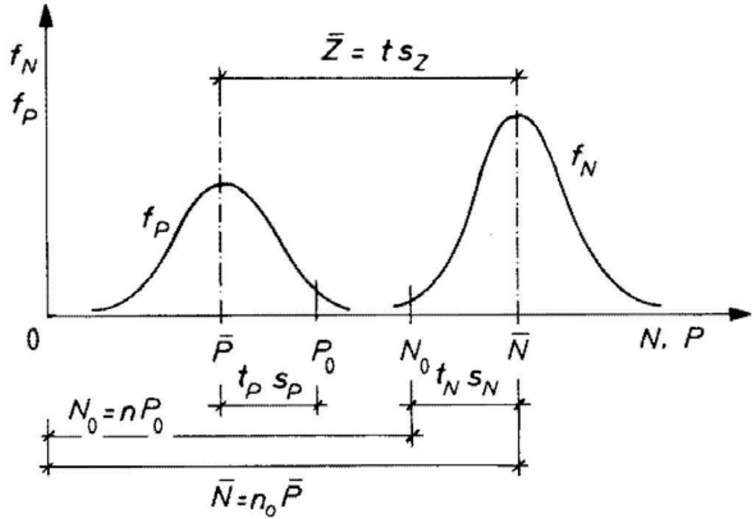
2.3 Szacowanie bezpieczeństwa – metoda stanów granicznych

Wynikiem naturalnego dążenia do budowania konstrukcji o losowej nośności (wytrzymałości) $N(\omega)$ większej od efektów oddziaływania na nią losowego obciążenia $P(\omega)$ jest zagwarantowanie odpowiedniego *zapasu* nośności konstrukcji $Z(\omega)$, to jest odpowiedniej "odległości" pomiędzy maksymalnym obciążeniem a minimalną nośnością.



Rys. 2.6. Schemat analizy bezpieczeństwa w metodzie stanów granicznych

Niezawodność elementu ustroju budowlanego, definiowana według rys. 2.6, opiera się na koncepcji "najsłabszego ogniwa w łańcuchu", czyli na założeniu, że o bezpieczeństwie decyduje najsłabszy element konstrukcji, to jest minimalna losowa nośność oraz maksymalne losowe obciążenie.

Prawdopodobieństwo R jest obiektywną probabilistyczną miarą bezpieczeństwa konstrukcji, która jednak nie jest akceptowana przez inżynierów.

Inżynierowie preferują miary deterministyczne i wolą określać bezpieczeństwo budowli na przykład na podstawie kwantyli obliczeniowych nośności N_0 i kwantyli obliczeniowych obciążeń P_0, które spełniają warunek

$$N_0 > P_0 \tag{1}$$

a współczynnik bezpieczeństwa konstrukcji rozumiany jako

$$n = \frac{N_0}{P_0} > 1 \tag{2}$$

Schemat ideowy prowadzonej analizy pokazano na rys. 2.6.

Bezpieczeństwo konstrukcji, opierające się na idei "najsłabszego ogniwa", pozwala przyjąć za wartości "progowe" kwantyle nośności i obciążenia w następującej postaci

$$N_0 = \bar{N} - t_N s_N \tag{3}$$

$$P_0 = \bar{P} - t_P s_P \tag{4}$$

gdzie

t_N, t_P – wskaźniki tolerancji nośności i obciążenia.

Na przykład dla rozkładu normalnego cech losowych, przyjmując wskaźniki tolerancji t_p = 1,645 i t_N = 1,645 prawdopodobieństwo wystąpienia obciążenia większego od *P* o i elementu słabszego od *N* o wynosi 5,0%.

Półprobabilistyczna ocena bezpieczeństwa w metodzie stanów granicznych.

Sposób kalibrowania wartości progowych P_0 i N_0

Współczynnik n_0 dla wartości średnich nośności i obciążenia wynosi

$$n_0 = \frac{\bar{N}}{\bar{P}} = \frac{\bar{P} + \bar{Z}}{\bar{P}} = 1 + \frac{t s_Z}{\bar{P}} = 1 + t\,\frac{\sqrt{s_N^2 + s_P^2}}{\bar{P}} \qquad (5)$$

i po przekształceniach

$$n_0 = 1 + t\sqrt{n_0^2\,\frac{s_N^2}{\bar{N}^2} + \frac{s_P^2}{\bar{P}^2}} = 1 + t\sqrt{n_0^2 \nu_N^2 + \nu_P^2} \qquad (6)$$

gdzie

ν_N i ν_P są współczynnikami zmienności nośności i obciążenia

$$\nu_N = \frac{s_N}{\bar{N}}, \qquad \nu_P = \frac{s_P}{\bar{P}} \qquad (7)$$

Po rozwiązaniu równania kwadratowego (29) otrzymuje się wzór określający współczynnik n_0 w następującej postaci

$$n_0 = \frac{1 + t\sqrt{v_N^2 + v_P^2 - t^2 v_N^2 v_P^2}}{1 - t^2 v_N^2} \tag{8}$$

Uproszczenie poprzez linearyzację

$$\sqrt{s_N^2 + s_P^2} = \alpha_N s_N + \alpha_P s_P \tag{9}$$

gdzie

$$\alpha_P = \frac{s_P}{\sqrt{s_N^2 + s_P^2}} \tag{10}$$

$$\alpha_N = \frac{s_N}{\sqrt{s_N^2 + s_P^2}} \tag{11}$$

Współczynnik niezawodności Cornella można wtedy uprościć do następującej postaci

$$t = \frac{\bar{N} - \bar{P}}{\sqrt{s_N^2 + s_P^2}} = \frac{\bar{N} - \bar{P}}{s_N \alpha_N + s_P \alpha_P} \tag{12}$$

