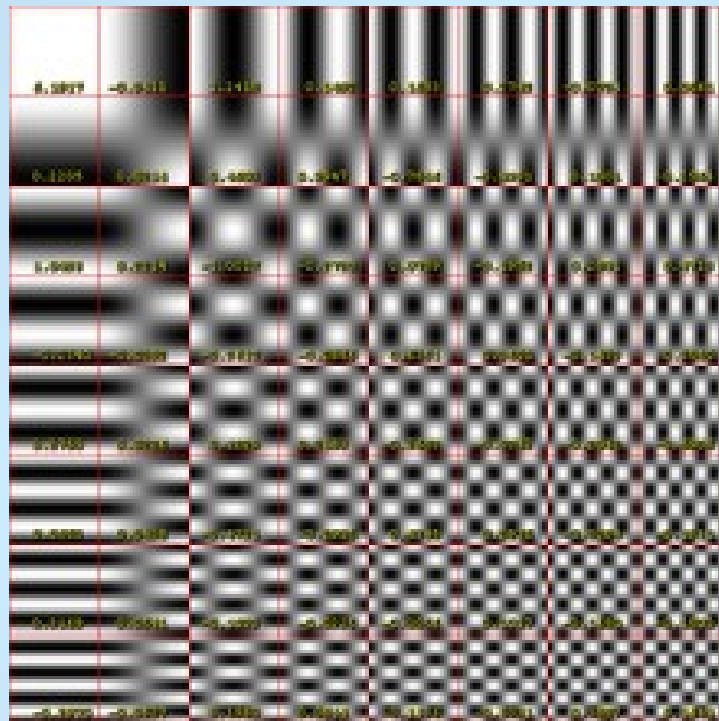
$$2 \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \sin 2\pi \nu t dt.$$

$$2 \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cos 2\pi \nu t dt.$$

$$\tilde{s}_{\Psi}(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \Psi \left(\frac{t - b}{a} \right) dt$$

DCT

$$\begin{aligned}
 X_{k_1, k_2} &= \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \left(\sum_{n_2=0}^{N_2-1} x_{n_1, n_2} \cos \left[\frac{\pi}{N_2} \left(n_2 + \frac{1}{2} \right) k_2 \right] \right) \cos \left[\frac{\pi}{N_1} \left(n_1 + \frac{1}{2} \right) k_1 \right] \\
 &= \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} x_{n_1, n_2} \cos \left[\frac{\pi}{N_1} \left(n_1 + \frac{1}{2} \right) k_1 \right] \cos \left[\frac{\pi}{N_2} \left(n_2 + \frac{1}{2} \right) k_2 \right].
 \end{aligned}$$

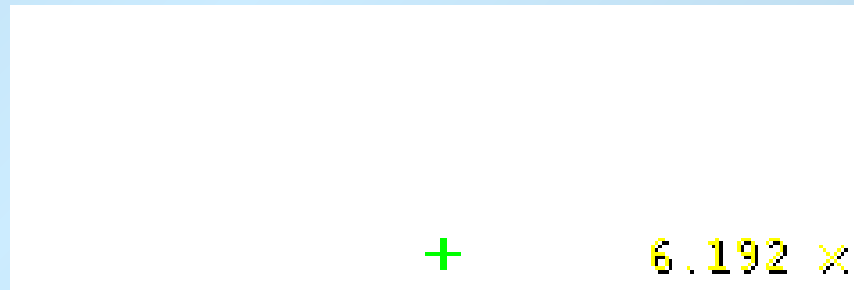


IDCT

$$A_{mn} = \sum_{p=0}^{M-1} \sum_{q=0}^{N-1} \alpha_p \alpha_q B_{pq} \cos \frac{\pi(2m+1)p}{2M} \cos \frac{\pi(2n+1)q}{2N}, \quad \begin{matrix} 0 \leq m \leq M-1 \\ 0 \leq n \leq N-1 \end{matrix}$$

Funkcja bazowa

Obraz
rekonstruowany



Transformata falkowa

$$\tilde{s}_\Psi(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \Psi \left(\frac{t-b}{a} \right) dt$$

gdzie:

a

– parametr skali

b

– parametr przesunięcia

$s(t)$

– sygnał badany, zależny od czasu t

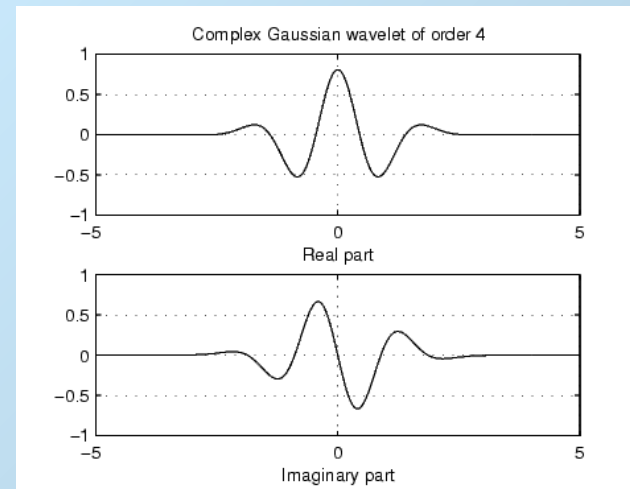
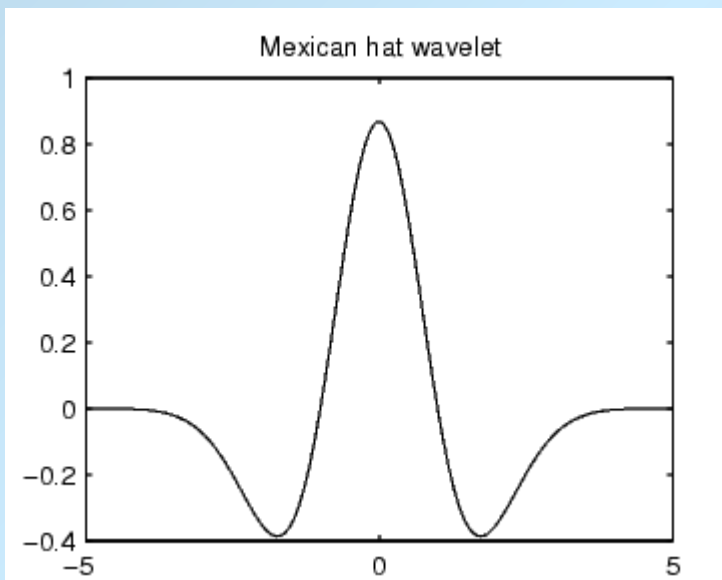
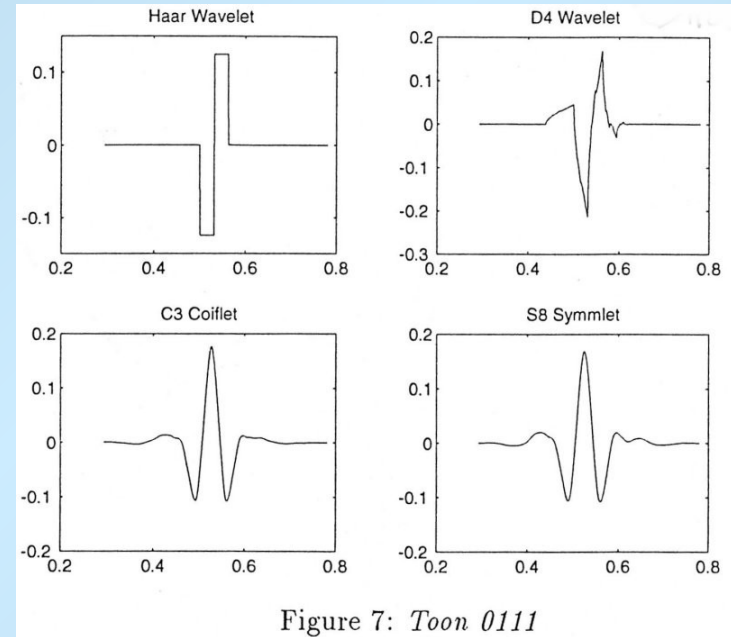
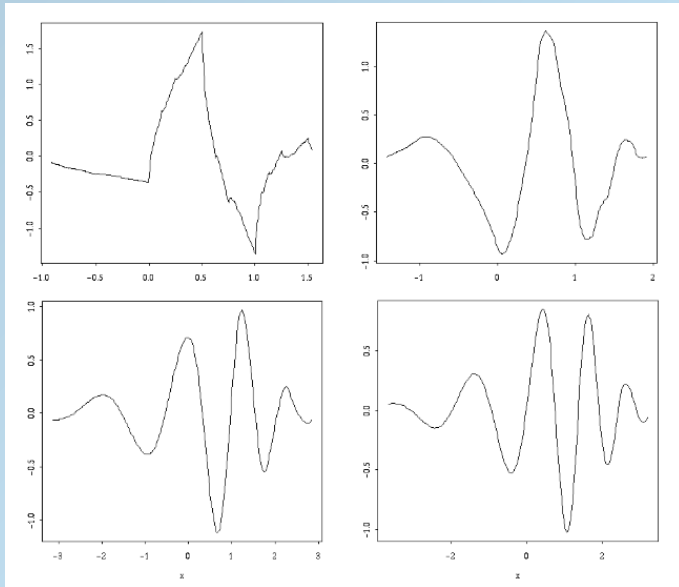
$\tilde{s}_\Psi(a, b)$

