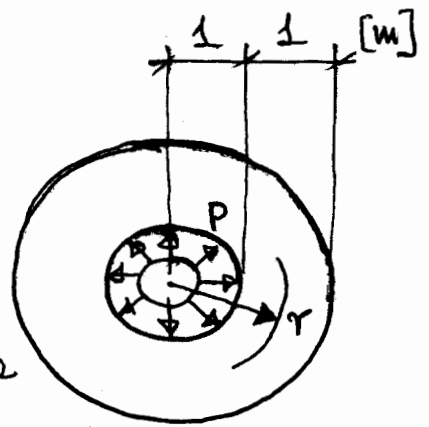


# TSiP - ĆWICZENIE 10/1



1 ■ Dano jest tarcza pletwienna wg rys. pod ciśnieniem wewnętrznym  $p = 30 \text{ MPa}$ .  
 $E = 100 \text{ GPa}$ ,  $\nu = 0,2$

a. określić stan naprężenia w odległości  $r$  od środka tarczy,  $r \in \langle 1, 2 \rangle \text{ [m]}$ ,

b. obliczyć zmianę promienną grubości tarczy  $g = 5 \text{ cm}$  na obu brzegach

stan naprężenia w układzie biegunowym, obrotowa symetria

$$\sigma_{rr}(r) = \frac{A}{r^2} + B \quad ; \quad \sigma_{\varphi\varphi}(r) = -\frac{A}{r^2} + B$$

warunki brzegowe

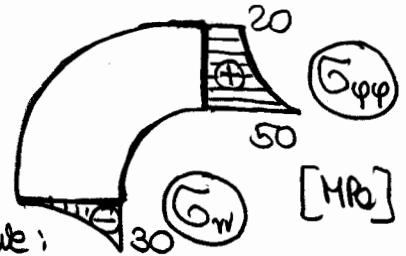
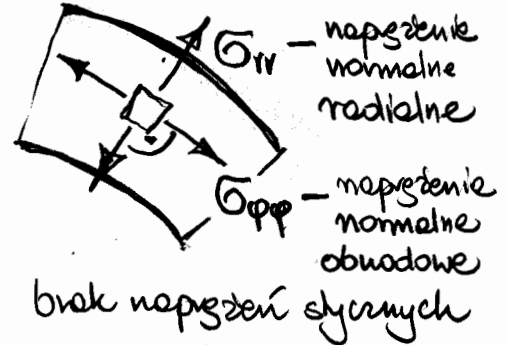
$$\left. \begin{aligned} \sigma_{rr}(1) &= \frac{A}{1} + B = -30 \\ \sigma_{rr}(2) &= \frac{A}{4} + B = 0 \end{aligned} \right\} A = -40; B = 10$$

stąd

$$\sigma_{rr}(r) = -\frac{40}{r^2} + 10$$

$$\sigma_{\varphi\varphi}(r) = \frac{40}{r^2} + 10$$

$r=1$	$r=2$	[MPa]
-30	0	
50	20	



Odkształcenie w kierunku osi  $x_3$ :

$$\epsilon_{33} = -\frac{\nu}{E} (\sigma_{rr} + \sigma_{\varphi\varphi}) = -\frac{0,2}{10^5} \cdot 20 = -4 \cdot 10^{-5} = \text{const}$$

stałe w całym układzie

stąd  $\Delta g = g \cdot \epsilon_{33} = -2 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$

zadanie: pnieanalizować wypukłość / wklęsłość obu wyniosów

2 ■ Podać stan naprężenia w rurze grubościennej (PSO) - pełniej poniżej

Rozwiązanie zadania płaskiego identyczne w PSN i PSO, stąd funkcje  $\sigma_{rr}$  i  $\sigma_{\varphi\varphi}$  identyczne, jak w tarczy

dodatkowo  $\sigma_{33} = \nu (\sigma_{rr} + \sigma_{\varphi\varphi}) = 0,2 \cdot 20 = 4 \text{ MPa}$  - stałe na grubości rury

3 ■ W obu powyższych przypadkach obliczyć wytrzymałość (naprężenie zredukowane) wg hipotezy H-M-H na wewnętrznym brzegu

• tarcza (PSN) - naprężenia główne wynoszą: -30, 50 i 0 [MPa]

