Wykłady opracowano na podstawie książek:

Antoni Biegus
Probabilistyczna analiza konstrukcji
PWN 1999

Szczepan Woliński, Krystyna Wróbel
Niezawodność konstrukcji budowlanych
Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej
2001

2. Oszacowanie bezpieczeństwa konstrukcji
2.1 Wstęp

Konstrukcje i elementy konstrukcyjne powinny być zaprojektowane tak, żeby z odpowiednim stopniem niezawodności mogły się oprzeć działaniom, które mogą zajść w czasie budowy i eksploatacji, zachowując swe parametry użytkowe.

Zawodność jest stanem konstrukcji, w którym przestaje ona spełniać wymagania projektowe związane z jej funkcjonowaniem.

Zawodność rozumiana jest nie tylko jako katastrofa, awaria czy inne formy wyczerpania nośności konstrukcji, a także sytuacje, gdy przestają być spełniane wymogi użytkowe (np. deformacje, drgania).

Bezpieczeństwo konstrukcji jest determinowane przez dwa:

- nośność konstrukcji N (rozumianą jako graniczna wytrzymałość lub sztywność konstrukcji)
- oraz działające obciążenia P, których efektem jest wytężenie konstrukcji (występowanie sił wewnętrznych, ugięć, deformacji, drgań).

W deterministycznym sensie bezpieczeństwo konstrukcji sprowadza się do spełnienia warunku

$$N > P \tag{1}$$

Z nierównością koresponduje deterministyczny współczynnik bezpieczeństwa (pewności)

$$n_d = \frac{N}{P} > 1 \tag{2}$$

Deterministycznym warunkiem bezpieczeństwa konstrukcji jest, aby współczynnik pewności spełniał warunek $n_d > 1$.

Takie podejście do zapewnienia bezpieczeństwa konstrukcji budowlanych, zaproponowane przez Ch. A. Coulomba (1736-1806) i L. M. Naviera (1785-1836) jest znane pod nazwą metody naprężeń dopuszczalnych.

W metodzie naprężeń dopuszczalnych konstrukcję uważa się za bezpieczną, jeśli wytężenie σ powstające w jej elementach w wyniku działania obciążeń nie przekracza wytrzymałości dopuszczalnej materiału σ_{dop} prowadzi to do warunku bezpieczeństwa

$$\sigma \le \sigma_{dop} \tag{3}$$

Zapas bezpieczeństwa uzyskuje się przez odpowiednie zmniejszenie charakterystycznej wytrzymałości materiału ***R**** do naprężeń dopuszczalnych σ_{dop}

$$\sigma_{dop} = \frac{R^*}{n_d} \tag{4}$$

Współczynnik bezpieczeństwa $n_d > 1$ jest ustalany jako iloczyn cząstkowych współczynników n_i (gdzie $n_i > 1$) uwzględniających czynniki przypadkowe (losowe):

n_1 – zmienność parametrów wytrzymałościowych materiału,
n_2 – przekroczenie wartości obciążeń charakterystycznych,
n_3 – rozrzut geometrii przekroju poprzecznego elementów,
n_4 – nieścisłości w przyjmowaniu schematów statycznych itp.

Współczynnik bezpieczeństwa n_d, ustalony arbitralnie, nie uwzględnia indywidualnych cech budowli i specyfiki systemu konstrukcyjnego oraz działających na nią obciążeń.

Maksymalne wytężenie elementu konstrukcji zbudowanych z materiałów sprężysto-plastycznych nie musi prowadzić do wyczerpania nośności systemu.

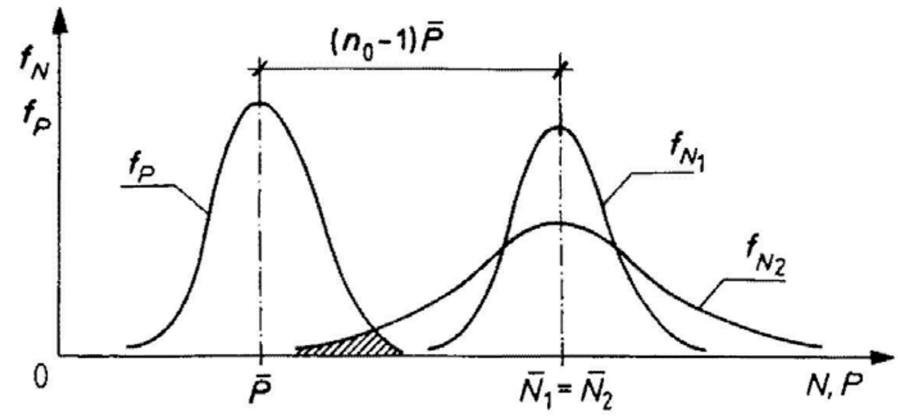
Niedoskonałość więc tej metody polega przede wszystkim na tym, że operuje ona bezpieczeństwem ustalonym arbitralnie i nie uwzględnia modelu niezawodnościowego systemu konstrukcyjnego.

Wielkości cząstkowych współczynników bezpieczeństwa n_i mają jednak charakter losowy.