– współczynnik falkowy zależny od parametrów a i b

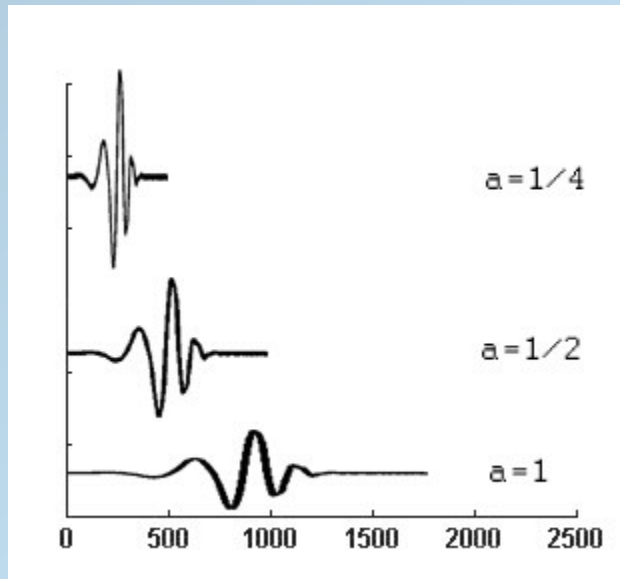
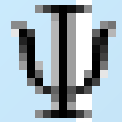
$\Psi \left(\frac{t-b}{a} \right)$

– jądro przekształcenia

Funkcja falkowa „falka”



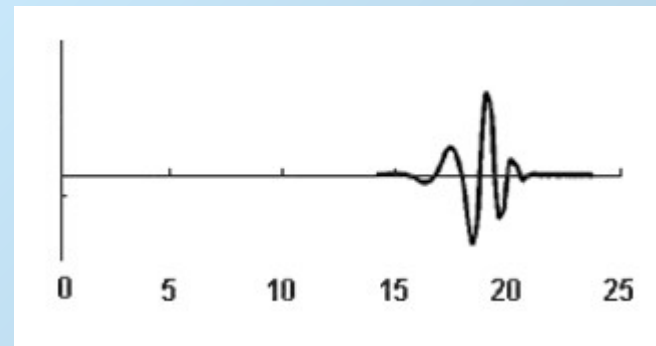
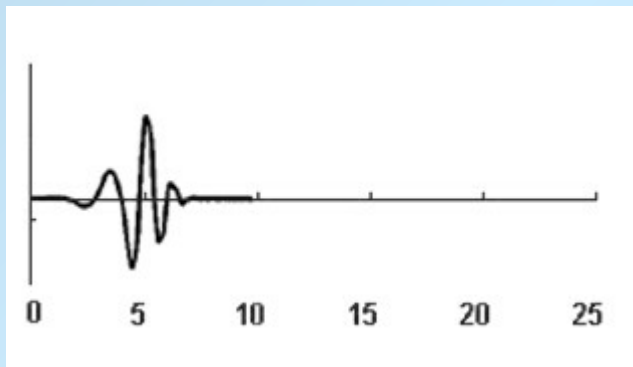
„Skalowanie falki”



$$\frac{1}{\sqrt{a}}$$

- Czynnik normalizujący energię (pole powierzchni pod krzywą) skalowanych falek

„Przesuwanie falki”



Transformata odwrotna

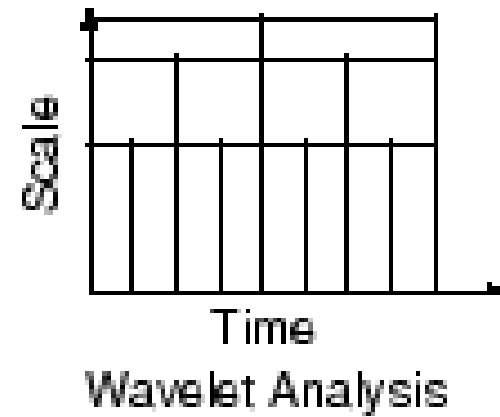
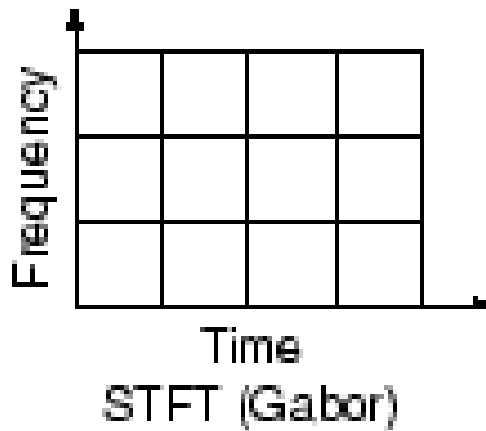
„Składanie klocków”



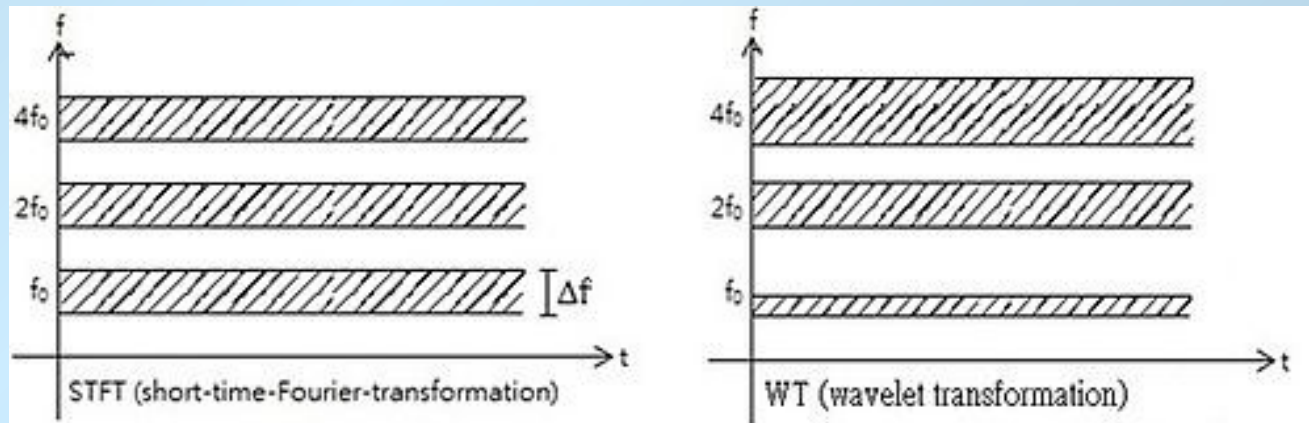
„falka”

$$x(t) = \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{a^2} X_w(a, b) \frac{1}{\sqrt{|a|}} \tilde{\psi} \left(\frac{t - b}{a} \right) db da$$