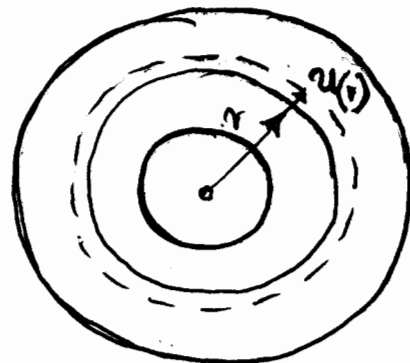
stąd  $\sigma_{zost} = \sqrt{\frac{1}{2} (30^2 + 50^2 + 80^2)} = 70 \text{ MPa}$ , lub  $\sigma_{zost} = \sqrt{30^2 + 50^2 - 30 \cdot 50} = 70 \text{ MPa}$  (płaski stan)

• rura (PSO) - naprężenia główne wynoszą: -30, 50 i 4 [MPa]

stąd  $\sigma_{zost} = \sqrt{\frac{1}{2} (34^2 + 46^2 + 80^2)} = 69,54 \text{ MPa}$

# TSiP - ĆWICZENIE 10/2

- 4 ■ Określić stan odkształceń i przemieszczeń tarczy - zadanie 1



Ogólnie: biegunowy układ współrzędnych, obrotowa symetria

$u_r(r)$  - przemieszczenie radialne - jedyne

$\epsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}$  - odkształcenie radialne - względna zmiana wymiaru promienia

$\epsilon_{\varphi\varphi} = \frac{u_r}{r}$  - odkształcenie obwodowe - względna zmiana wymiaru obwodowego

$$\text{PSN: } \epsilon_{rr} = \frac{1}{E} (\sigma_{rr} - \nu \sigma_{\varphi\varphi}) = \frac{1}{E} \left[ \frac{A}{r^2} (1+\nu) + B(1-\nu) \right]$$

$$\epsilon_{\varphi\varphi} = \frac{1}{E} (\sigma_{\varphi\varphi} - \nu \sigma_{rr}) = \frac{1}{E} \left[ -\frac{A}{r^2} (1+\nu) + B(1-\nu) \right]$$

$$\epsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r} \Rightarrow u_r(r) = \frac{1}{E} \left[ -\frac{A}{r} (1+\nu) + Br(1-\nu) \right] \quad \text{sprawdzenie: } \epsilon_{\varphi\varphi} = \frac{u_r}{r}$$

$$\text{dane: } \left. \begin{array}{l} E = 10^5 \text{ MPa}, \nu = 0,2 \\ A = -40, B = 10 \end{array} \right\} u_r(r) = \frac{1}{10^5} \left( \frac{48}{r} + 8r \right) \quad \begin{array}{l} u(1) = 5,6 \cdot 10^{-4} \text{ m} \\ u(2) = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m} \end{array}$$

zadanie: obliczyć zmianę długości obwodów: wewnętrznego i zewnętrznego tarczy

- 5 ■ Określić stan odkształceń i przemieszczeń rury - zadanie 2

$$\text{PSO: } \epsilon_{rr} = \frac{1+\nu}{E} [(1-\nu)\sigma_{rr} - \nu\sigma_{\varphi\varphi}] = \frac{1+\nu}{E} \left[ \frac{A}{r^2} + (1-2\nu)B \right]$$

$$\epsilon_{\varphi\varphi} = \frac{1+\nu}{E} [(1-\nu)\sigma_{\varphi\varphi} - \nu\sigma_{rr}] = \frac{1+\nu}{E} \left[ -\frac{A}{r^2} + (1-2\nu)B \right]$$

$$\epsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r} \Rightarrow u_r(r) = \frac{1+\nu}{E} \left[ -\frac{A}{r} + (1-2\nu)Br \right] \quad \text{sprawdzenie: } \epsilon_{\varphi\varphi} = \frac{u_r}{r}$$

$$\text{dane: } \left. \begin{array}{l} E = 10^5 \text{ MPa}; \nu = 0,2 \\ A = -40, B = 10 \end{array} \right\} u_r(r) = \frac{1,2}{10^5} \left( \frac{40}{r} + 6r \right) \quad \begin{array}{l} u(1) = 5,52 \cdot 10^{-4} \text{ m} \\ u(2) = 3,84 \cdot 10^{-4} \text{ m} \end{array}$$

zadanie: obliczyć zmianę długości obwodów: wewnętrznego i zewnętrznego przekroju poprzecznego rury