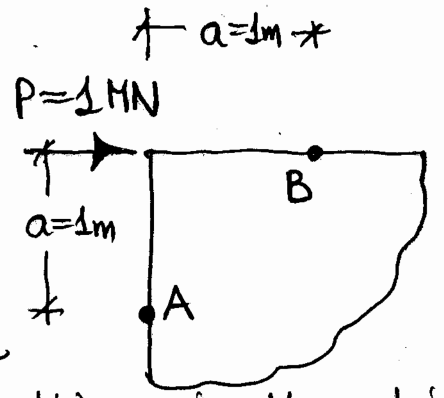
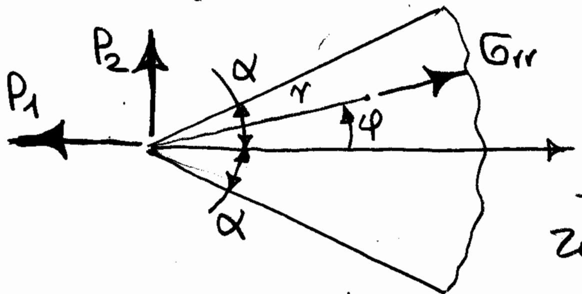
TSiP – ĆWICZENIA 9/1



1 ■ Obliczyć stan naprężenia w punktach A i B nieskończonego klina tarczowego o grubości $g = 5\,cm$. Przyjmując, że miarą wytężenia w punkcie są ekstremalne naprężenia styczne (hipoteza Treski) określić, w którym z punktów panuje większe wytężenie.



Wzory ogólne – klin tarczowy

$$\sigma_{rr} = \frac{2P_1}{g(2\alpha+\sin 2\alpha)}\frac{\cos\varphi}{r} - \frac{2P_2}{g(2\alpha-\sin 2\alpha)}\cdot\frac{\sin\varphi}{r}$$

Zadanie: wielkości stałe: $P_1 = -\frac{\sqrt{2}}{2}\,MN$; $P_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}\,MN$

w obu punktach $r=1$; $\alpha = 45^\circ \Rightarrow 2\alpha+\sin 2\alpha = \frac{\pi}{2}+1$; $2\alpha-\sin 2\alpha = \frac{\pi}{2}-1$

$$\sigma_{rr} = \frac{-2\frac{\sqrt{2}}{2}}{0{,}05(\frac{\pi}{2}+1)}\frac{\cos\varphi}{1} - \frac{2\frac{\sqrt{2}}{2}}{0{,}05(\frac{\pi}{2}-1)}\frac{\sin\varphi}{1} = -11{,}002\cos\varphi - 49{,}55\sin\varphi\ [MPa]$$

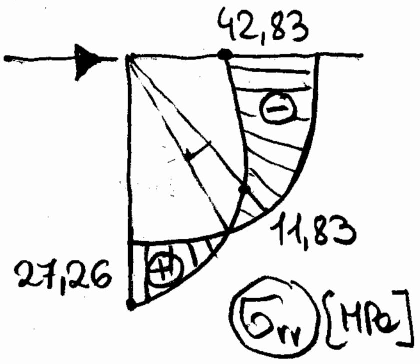
p. A $\varphi = -45^\circ$ $\sin\varphi = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sigma_A = \frac{\sqrt{2}}{2}(49{,}55-11{,}002) = 27{,}26\ MPa$

p. B $\varphi = 45^\circ$ $\sin\varphi = \cos\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sigma_B = -\frac{\sqrt{2}}{2}(11{,}002+49{,}55) = -42{,}83\ MPa$

większe wytężenie – p. B, patrz załącznik

---

2 ■ Dane poprzedniego zadania – podać rozkład naprężeń radialnych $\sigma_{rr}(\varphi)$ na łuku $a = 1\,m$. Wskazać naprężenie ekstremalne, punkt o naprężeniach zerowych. Jaka powinna być wartość obciążenia P, jeśli $R_\sigma = 80\ MPa$?



$$\sigma_{rr}(\varphi) = -11{,}002\cos\varphi - 49{,}55\sin\varphi\ [MPa]$$

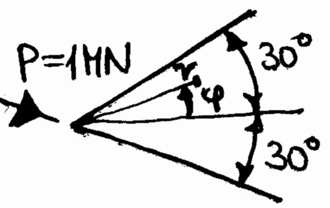
ekstrema lokalne: $\sigma'_{rr} = 11{,}002\sin\varphi - 49{,}55\cos\varphi = 0 \Rightarrow tg\,\varphi = 4{,}503$ poza zakresem $(-45^\circ, 45^\circ)$

miejsce zerowe: $\sigma_{rr}(\varphi) = 0 \Rightarrow tg\,\varphi = -0{,}222$, $\varphi = -12^\circ 31'$