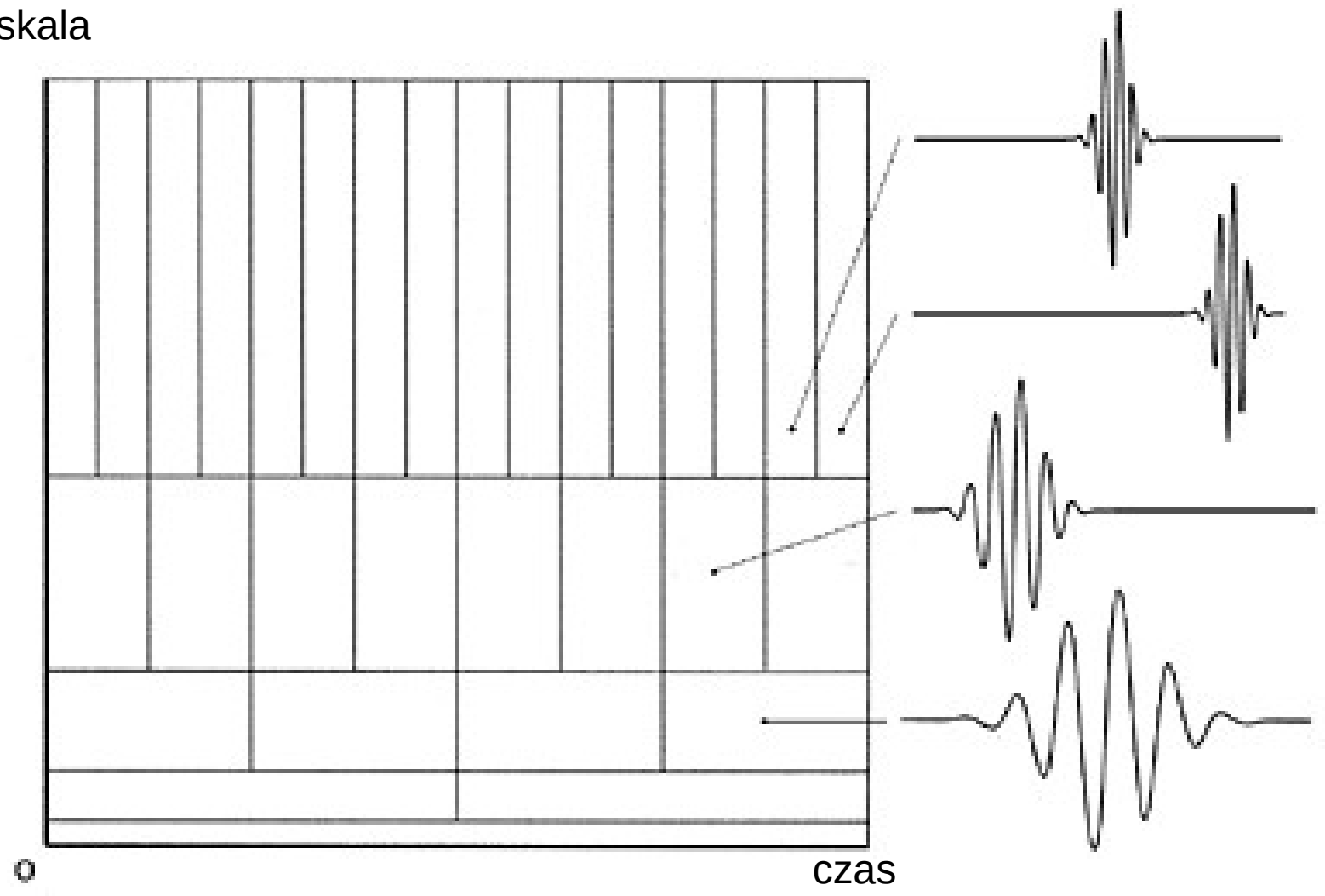


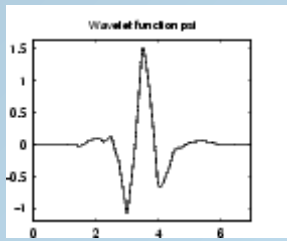


$$y(t) = \sin(2\pi f_0 t) + \sin(4\pi f_0 t) + \sin(8\pi f_0 t)$$

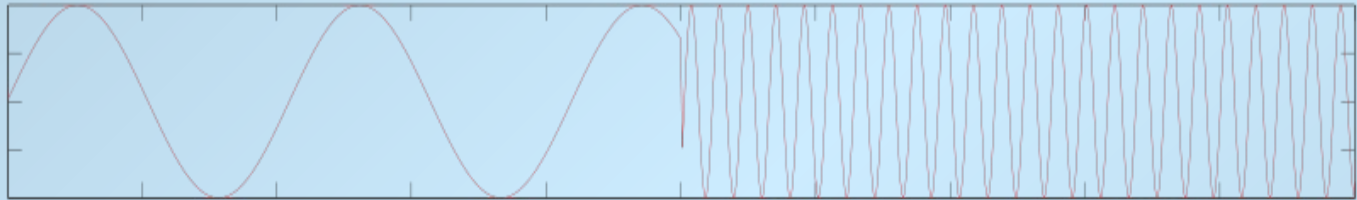


skala

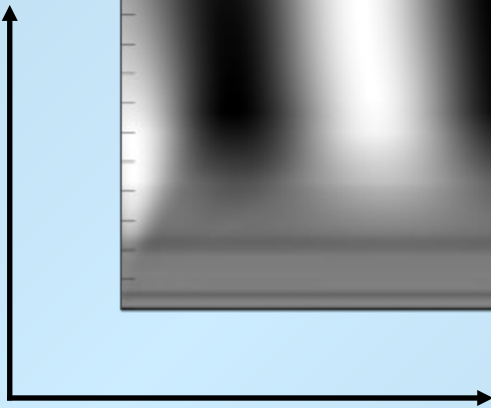




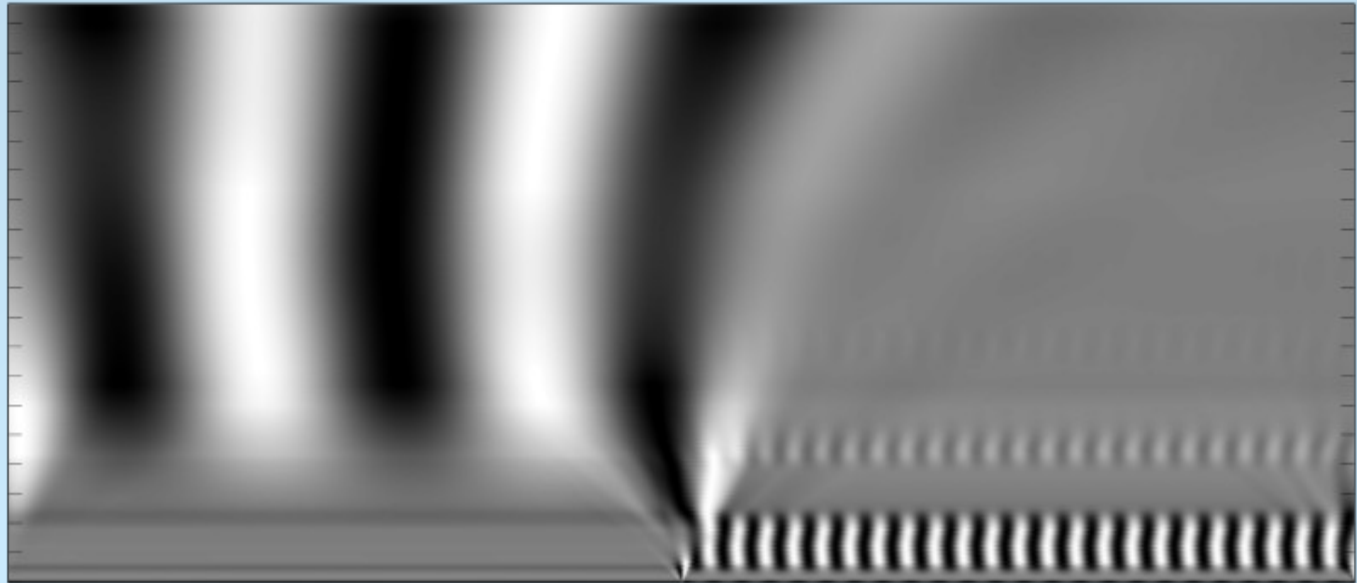
Falka „symlet”