O nośności konstrukcji w granicznym stanie wytężenia (wytrzymałości materiału) można mówić jako o losowej wartości własnej konstrukcji $N(\omega)$.

Zależy ona od losowych parametrów wytrzymałościowych materiału, z którego jest zbudowana, losowej geometrii przekrojów poprzecznych elementów składowych ustroju, im perfekcji konstrukcyjnych, geometrycznych, a także procesów starzenia i korozji.

Obciążenie działające na konstrukcję $P(\omega)$ ma również losowy charakter (obciążenie użytkowe, obciążenie od ciężaru własnego, obciążenie śniegiem, obciążenie wiatrem itp.).
Współczynnik bezpieczeństwa *N/P* zmienia się w czasie wskutek losowego charakteru nośności $N(\omega)$ i losowego obciążenia $P(\omega)$.
*O*bciążenie $P(\omega)$, jak i nośność $N(\omega)$, są funkcjami losowymi o rozkładach: f_p i f_w (rys.2.1).



Rys. 2.1. Losowe rozkłady obciążeń i nośności

Rozpatruje się przypadek (rys. 2.1), gdy to samo obciążenie $P(\omega)$ działa na dwie różne konstrukcje o nośnościach $N_1(\omega)$ i $N_2(\omega)$ charakteryzujące się tym, iż obie mają taką samą średnią nośności $\bar{N}$, lecz różnią się odchyleniem standardowym nośności.

W ujęciu deterministycznym obie konstrukcje mają taki sam stosunek wartości średnich nośności do wartości średniego obciążenia.

W interpretacji probabilistycznej, z analizy wykresów rozkładów nośności pokazanych na rys. 2.1 wynika, że bezpieczeństwo konstrukcji o losowej nośności N_1, charakteryzującej się mniejszym rozproszeniem nośności (odchyleniem standardowym), jest większe od konstrukcji, której losową nośność N_2 cechuje większa zmienność.

Na rysunku 2.1 obszar wspólny funkcji obciążenia *fp* i nośności f_N, gdzie nośność N_i może być mniejsza od obciążenia P_i zakreskowano jako obszar zawodności.

Awaryjność konstrukcji jest więc prawdopodobieństwem stanu jej niesprawności, gdy nośność ustroju jest mniejsza od efektu działania obciążenia N < P.

Niezawodność konstrukcji definiuje się jako prawdopodobieństwo, że jej losowa nośność będzie większa od jej losowego obciążenia

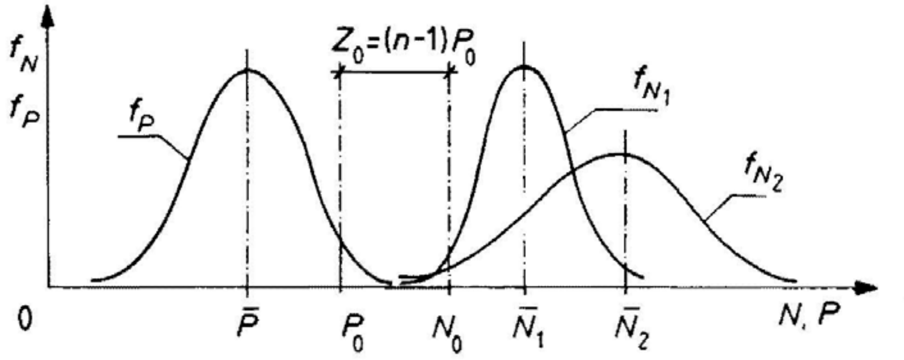
$$p_{f_1} = \Pr\left[N(\omega) > P(\omega)\right] \tag{5}$$

gdzie

$N(\omega)$ losowa nośność konstrukcji,

$P(\omega)$ losowe obciążenie konstrukcji.

Rozpatruje się przypadek na rys. 2.2



Rys. 2.2. Analiza bezpieczeństwa konstrukcji o różnych losowych nośnościach

W ujęciu probabilistycznym, aby uzyskać określone bezpieczeństwo konstrukcji, ustala się kontrolowane wartości progowe (kwantyle) losowego obciążenia Po i losowej nośności N_0, które spełniają warunek nieprzekraczania losowych obciążeń i niewystąpienia losowych nośności mniejszych z odpowiednim prawdopodobieństwem.

Miarę bezpieczeństwa konstrukcji można zdefiniować jako prawdopodobieństwo nieprzekroczenia kontrolowanych wartości granicznych

$$p_{f_2} = \Pr\left[N(\omega) > N_0,\ P(\omega) < P_0 \right] \tag{6}$$

Aby zachować ten sam zapas bezpieczeństwa Z_0 (rys. 2.2), to jest przedział między kwantylami obciążenia P_0 i nośności N_0, średnia nośności konstrukcji, charakteryzująca się większą zmiennością, musi być odpowiednio większa od średniej nośności konstrukcji, która ma mniejsze rozproszenie.

Ten fakt nie ma właściwego odzwierciedlenia w deterministycznym podejściu do analizy zagadnień bezpieczeństwa ustrojów budowlanych, to jest w globalnym współczynniku bezpieczeństwa.