$P_{dop} = 1{,}868\ MN$ (zadanie dla studentów – obliczenie)

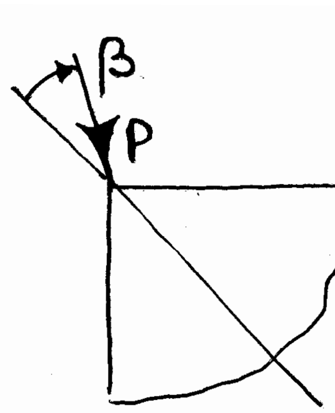
---

3 ■ Podać ekstremalne naprężenia w klinie tarczowym na łuku o promieniu $a = 1\,m$, grubość $g = 5\,cm$.



zadanie domowe

TSiP – ćwiczenie 9/2

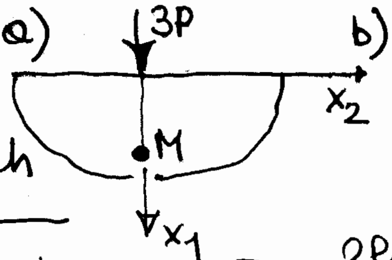


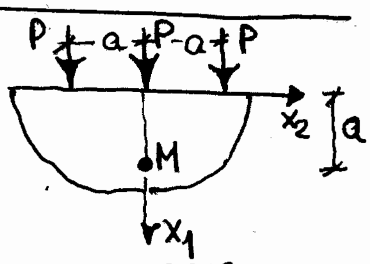
4 ■ Pod jakim kątem ostrym β do osi symetrii klina może działać obciążenie P, aby wewnątrz klina panowały jedynie naprężenia ściskające?

zadanie domowe

---

5 ■ Określić stan naprężenia w p. M w układzie Ox_1x_2 w tarczy – półpłaszczyźnie, w dwóch wariantach

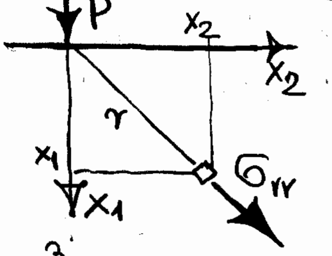


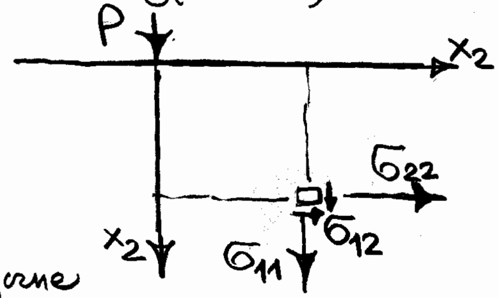


Ogólne wzory: klin obciążony symetrycznie: $\sigma_{rr} = \frac{2P_1}{g(2\alpha + \sin 2\alpha)} \cdot \frac{\cos\varphi}{r}$

$\alpha = 90^\circ$, $P_1 = -P \Rightarrow$

$\sigma_{rr} = -\frac{2P}{\pi g}\frac{\cos\varphi}{r} = -\frac{2P}{\pi g}\frac{x_1}{r}$





Stan równoważny:

$\sigma_{11} = \sigma_{rr}\cos^2\varphi = -\frac{2P}{\pi g}\frac{x_1^3}{r^4}$

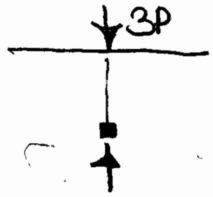
$\sigma_{22} = \sigma_{rr}\sin^2\varphi = -\frac{2P}{\pi g}\frac{x_1 x_2^2}{r^4}$

wykresy symetryczne względem osi $x_2 = 0$

$\sigma_{12} = \sigma_{rr}\sin\varphi\cos\varphi = -\frac{2P}{\pi g}\cdot\frac{x_1^2 x_2}{r^4}$ } antysymetryczny

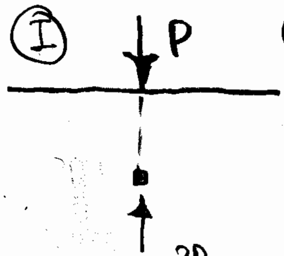
---

a)

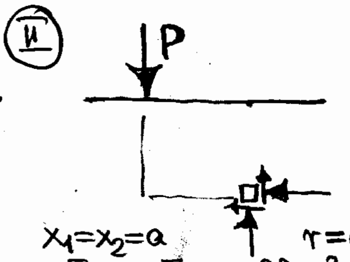


jeden składnik we wzorze, zamiast $P \to 3P$, $x_1 = a$, $x_2 = 0$, $r = a$ → jedynie $\sigma_{11} = -\frac{6P}{\pi g}\frac{a^3}{a^4} = -\frac{6P}{\pi g a}$

b)