skala

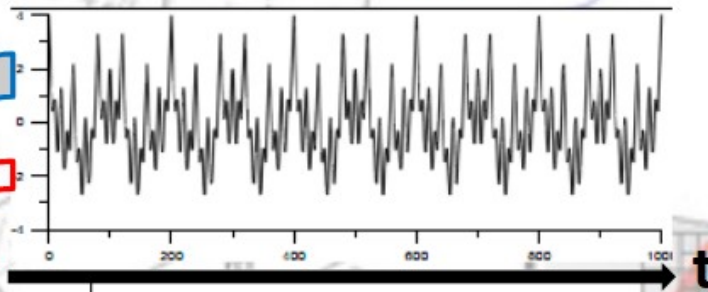


przesunięcie

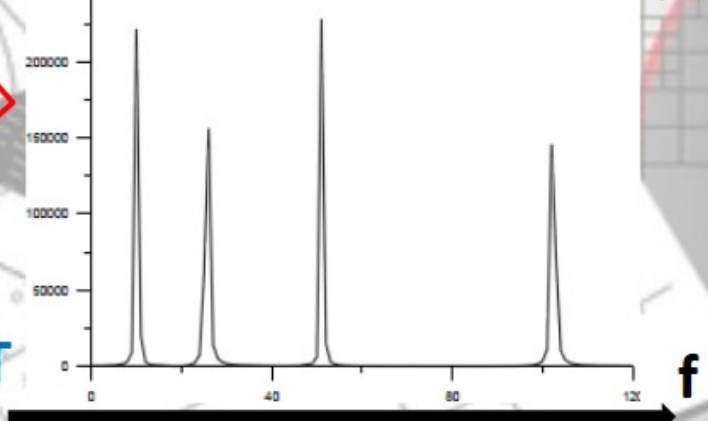


Porównanie transformaty falkowej i Fouriera

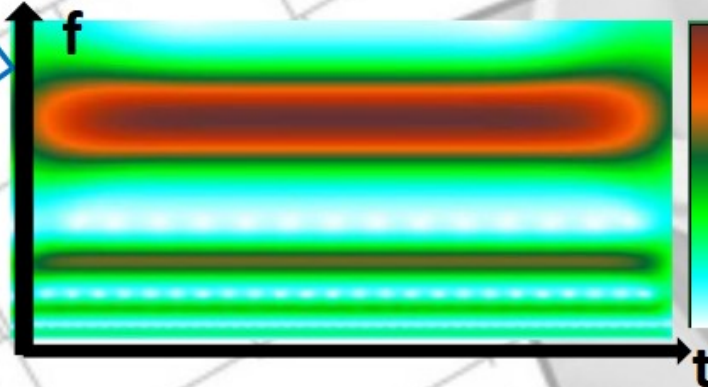
SYGNAŁ 1



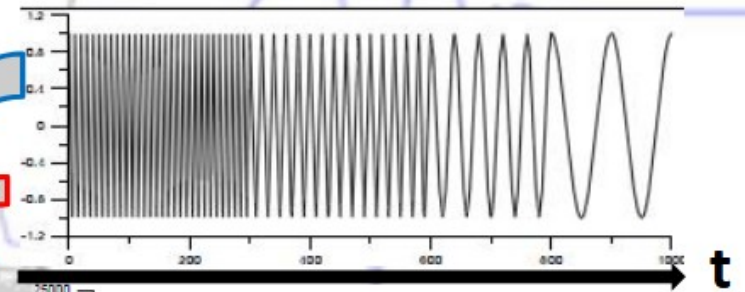
FT



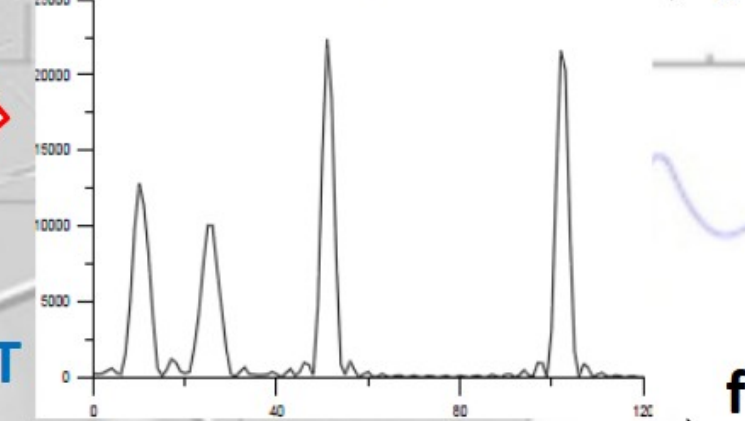
CWT



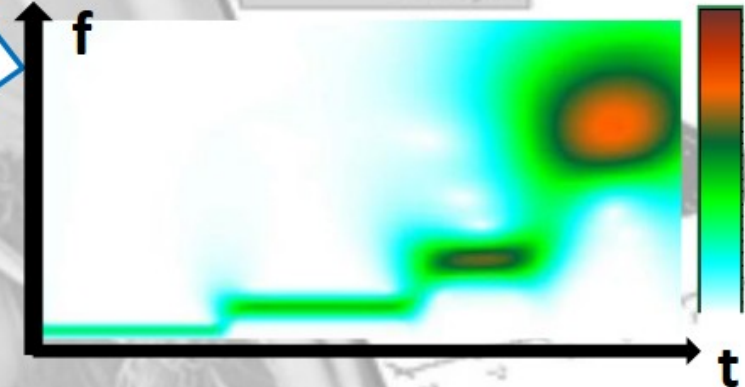
SYGNAŁ 2



FT

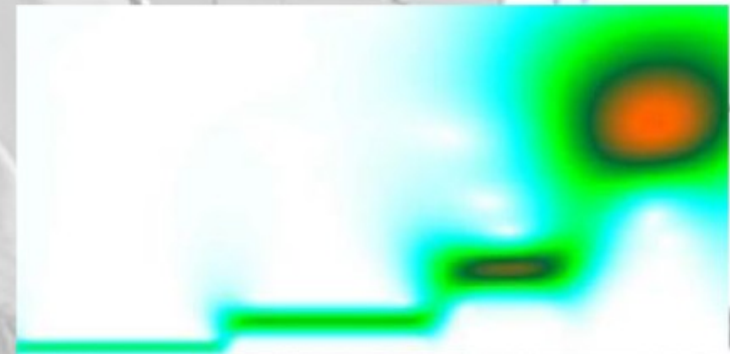
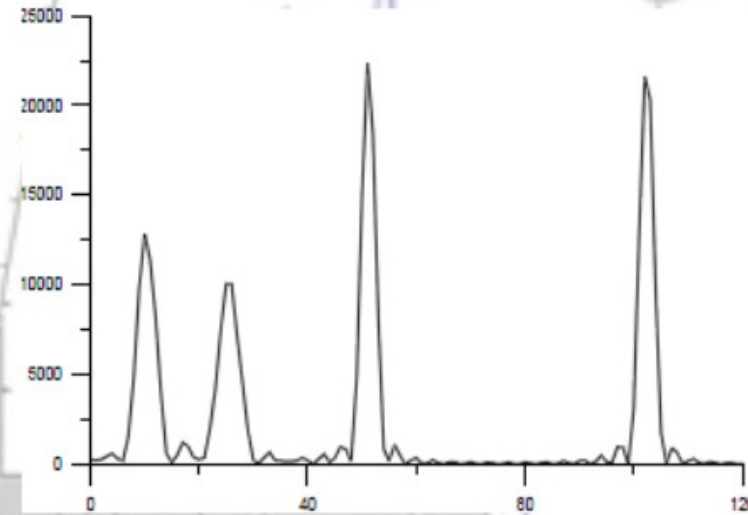


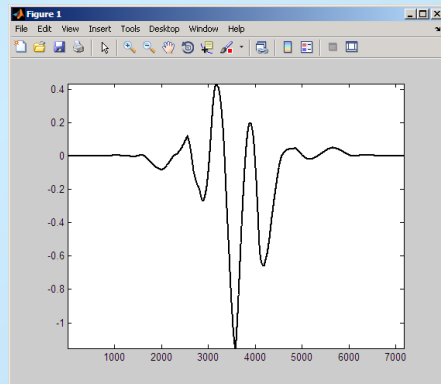
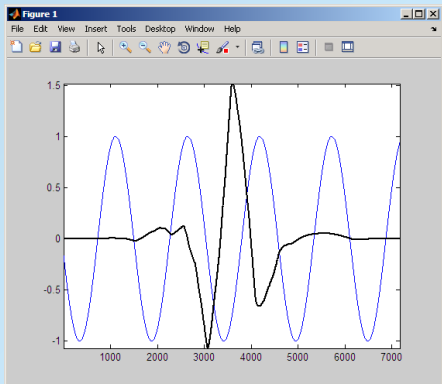
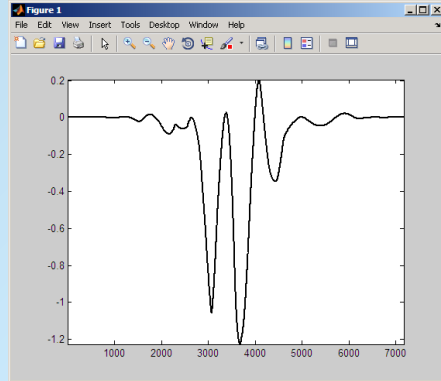
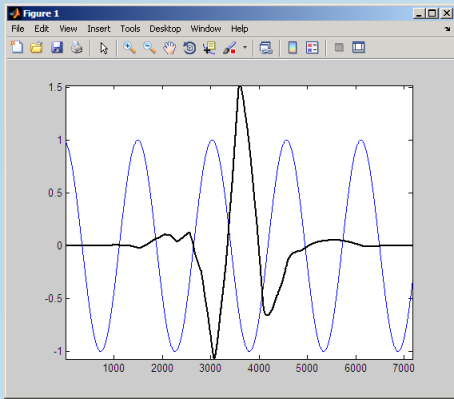
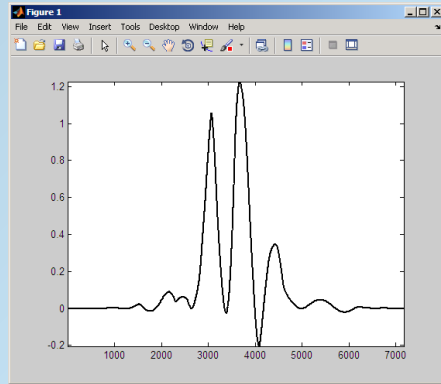
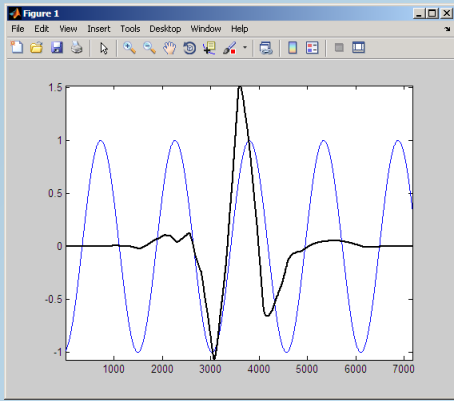
CWT



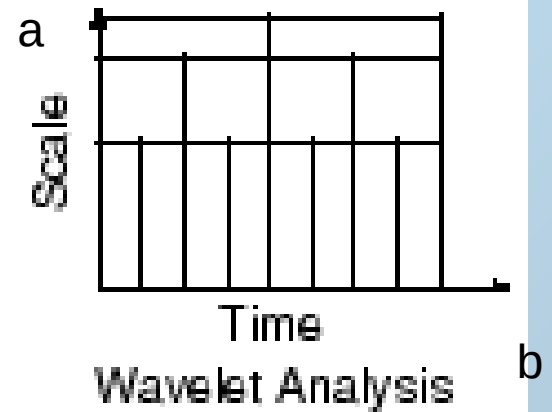
Porównanie transformaty falkowej i Fouriera

- **FOURIER:** Analiza częstotliwościowa pozwala stwierdzić, że badany sygnał składa się z czterech częstotliwości harmonicznymi (cztery prążki) jednak nie dostarcza żadnych informacji na temat tego jak poszczególne harmoniczne zmieniają się w czasie.
- **FALKI:** Początkowo sygnał znajduje się w pewnym paśmie częstotliwościowym, a następnie czterokrotnie zmienia to pasmo. Lokalizacja częstotliwościowa sygnału jest gorsza niż w przypadku transformaty Fouriera, ale za to dostępna jest informacja o zmienności częstotliwości badanego sygnału w czasie.





$$\tilde{s}_\Psi(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt$$



DWT 1D

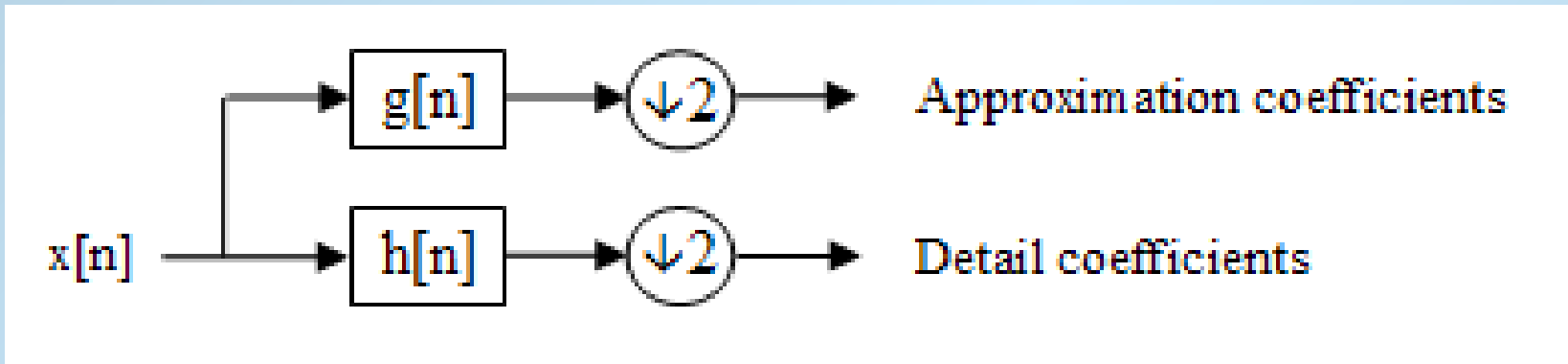
$$W_{\phi}(j_0, k) = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_n f(n) \phi_{j_0, k}(n)$$

$$W_{\psi}(j, k) = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_n f(n) \Psi_{j, k}(n), j \geq j_0$$