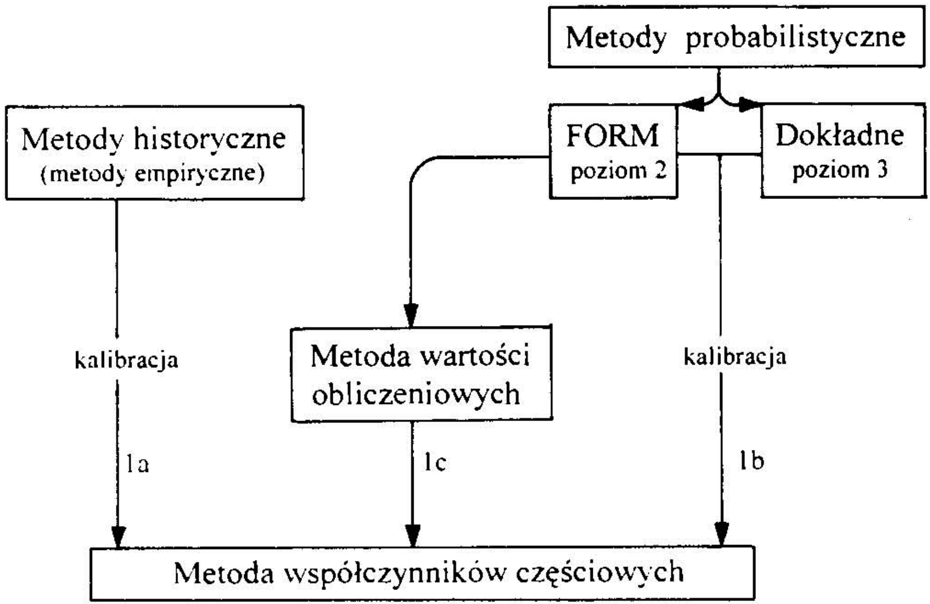
Jedynie probabilistyczne ujęcie zagadnienia bezpieczeństwa konstrukcji jest właściwe w prognozowaniu jej zawodności.

Przełomowe myśli w zakresie bezpieczeństwa budowli, by uważać katastrofę, awarię, uszkodzenie za zdarzenie losowe i analizować niezawodność metodami rachunku prawdopodobieństwa, jako pierwsi podali M. Mayer (1926), N. S. Strelecki (1935) i W. Wierzbicki (1937). Przedstawione przez nich koncepcje były podstawą stosowanej obecnie półprobabilistycznej metody stanów granicznych.

A. M. Freudenthal (1947) i A. R. Rżanicyn (1947) pierwsi zdefiniowali bezpieczeństwo konstrukcji jako prawdopodobieństwo zniszczenia P_f.

Wykorzystuje się trzy uzupełniające się, a nawet częściowo przenikające się dziedziny: statystyczną ocenę jakości, teorię niezawodności oraz probabilistyczną teorię bezpieczeństwa.

Na rys. 2.3 przedstawiono wzajemne relacje stosowanych metod sprawdzania niezawodności konstrukcji budowlanych.



Rys. 2.3. Metody sprawdzania niezawodności konstrukcji budowlanych

Obowiązujące przepisy normowe projektowania konstrukcji oparte są na metodzie półprobabilistycznej, to jest częściowo korzystają z wyników probabilistycznych analiz bezpieczeństwa budowli.

Mimo że w normach wykorzystane są badania statystyczne i metody probabilistyczne do kalibrowania współczynników bezpieczeństwa, to sformułowano je tak, że nie trzeba znać rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej, aby je stosować (normowe wzory są podane w kategoriach deterministycznych).

Sprawdzenie bezpieczeństwa metodą współczynników częściowych (poziom l) polega na wykazaniu, że w przypadku kiedy do obliczeń przyjęto wartości obliczeniowe oddziaływań, właściwości materiałów i danych geometrycznych, żaden z istotnych stanów granicznych nośności nie zostanie przekroczony.

Wartości obliczeniowe są iloczynami lub ilorazami wartości reprezentatywnych i odpowiednich częściowych współczynników bezpieczeństwa odnoszonych do obciążeń γ_P nośności γ_N i konsekwencji zniszczenia systemu γ_n.

Globalny współczynnik bezpieczeństwa konstrukcji *y* jest iloczynem tych częściowych współczynników $\gamma = \gamma_P \gamma_N \gamma_n$.

Wartość współczynników częściowych zależała od stopnia niepewności oszacowania oddziaływań, wielkości geometrycznych i przyjętych modeli obliczeniowych, a także od rodzaju stanu granicznego.

Niektóre częściowe współczynniki są kalibrowane przez głosowanie nad ustaleniami normowymi.

Istnieją dwie metody określenia numerycznych współczynników częściowych:
– na podstawie kalibracji z wykorzystaniem doświadczenia długiej historii tradycji budowlanej (dla większości współczynników proponowanych w Eurokodach jest to zasada wiodąca);
– na podstawie statystycznej oceny wyników doświadczeń i obserwacji (wówczas należy stosować probabilistyczną teorię niezawodności).

Dzięki lepszemu zbadaniu właściwości materiałów poza granicami sprężystości oraz rozwojowi teorii plastyczności ważnym etapem rozwoju metod projektowania było wprowadzenie metody obciążeń granicznych (niszczących).