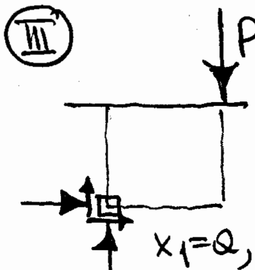
jedynie $\sigma_{11}^{I} = -\frac{2P}{\pi g a}$



$x_1 = x_2 = a$ $r = a\sqrt{2}$

$\sigma_{11}^{II} = \sigma_{22}^{II} = -\frac{2P}{\pi g}\frac{a^3}{4a^4} = \frac{-P}{2\pi g a}$

$\sigma_{12}^{II} = -\frac{P}{2\pi g a}$



$x_1 = a$, $x_2 = -a$, $r = a\sqrt{2}$

$\sigma_{11}^{III} = \sigma_{22}^{III} = -\frac{P}{2\pi g a}$

$\sigma_{12}^{III} = \frac{P}{2\pi g a}$

na rysunkach – rzeczywiste zwroty naprężeń

6 ■ Przy danych powyższego zadania wskazać, w którym z przypadków pojawi się wcześniej uplastycznienie wg hipotezy H-M-H: $\sigma_{zast} = \sqrt{\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 - \sigma_{11}\sigma_{22} + 3\sigma_{12}^2}$

a. $\sigma_{zast} = |\sigma_{11}| = \frac{6P}{\pi g a}$ b. $\sigma_{zast} = \frac{P}{\pi g a}\sqrt{3^2 + 1^2 - 3} = \frac{P}{\pi g a}\sqrt{7}$

łącznie p. b)

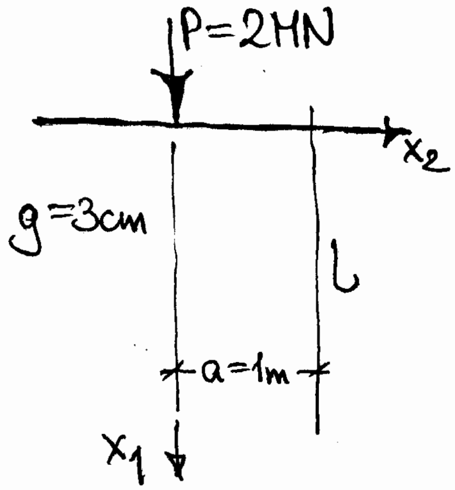
$\sigma_{11} = -\frac{3P}{\pi g a}$

$\sigma_{22} = -\frac{P}{\pi g a}$

$\sigma_{12} = 0$

TSiP – ĆWICZENIA 9/3

7 ■ Na jakiej głębokości x_1 należy umieścić na linii L (pionowej prostej) punkt pomiaru, aby zastępcze naprężenia wg hipotezy H-M-H były wyższe od 10 MPa? Wskazać punkt o ekstremalnych naprężeniach σ_{zast}, obliczyć ich wartość.



$$\sigma_{zast} = \sqrt{\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 - \sigma_{11}\sigma_{22} - 3\sigma_{12}^2}$$

ponieważ to wierzmiennik: $\sigma_{zast} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2}$

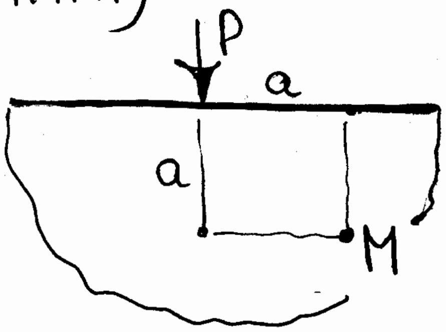
zadanie domowe

---

8 ■ Porównać wytężenie (naprężenie zastępcze H-M-H) w punkcie M w dwóch przypadkach:

a. PSN

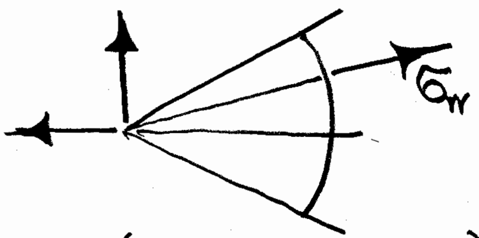
b. PSO , $\nu = 0{,}2$



---

załącznik – ogólna adnotacja dotycząca rozwiązania klina tarczowego:

przy dowolnym obciążeniu wierzchołkowym powstają w układzie biegunowym jako jedyne naprężenia radialne, przy braku naprężeń obwodowych i stycznych w lokalnym układzie w danym punkcie są to naprężenia główne $(\sigma_1 = \sigma_{rr}\ ;\ \sigma_2 = 0)$



zatem wg hipotezy Treski $\tau_{max} = \frac{|\sigma_{rr}|}{2}$

wg hipotezy H-M-H $\sigma_{zast} = |\sigma_{rr}|$