– Transformata odwrotna

$$f(n) = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_k W_{\phi}(j_0, k) \phi_{j_0, k}(n) + \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{j=j_0}^{\infty} \sum_k W_{\psi}(j, k) \Psi_{j, k}(n)$$

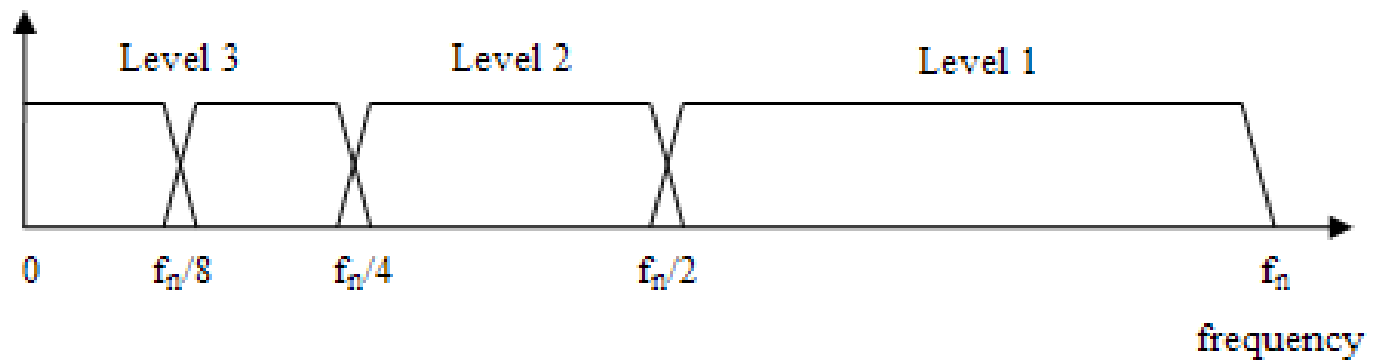
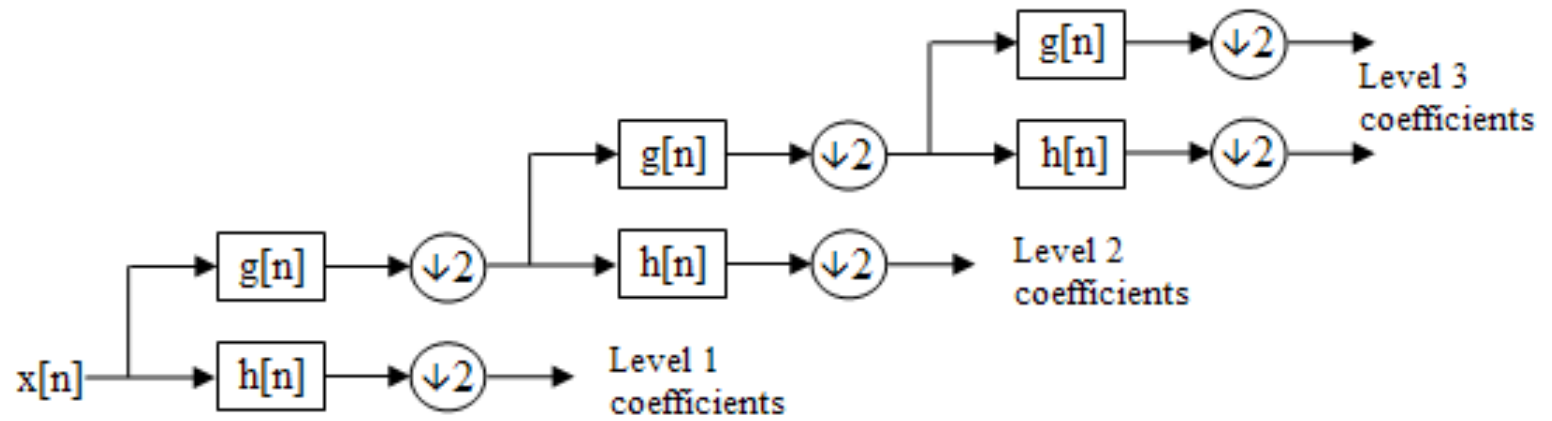
DWT w praktyce



$$y_{\text{low}}[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]g[2n - k]$$

$$y_{\text{high}}[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[2n - k]$$

* $\downarrow 2$ - Decymacja, co drugą próbkę



DWT 2D

Funkcja skalująca:

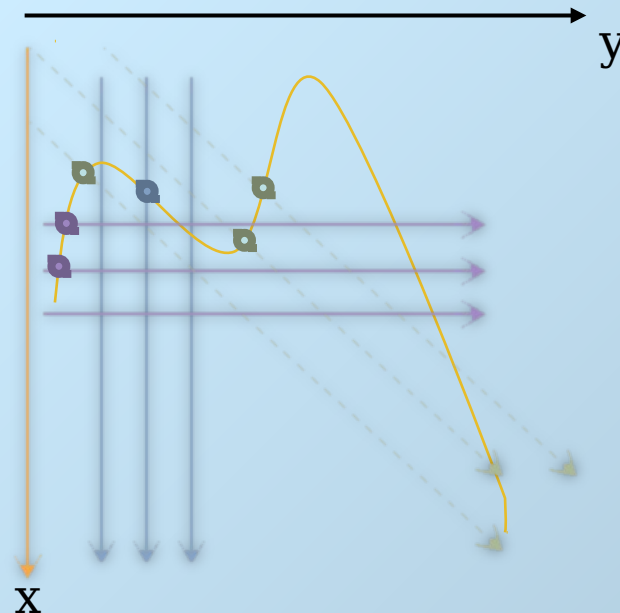
$$\phi(x, y) = \phi(x)\phi(y)$$

Trzy funkcje „wrażliwe na kierunek”