Fizycznym aspektem tej metody jest obliczenie nośności granicznej ustroju z wykorzystaniem plastycznej redystrybucji sił wewnętrznych w przekrojach (powstanie przegubów plastycznych).

Takie obliczanie konstrukcji umożliwia obowiązująca półprobabilistyczna metoda stanów granicznych.

W metodzie naprężeń dopuszczalnych bezpieczeństwo zależy od stanu wytężenia materiału w poszczególnych punktach ustroju, czyli ma charakter lokalny.
Ponadto dopuszcza się jedynie sprężysty zakres jego wytężenia.

W metodzie obciążeń granicznych dopuszcza się plastyczne wytężenie materiału, a współczynnik bezpieczeństwa ma charakter ogólny, odnoszony do całego ustroju nośnego.

W metodzie naprężeń dopuszczalnych do zagadnienia bezpieczeństwa podchodzi się od strony stanów bezpiecznych, w metodzie nośności granicznej od analizy stanów zniszczenia.

W teorii niezawodności miary bezpieczeństwa wyraża się za pomocą funkcji prawdopodobieństwa dystrybuanty *F(x)*, gęstości prawdopodobieństwa *f(x)* lub funkcji zagrożenia *h(x)*.

W metodach probabilistycznych analizy niezawodności konstrukcji miarą bezpieczeństwa jest prawdopodobieństwo zawodności p_f (przy założonym modelu zniszczenia i odpowiednio przyjętym okresie eksploatacji).

Wartości te oblicza się i porównuje z wartością docelową p_0.
Jeśli $p_f < p_0$ to konstrukcję uważa się za bezpieczną.

Metody probabilistycznego sprawdzania bezpieczeństwa konstrukcji podzielić można na dwie klasy:
- metody poziomu 2 zapewnienia niezawodności (FORM - first order reliability methods);
- metody poziomu 3 (dokładne).

Metody probabilistyczne poziomu 2 posługują się ogólnie alternatywną miarą bezpieczeństwa, tak zwanym wskaźnikiem (lub indeksem) niezawodności p_f

$$p_f = \Phi(-\beta) \tag{7}$$

gdzie Φ jest funkcja rozkładu normalnego.

Związek między β i p_f podano w tabl. 2.2, orientacyjne wartości docelowe β według Eurokodu l podano zaś w tabl. 2.1.

Tablica 2.1. Orientacyjne wartości docelowego wskaźnika niezawodności β według [91]

Stan graniczny	Docelowy indeks niezawodnościowy (obliczeniowy okres użytkowania)	Docelowy indeks niezawodnościowy (jeden rok)
nośności	3,8	4,7
zmęczenia	1,5–3,8	–
użytkowalności (nieodwracalny)	1,5	3,0

Tablica 2.2. Związek między indeksem niezawodności t i awaryjnością konstrukcji A

t	5,2	4,7	4,2	3,7	3,2	2,3	β
A	10^{-7}	10^{-6}	10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	p_f

W obliczeniach przyjmowano zwykle dla parametrów wytrzymałościowych i niepewności modelu rozkłady logarytmiczno-normalne lub Weibulla.

Rozkłady normalne przyjmowano zwykle dla ciężaru własnego, a dla obciążeń zmiennych rozkłady ekstremalne.

2.2 Oszacowanie bezpieczeństwa konstrukcji

Niezawodność konstrukcji zależy od losowego rozkładu dwóch podstawowych wielkości ją generujących: nośności $N(\omega)$ i obciążenia $P(\omega)$.

W celu szacowania niezawodności należy znać rozkłady losowych funkcji nośności f_N i obciążenia f_p.

Obie te funkcje są losowymi funkcjami czasu.

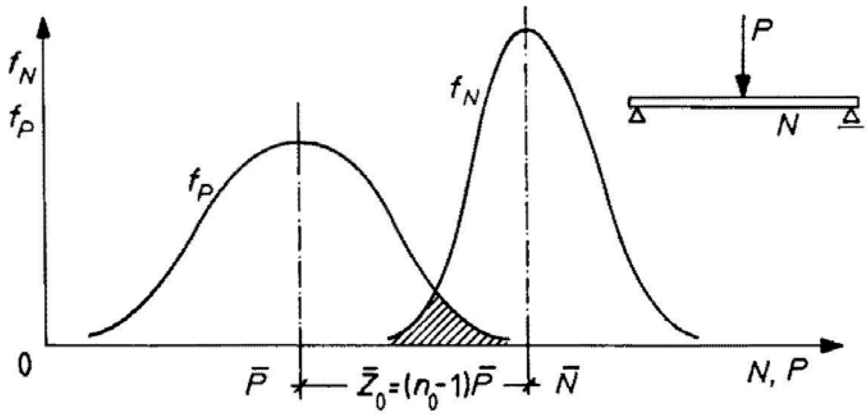
W probabilistycznym sensie niezawodność definiuje się jako prawdopodobieństwo, że konstrukcja jest zdolna przenieść obciążenia, które na nią działają bez zniszczenia, w określonym przedziale czasu (z uwzględnieniem funkcji czasu).

Miara niezawodności konstrukcji *R* rozumiana jest tu jako prawdopodobieństwo dla ustalonego czasu (bez uwzględnienia funkcji czasu) i jest definiowana w następujący sposób

$$R = \Pr\left\{N(\omega) > P(\omega)\right\} \tag{8}$$

W przypadku gdy $P(\omega) > N(\omega)$, mamy do czynienia z zawodnością ustroju, a prawdopodobieństwo takiego zdarzenia, tj. awarii (pole zakreskowane na rys. 2.4, wynosi

$$A = \Pr\left\{N(\omega) < P(\omega)\right\} \tag{9}$$



Rys. 2.4. Analiza niezawodności elementu konstrukcji

Niezawodność konstrukcji jest więc łącznym prawdopodobieństwem losowej nośności $P(\omega)$ i obciążenia $N(\omega)$, spełniającym warunek $N > P$. Wyznacza się ją ze wzoru

$$R = \int_{-\infty}^{\infty} f_P(P)\left[\int_{P}^{\infty} f_N(N)\,dN\right]dP = \int_{-\infty}^{\infty} f_N(N)\left[\int_{P}^{\infty} f_P(P)\,dP\right]dN \qquad (10)$$

Gęstości prawdopodobieństwa zarówno losowego obciążenia, jak i losowej nośności mogą być opisane funkcjami o różnych rozkładach.

Zakładają się, że obie wielkości $P(\omega)$ i $N(\omega)$ mają rozkłady normalne w postaci

$$f_N(N) = \frac{1}{s_N\sqrt{2\pi}} e^{-\left(N-\bar{N}\right)^2/2s_N^2} \tag{11}$$

$$f_P(P) = \frac{1}{s_P\sqrt{2\pi}} e^{-\left(P-\bar{P}\right)^2/2s_P^2} \tag{12}$$

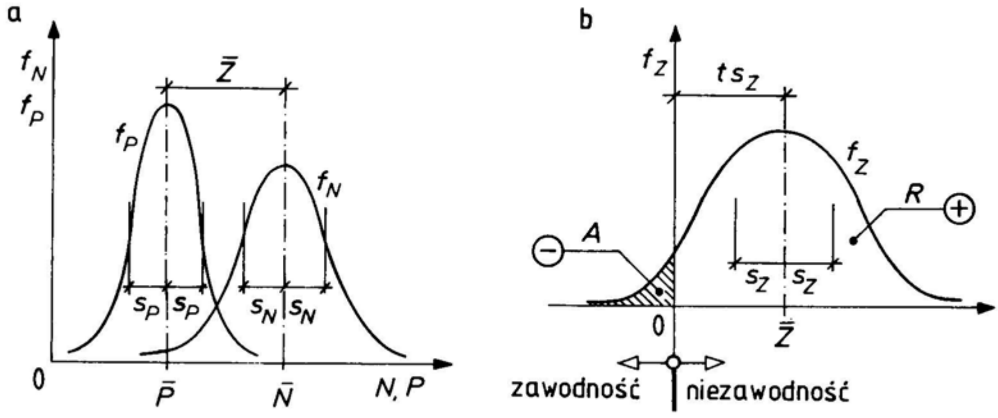
gdzie:

$\bar{N}, s_N$ – wartość średnia i odchylenie standardowe nośności,

$\bar{P}, s_P$ – wartość średnia i odchylenie standardowe obciążenia.

Jedną z miar niezawodności elementu konstrukcji jest jej losowy zapas nośności $Z(\omega)$ (funkcja *niezniszczenia* pokazana na rys. 2.5), który określa bezpieczeństwo konstrukcji, gdy

$$Z(\omega) = N(\omega) - P(\omega) > 0 \tag{13}$$



Rys. 2.5. Analiza losowej funkcji *niezniszczenia* (zapasu nośności) konstrukcji

Stan niesprawności mamy, gdy

$$Z(\omega) = N(\omega) - P(\omega) \leq 0 \tag{14}$$

Losowa funkcja *niezniszczenia* konstrukcji $Z(\omega)$ (funkcja "zapasu" nośności), może więc przybierać wartości dodatnie, ujemne i zero.

Zakładając, że zmienne losowe nośności konstrukcji $N(\omega)$ i jej losowego obciążenia $P(\omega)$ mają rozkład normalny, to zmienną losową $Z(\omega)$ opisuje również rozkład normalny

$$f(Z) = \frac{1}{s_Z\sqrt{2\pi}} e^{-\left(Z-\bar{Z}\right)^2/2s_Z^2} \tag{15}$$

o parametrach wartości średniej $\bar{Z}$ i odchylenia standardowego s_Z

$$\bar{Z} = \bar{N} - \bar{P} \tag{16}$$

$$s_Z = \sqrt{s_N^2 + s_P^2} \tag{17}$$

Niezawodność elementu konstrukcji wyraża się przez prawdopodobieństwo, że funkcja zapasu nośności *(niezniszczenia)* $Z(\omega)$ nie przybierze ujemnych wartości (rys. 2.5b).