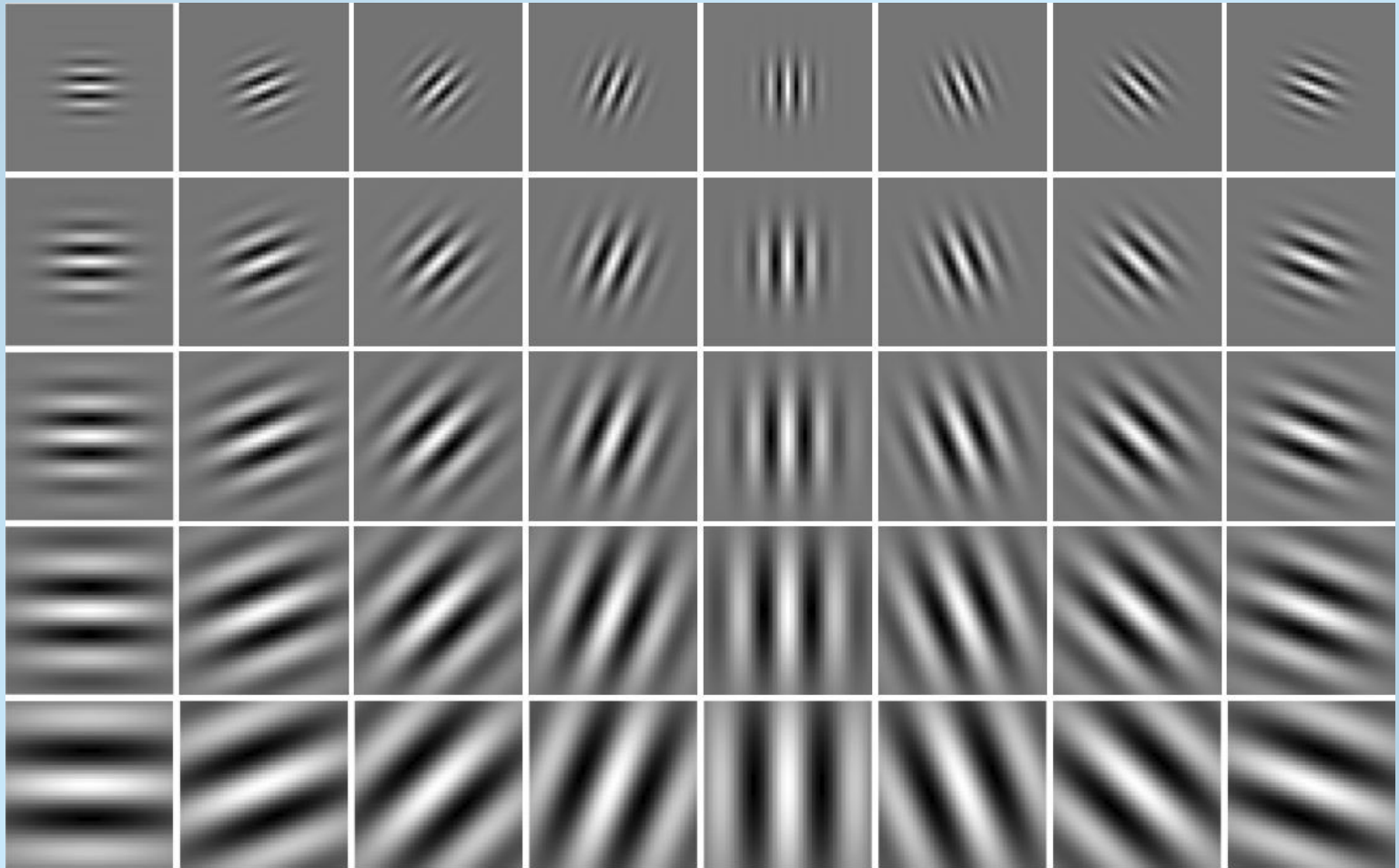
$$\psi^H(x, y) = \psi(x)\phi(y)$$

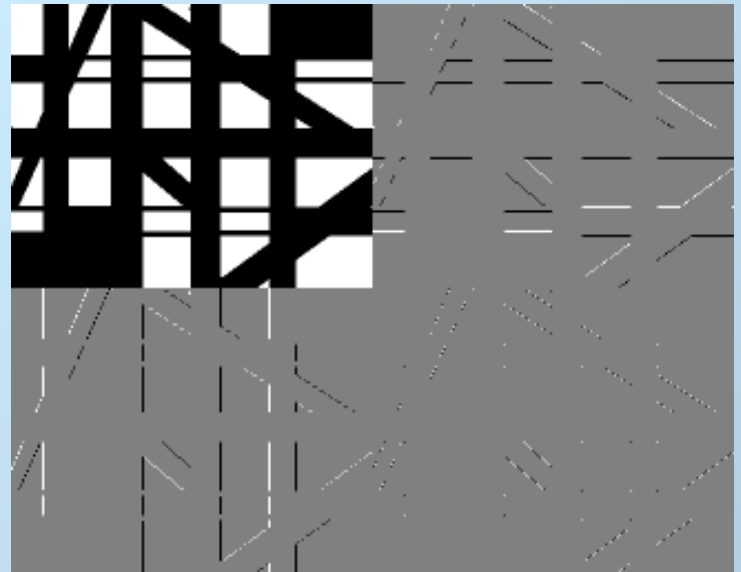
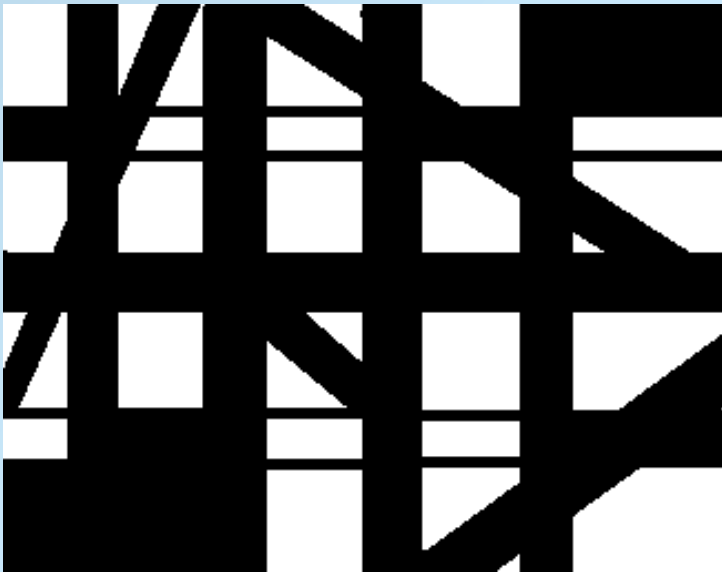
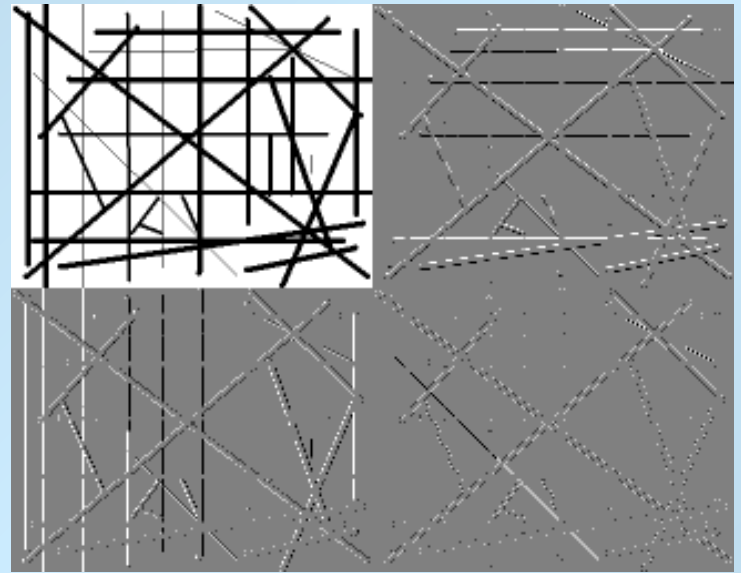
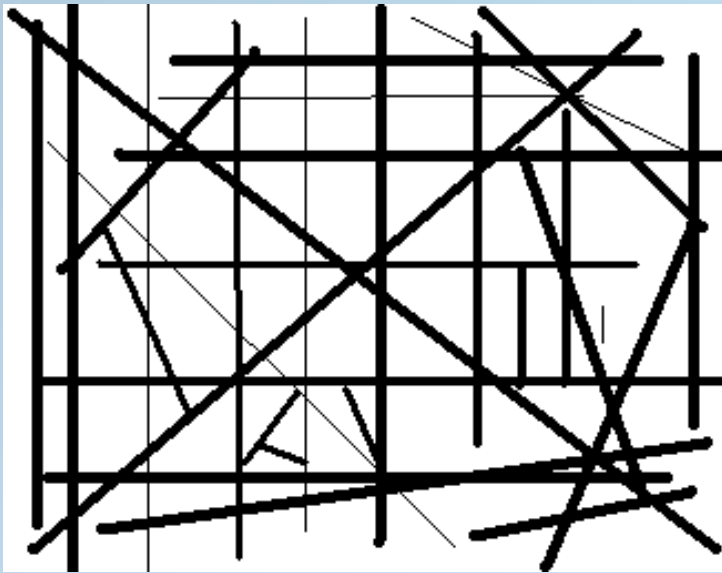
$$\psi^V(x, y) = \phi(y)\psi(x)$$

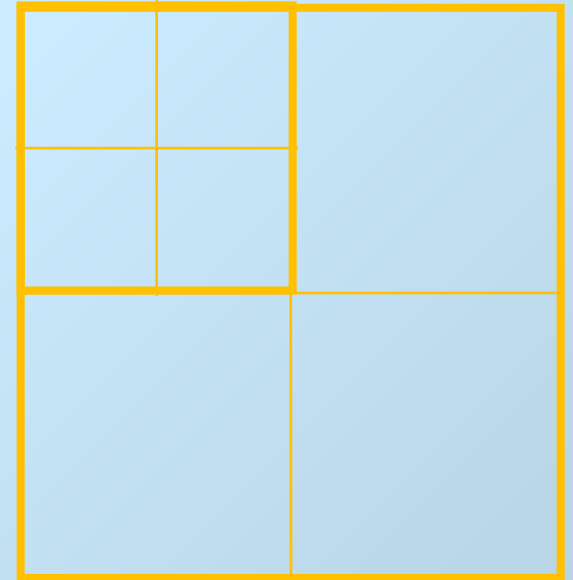
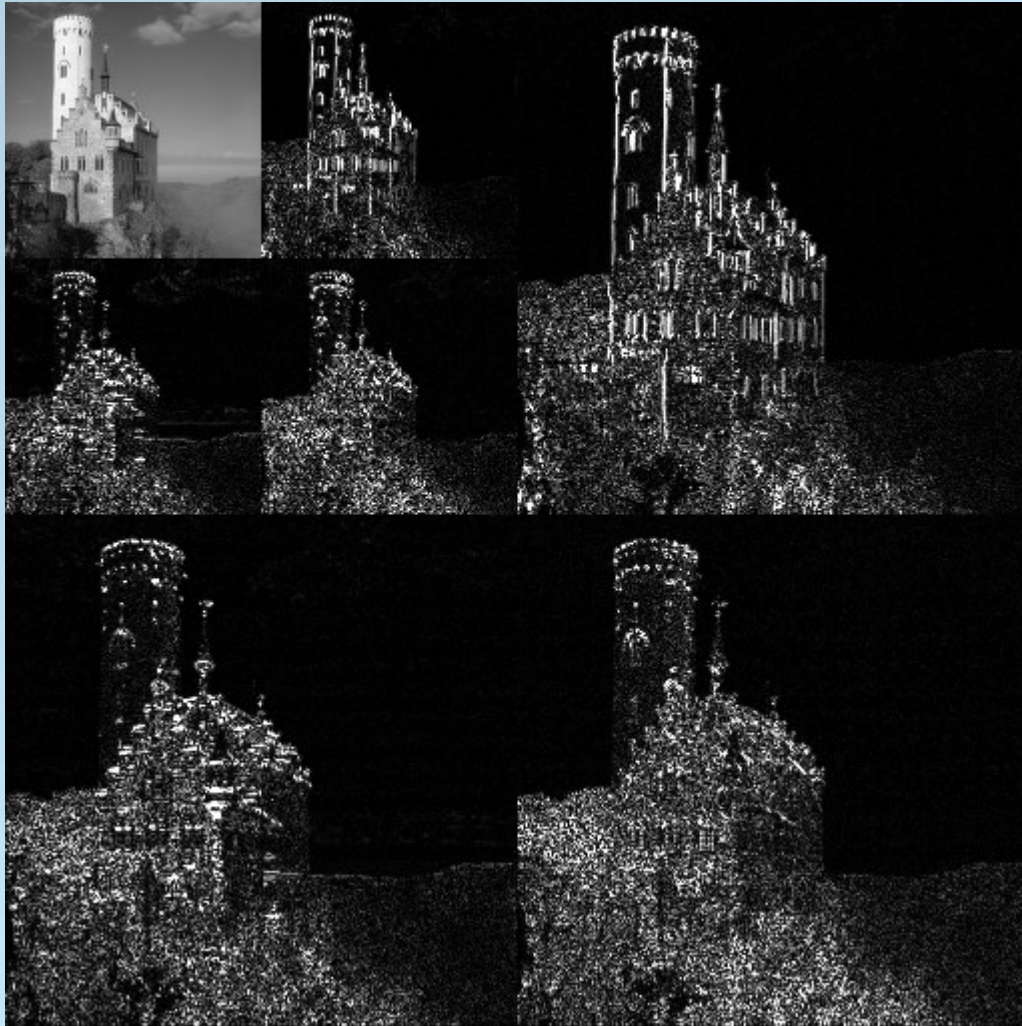
$$\psi^D(x, y) = \psi(x)\psi(y)$$