Oblicza się je jako prawdopodobieństwo (pole niezakreskowane na rys.2.5b) ze wzoru

$$R = \int_0^\infty f(Z)\,dZ = \frac{1}{s_Z\sqrt{2\pi}}\int_0^\infty e^{-\left(Z-\bar{Z}\right)^2/2s_Z^2}\,dZ \tag{18}$$

Awaryjność (zawodność) konstrukcji, pole zakreskowane na rys. 2.5b, wyraża całka

$$A = \int_{-\infty}^0 f(Z)\,dZ \tag{19}$$

Niezawodność konstrukcji można oszacować, analizując, dla jakiej wartości parametru t funkcja *niezniszczenia* $Z(\omega)$ przybiera wartość równą zeru, przyjmując jako miarę odchylenie standardowe zapasu nośności s_Z. Należy więc rozwiązać równanie

$$\bar{Z} - t s_Z = 0 \tag{20}$$

Indeks niezawodności t określa się współczynnikiem ufności lub współczynnikiem niezawodności Cornella (ufności) i wyznacza się ze wzoru

$$t = \frac{\bar{Z}}{s_Z} = \frac{\bar{N} - \bar{P}}{\sqrt{s_N^2 + s_P^2}} \tag{21}$$

Dla wyznaczonego parametru t, z tablic rozkładu normalnego można odczytać dystrybuantę $F(t)$, to jest bezpieczeństwo konstrukcji.
Indeks niezawodności Cornella stanowi obiektywną miarę bezpieczeństwa konstrukcji.

Równocześnie umożliwia przejście od probabilistycznej do deterministycznej miary bezpieczeństwa.
Jeśli indeks niezawodności *t* przybiera duże wartości, to konstrukcja ma większe bezpieczeństwo.
Awaryjność konstrukcji (dla rozkładu normalnego) w zależności od indeksu niezawodnościowego zestawiono w tabl. 2.2.

Tablica 2.2. Związek między indeksem niezawodności *t* i awaryjnością konstrukcji *A*

t	5,2	4,7	4,2	3,7	3,2	2,3	β
A	10^{-7}	10^{-6}	10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	p_f

Dla konstrukcji o losowych parametrach należy obliczyć indeks niezawodności *t i* odczytać dystrybuantę dla *F(t)*

$$R = F(t) \tag{22}$$

Przedstawiona analiza szacowania bezpieczeństwa może być wykorzystana w prognozowaniu niezawodności nietypowych obiektów budowlanych.

Przepisy niemieckie zalecają przyjmować wartości *t* w zależności od następstw zniszczenia ustroju, dzieląc je na małe, średnie i duże, oraz różnicując je dla sprawdzenia stanów granicznych nośności i użytkowania. Zamieszczono je w tablicy 2.3.

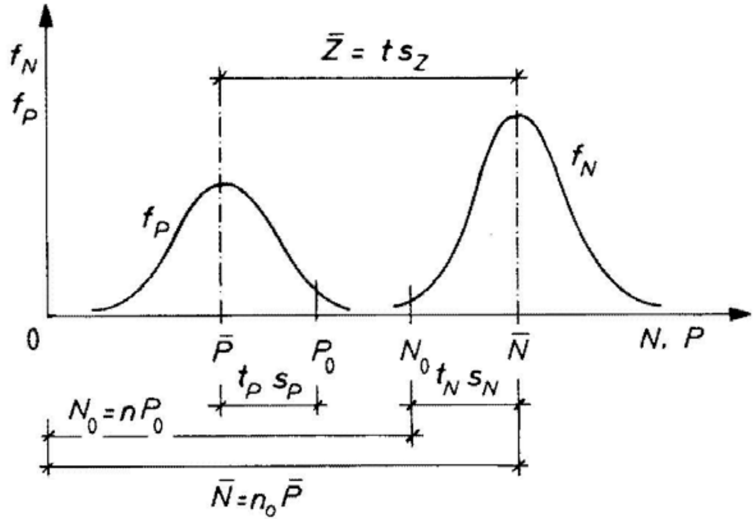
Tablica 2.3. Indeks niezawodności *t* według [71]

Sprawdzenie stanu granicznego	Następstwo zniszczenia		
	małe	średnie	duże
nośności	4,2	4,7	5,2
użytkowania	2,0	2,5	3,0

2.3 Szacowanie bezpieczeństwa – metoda stanów granicznych

Wynikiem naturalnego dążenia do budowania konstrukcji o losowej nośności (wytrzymałości) $N(\omega)$ większej od efektów oddziaływania na nią losowego obciążenia $P(\omega)$ jest zagwarantowanie odpowiedniego *zapasu* nośności konstrukcji $Z(\omega)$, to jest odpowiedniej "odległości" pomiędzy maksymalnym obciążeniem a minimalną nośnością.

Niezawodność elementu ustroju budowlanego, definiowana według rys. 2.6, opiera się na koncepcji "najsłabszego ogniwa w łańcuchu", czyli na założeniu, że o bezpieczeństwie decyduje najsłabszy element konstrukcji, to jest minimalna losowa nośność oraz maksymalne losowe obciążenie.



Rys. 2.6. Schemat analizy bezpieczeństwa w metodzie stanów granicznych

Prawdopodobieństwo *R* jest obiektywną probabilistyczną miarą bezpieczeństwa konstrukcji, która jednak nie jest akceptowana przez inżynierów.