Falka Gabora 2D







JPEG 2000

- JPEG 2000 został ustalony standardem przez Joint Photographic Experts Group committee w 2000. roku jako następcę popularnego formatu JPEG
- W przeciwieństwie do formatu JPEG, JPEG 2000 bazuje nie na DCT ale na DWT
- Format rozszerzenia to .jp2 oraz .jpx
- Oferuje zauważalnie lepszą jakość obrazu od JPEG przy tym samym współczynniku kompresji, możliwa jest również kompresja bezstratna
- Możliwość prezentacji obrazu w coraz lepszej jakości dosyłania kolejnych paczek danych
- Ze względu na złożoność obliczeniową nie zastąpił formatu JPEG

Zastosowania JPEG 2000

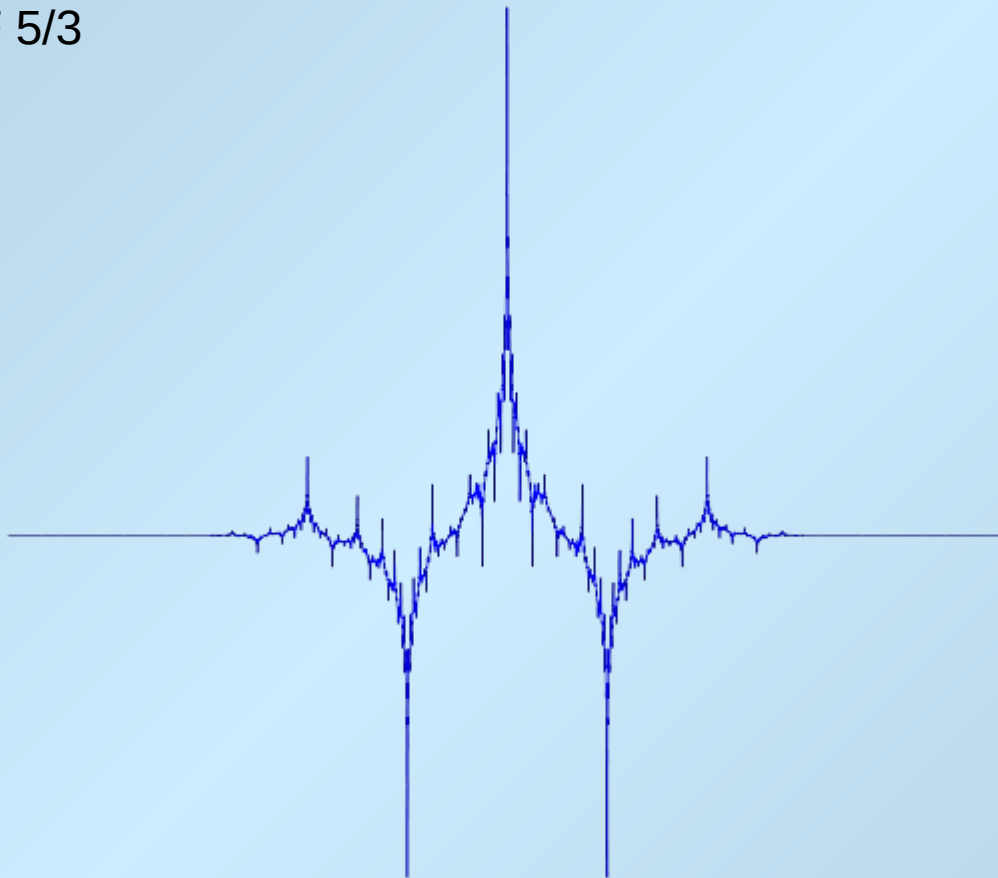
- HDTV
- Obrazowanie medyczne (DICOM)
- Pakiety kina cyfrowego (DCP)
- Monitoring / wojsko / NASA
- Serwery wymiany danych
- Multimedia

JPEG algorytm ??

Jpeg 2000 algorytm

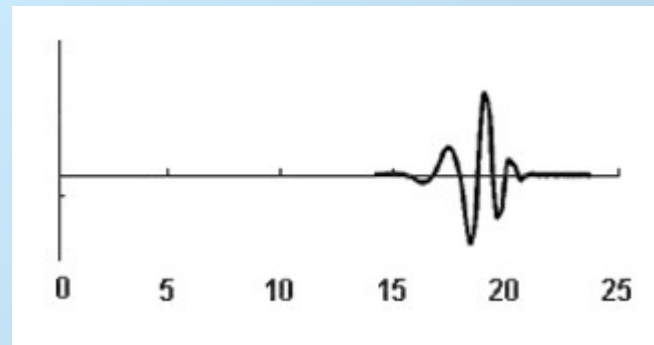
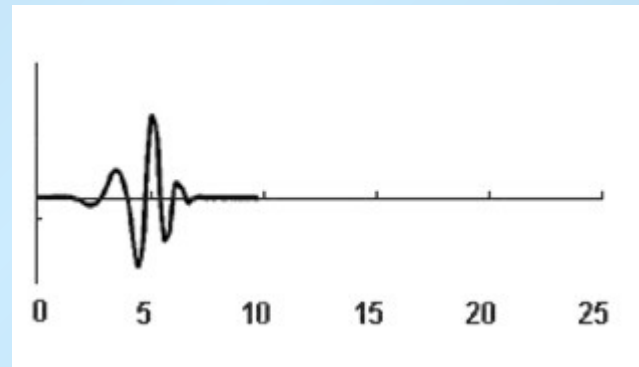
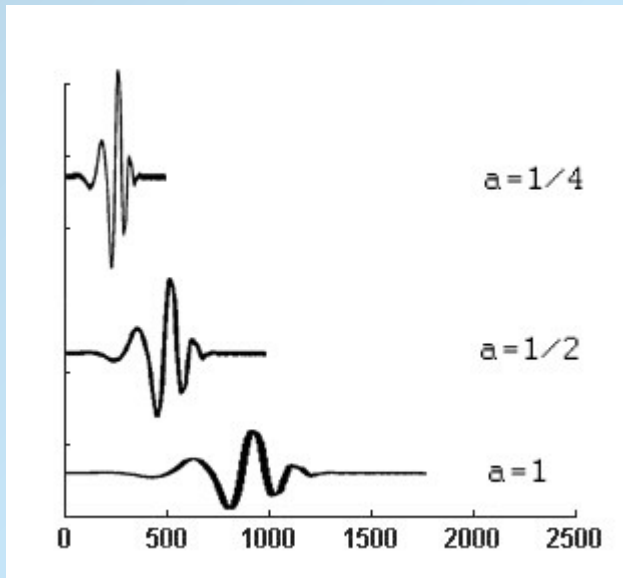
1. Transformacja przestrzeni kolorów RGB
-> YcrCb lub YUV
2. Podział obrazu na bloki
3. Transformata DWT bloków
4. Kwantyzacja (możliwa utrata informacji)
5. Kodowanie

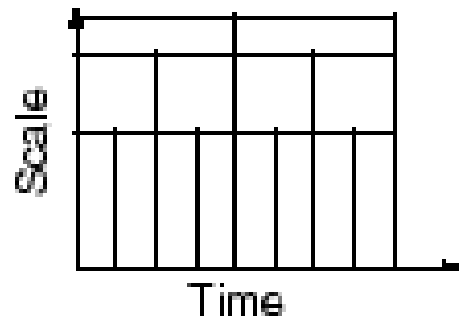
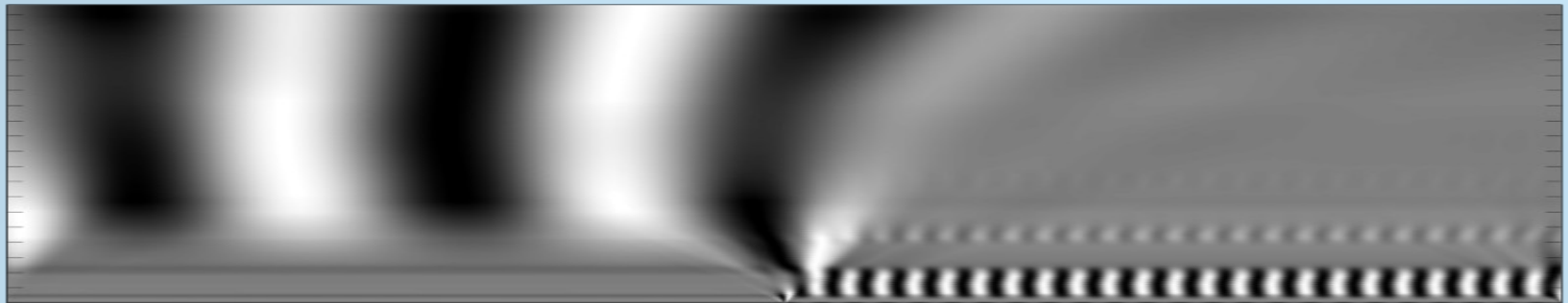
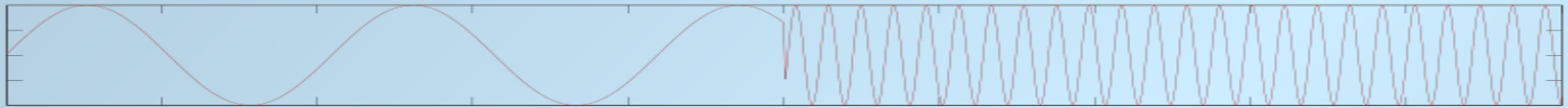
CDF 5/3