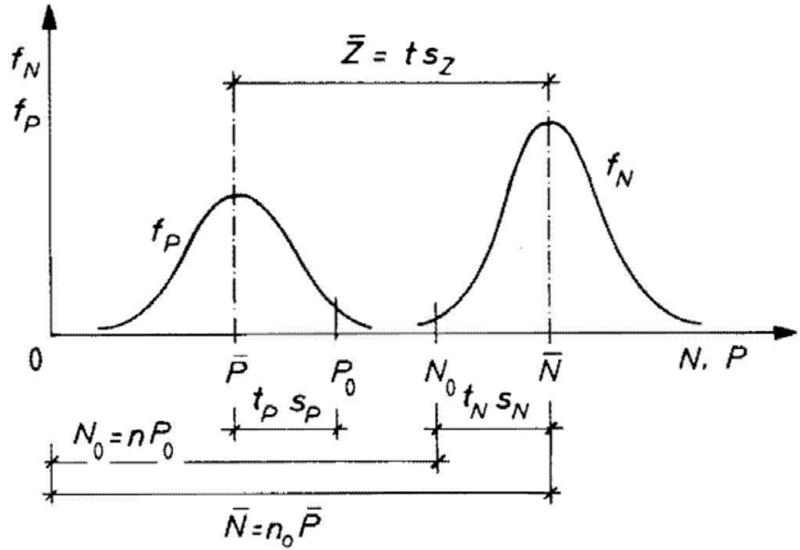
Inżynierowie preferują miary deterministyczne i wolą określać bezpieczeństwo budowli na przykład na podstawie kwantyli obliczeniowych nośności N_0 i kwantyli obliczeniowych obciążeń P_0, które spełniają warunek

$$N_0 > P_0 \tag{23}$$

a współczynnik bezpieczeństwa konstrukcji rozumiany jako

$$n = \frac{N_0}{P_0} > 1 \tag{24}$$

Schemat ideowy prowadzonej analizy pokazano na rys. 2.6.



Rys. 2.6. Schemat analizy bezpieczeństwa w metodzie stanów granicznych

Bezpieczeństwo konstrukcji, opierające się na idei "najsłabszego ogniwa", pozwala przyjąć za wartości "progowe" kwantyle nośności i obciążenia w następującej postaci

$$N_0 = \overline{N} - t_N s_N \tag{25}$$

$$P_0 = \overline{P} - t_P s_P \tag{26}$$

gdzie

t_N, t_P – wskaźniki tolerancji nośności i obciążenia.

Na przykład dla rozkładu normalnego cech losowych, przyjmując wskaźniki tolerancji t_p = 1,645 i t_N = 1,645 prawdopodobieństwo wystąpienia obciążenia większego od *P* o i elementu słabszego od *N* o wynosi 5,0%.

W dalszej części analizowany będzie sposób kalibrowania wartości progowych P_0 i N_0 stanowiących podstawę półprobabilistycznej oceny bezpieczeństwa w metodzie stanów granicznych.
Współczynnik n_0 dla wartości średnich nośności i obciążenia wynosi

$$n_0 = \frac{\bar{N}}{\bar{P}} = \frac{\bar{P} + \bar{Z}}{\bar{P}} = 1 + \frac{t s_Z}{\bar{P}} = 1 + t\frac{\sqrt{s_N^2 + s_P^2}}{\bar{P}} \tag{27}$$

i po przekształceniach

$$n_0 = 1 + t\sqrt{n_0^2 \frac{s_N^2}{\bar{N}^2} + \frac{s_P^2}{\bar{P}^2}} = 1 + t\sqrt{n_0^2 \nu_N^2 + \nu_P^2} \tag{28}$$

gdzie

ν_N i ν_P są współczynnikami zmienności nośności i obciążenia

$$\nu_N = \frac{s_N}{\bar{N}}, \qquad \nu_P = \frac{s_P}{\bar{P}} \tag{29}$$

Po rozwiązaniu równania kwadratowego (29) otrzymuje się wzór określający współczynnik n_0 w następującej postaci

$$n_0 = \frac{1 + t\sqrt{v_N^2 + v_P^2 - t^2 v_N^2 v_P^2}}{1 - t^2 v_N^2} \tag{30}$$

Powyższe równanie może być znacząco uproszczone, gdy wprowadzi się następującą linearyzację

$$\sqrt{s_N^2 + s_P^2} = \alpha_N s_N + \alpha_P s_P \tag{31}$$

gdzie

$$\alpha_P = \frac{s_P}{\sqrt{s_N^2 + s_P^2}} \tag{32}$$

$$\alpha_N = \frac{s_N}{\sqrt{s_N^2 + s_P^2}} \tag{33}$$

Współczynnik niezawodności Cornella można wtedy uprościć do następującej postaci

$$t = \frac{\bar{N} - \bar{P}}{\sqrt{s_N^2 + s_P^2}} = \frac{\bar{N} - \bar{P}}{s_N \alpha_N + s_P \alpha_P} \qquad (34)$$

Ostatecznie

$$n_0 = \frac{\bar{N}}{\bar{P}} = \frac{1 + t\alpha_P \nu_P}{1 + t\alpha_N \nu_N} \qquad (35)$$

Przyjmując równe prawdopodobieństwo dla wartości "progowych" (kwantyli) nośności konstrukcji N_0 i jej obciążenia ustroju P_0 współczynnik bezpieczeństwa konstrukcji n wynosi

$$n_0 = \frac{N_0}{P_0} = \frac{\bar{N} - t_N s_N}{\bar{P} + t_P s_P} = \frac{\bar{N}(1 - t_N \nu_N)}{\bar{P}(1 + t_P \nu_P)} \qquad (36)$$

Po zastosowaniu (36) otrzymuje się wzór na współczynnik bezpieczeństwa konstrukcji w następującej postaci

$$n_0 = \frac{N_0}{P_0} = \frac{1+t\alpha_P v_P}{1+t_P v_P} \cdot \frac{1-t_N v_N}{1+t\alpha_N v_N} = \gamma_P \gamma_N \qquad (37)$$

W ten sposób otrzymano współczynnik bezpieczeństwa *n* jako iloczyn współczynnika bezpieczeństwa obciążenia γ_P i współczynnika bezpieczeństwa nośności γ_N

$$n = \gamma_P \gamma_N \qquad (38)$$

gdzie

$$\gamma_P = \frac{1+t\alpha_P v_P}{1+t_P v_P} \qquad (39)$$

$$\gamma_N = \frac{1-t_N v_N}{1+t\alpha_N v_N} \qquad (40)$$

Globalny współczynnik bezpieczeństwa konstrukcji *n* rozdzielono na współczynniki częściowe:

l) współczynnik bezpieczeństwa obciążenia γ_P który charakteryzuje losowe właściwości obciążenia oraz

2) współczynnik bezpieczeństwa nośności γ_N uwzględniający losowe cechy nośności konstrukcji.

Rozdzielenie globalnego współczynnika bezpieczeństwa *n* na częściowe współczynniki stanowi podstawę półprobabilistycznej miary bezpieczeństwa przyjętej w obowiązujących normach projektowania konstrukcji.

Warunek bezpieczeństwa konstrukcji można zapisać w następującej postaci

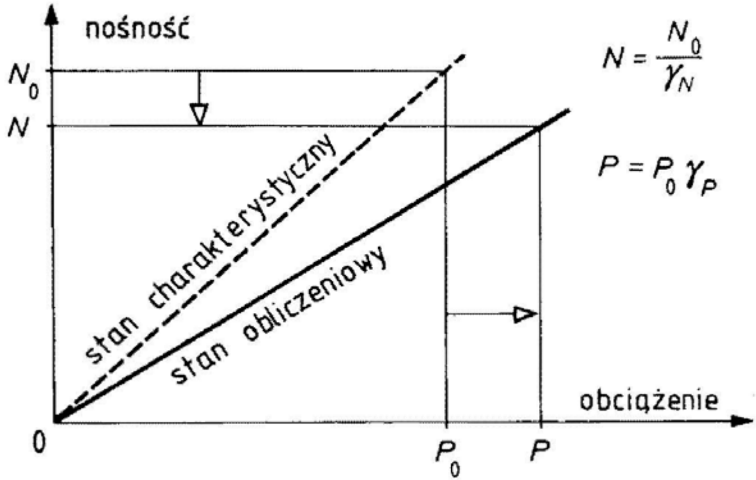
$$P_0 \gamma_P = \frac{N_0}{\gamma_N} \tag{41}$$

Obliczeniowe nośności konstrukcji N wyznacza się, dzieląc jej wartości charakterystyczne N_0 przez γ_N.

Obliczeniowe parametry obciążeń ustroju P szacuje się mnożąc ich wartości charakterystyczne P_0 przez γ_P.

W ujęciu teorii niezawodności ten sposób szacowania bezpieczeństwa jest określany metodą probabilistyczną poziomu l.

Graficzną ilustrację analizy bezpieczeństwa w półprobabilistycznej metodzie stanów granicznych konstrukcji budowlanych pokazano na rys. 2.7.



Rys. 2.7. Graficzna interpretacja bezpieczeństwa konstrukcji w ujęciu stanów granicznych

W półprobabilistycznej metodzie stanów granicznych współczynniki bezpieczeństwa γ_P i γ_N występują w postaci wielu cząstkowych współczynników.

Zgodnie z założeniami metody stanów granicznych efekty działania losowych obciążeń na budowlę uwzględnia się jako sumę ich iloczynów i odpowiednio wykalibrowanych współczynników obciążeń $\gamma_P = \gamma_f$ (w zasadzie większych od 1), z uwzględnieniem jednoczesności ich oddziaływań i konsekwencji zniszczenia ustroju

$$P = \gamma_n \sum_{i=1}^{n} P_{k,i} \gamma_{f,i} \psi_i \alpha_i \qquad (42)$$

$P_{k,i}$ – obciążenie charakterystyczne,

$\gamma_{f,i}$ – współczynnik obciążenia,

ψ_i – współczynnik jednoczesności obciążeń zmiennych,

α_i – współczynnik redukcji obciążeń zmiennych,

γ_n – współczynnik konsekwencji zniszczenia