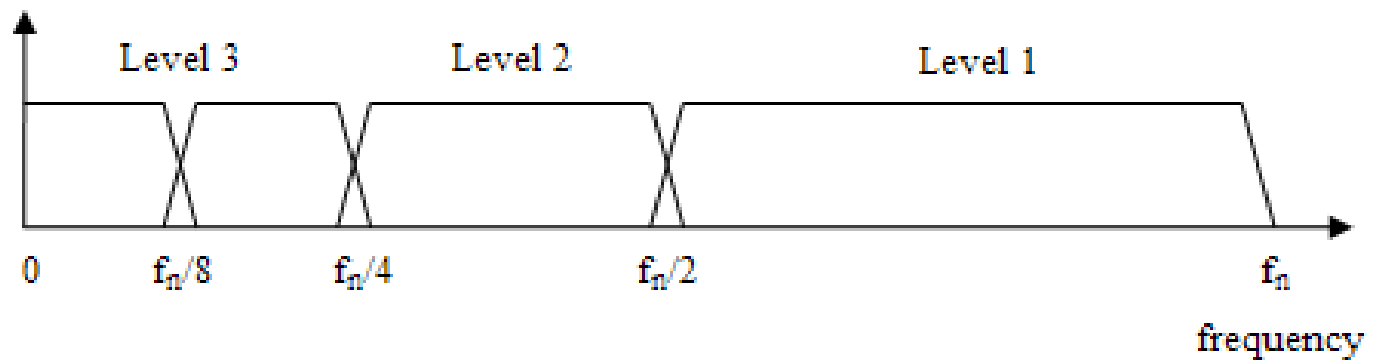
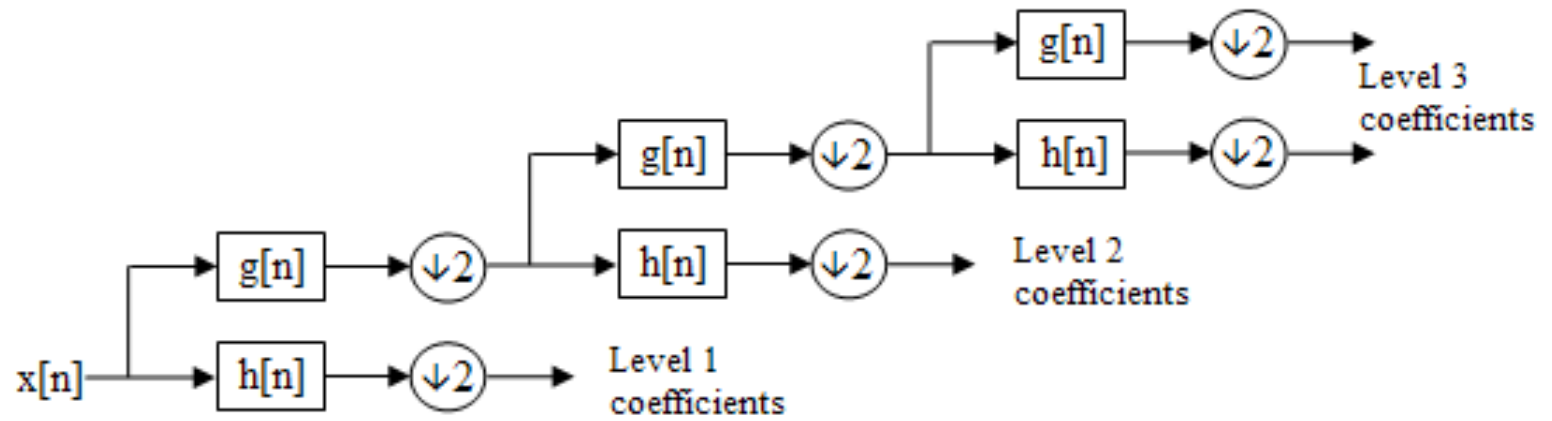
DWT podsumowanie

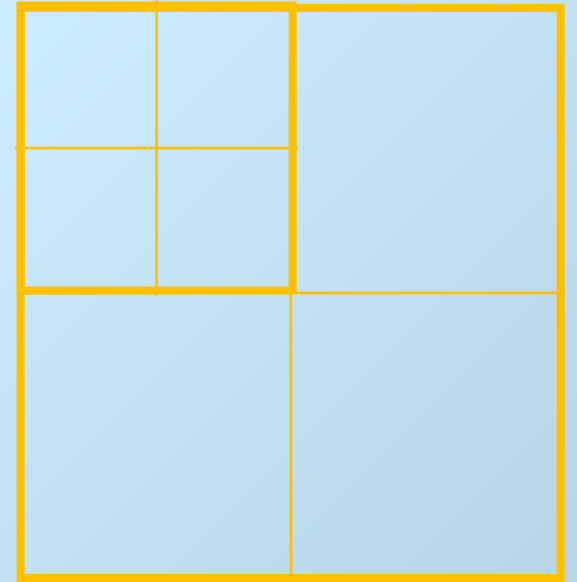
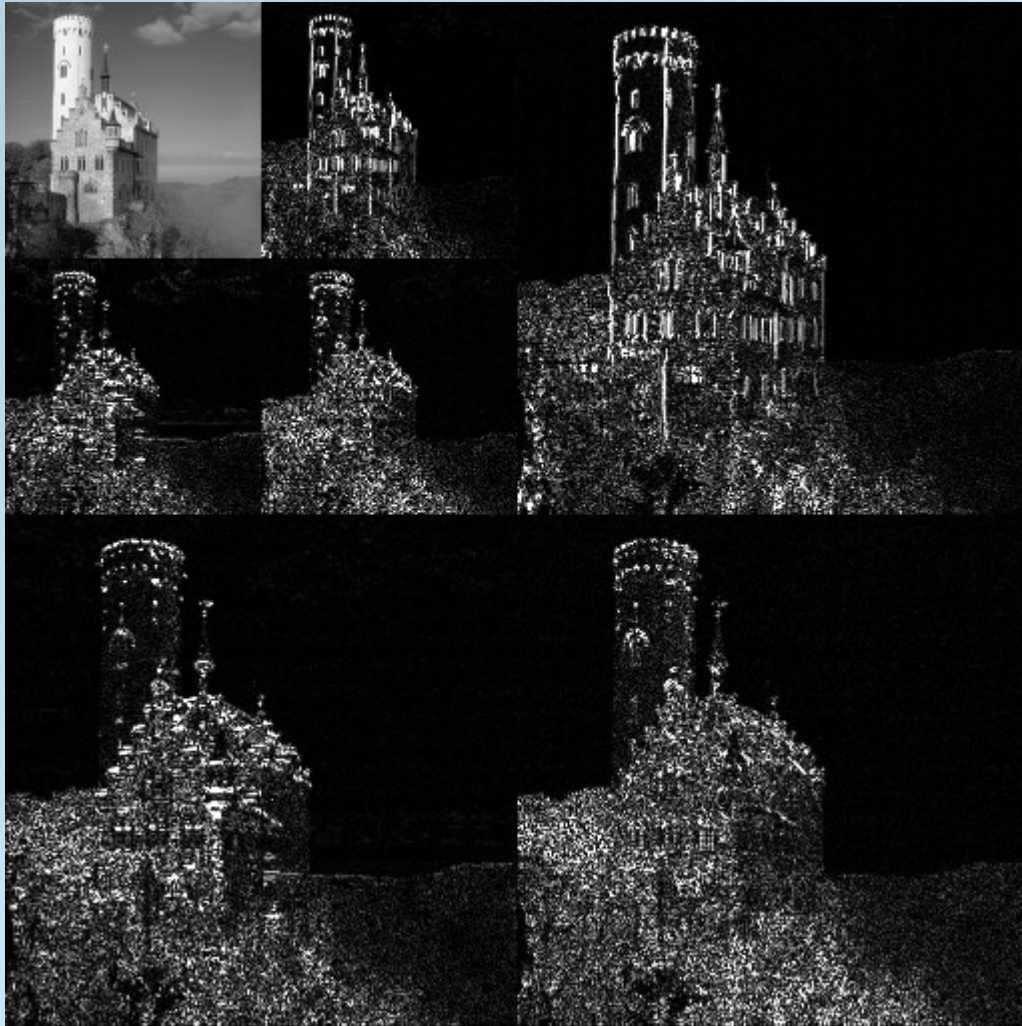
$$\tilde{s}_\Psi(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt$$





Wavelet Analysis





Dziękuję za uwagę