Ostatecznie

$$n_0 = \frac{\bar{N}}{\bar{P}} = \frac{1 + t\alpha_P \nu_P}{1 + t\alpha_N \nu_N} \tag{13}$$

Przyjmując równe prawdopodobieństwo dla wartości "progowych" (kwantyli) nośności konstrukcji N_0 i jej obciążenia ustroju P_0 współczynnik bezpieczeństwa konstrukcji n wynosi

$$n_0 = \frac{N_0}{P_0} = \frac{\bar{N} - t_N s_N}{\bar{P} + t_P s_P} = \frac{\bar{N}(1 - t_N \nu_N)}{\bar{P}(1 + t_P \nu_P)} \tag{14}$$

Po zastosowaniu (36) otrzymuje się wzór na współczynnik bezpieczeństwa konstrukcji w następującej postaci

$$n_0 = \frac{N_0}{P_0} = \frac{1 + t\alpha_P \nu_P}{1 + t_P \nu_P} \cdot \frac{1 - t_N \nu_N}{1 + t\alpha_N \nu_N} = \gamma_P \gamma_N \tag{15}$$

W ten sposób otrzymano współczynnik bezpieczeństwa *n* jako iloczyn współczynnika bezpieczeństwa obciążenia γ_P i współczynnika bezpieczeństwa nośności γ_N

$$n = \gamma_P \gamma_N \tag{16}$$

gdzie

$$\gamma_P = \frac{1 + t\alpha_P \nu_P}{1 + t_P \nu_P} \tag{17}$$

$$\gamma_N = \frac{1 - t_N \nu_N}{1 + t\alpha_N \nu_N} \tag{18}$$

Globalny współczynnik bezpieczeństwa konstrukcji *n* rozdzielono na współczynniki częściowe:

l) współczynnik bezpieczeństwa obciążenia γ_P który charakteryzuje losowe właściwości obciążenia oraz

2) współczynnik bezpieczeństwa nośności γ_N uwzględniający losowe cechy nośności konstrukcji.

Rozdzielenie globalnego współczynnika bezpieczeństwa *n* na częściowe współczynniki stanowi podstawę półprobabilistycznej miary bezpieczeństwa przyjętej w obowiązujących normach projektowania konstrukcji.

Warunek bezpieczeństwa konstrukcji można zapisać w następującej postaci

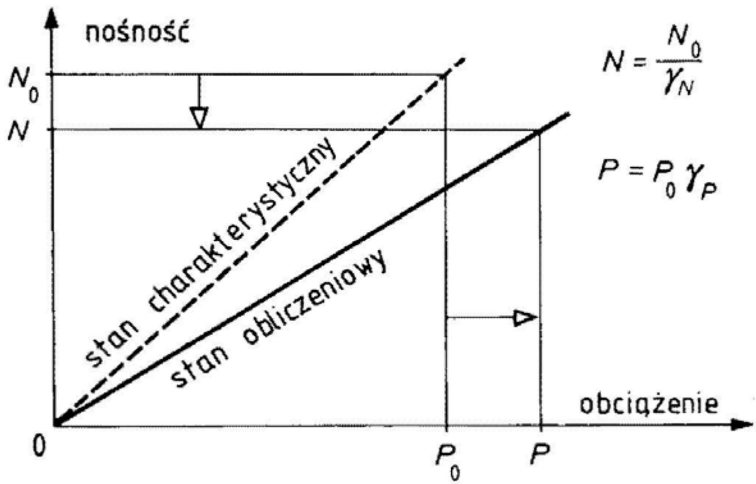
$$P_0 \gamma_P = \frac{N_0}{\gamma_N} \tag{19}$$

Obliczeniowe nośności konstrukcji N wyznacza się, dzieląc jej wartości charakterystyczne N_0 przez γ_N.

Obliczeniowe parametry obciążeń ustroju P szacuje się mnożąc ich wartości charakterystyczne P_0 przez γ_P.

W ujęciu teorii niezawodności ten sposób szacowania bezpieczeństwa jest określany metodą probabilistyczną poziomu l.

Graficzną ilustrację analizy bezpieczeństwa w półprobabilistycznej metodzie stanów granicznych konstrukcji budowlanych pokazano na rys. 2.7.



Rys. 2.7. Graficzna interpretacja bezpieczeństwa konstrukcji w ujęciu stanów granicznych

W półprobabilistycznej metodzie stanów granicznych współczynniki bezpieczeństwa γ_P i γ_N występują w postaci wielu cząstkowych współczynników.

Zgodnie z założeniami metody stanów granicznych efekty działania losowych obciążeń na budowlę uwzględnia się jako sumę ich iloczynów i odpowiednio wykalibrowanych współczynników obciążeń $\gamma_P = \gamma_f$ (większych od 1), z uwzględnieniem jednoczesności ich oddziaływań i konsekwencji zniszczenia ustroju

$$P = \gamma_n \sum_{i=1}^{n} P_{k,i} \gamma_{f,i} \psi_i \alpha_i \tag{20}$$

$P_{k,i}$ – obciążenie charakterystyczne,

$\gamma_{f,i}$ – współczynnik obciążenia,

ψ_i – współczynnik jednoczesności obciążeń zmiennych,

α_i – współczynnik redukcji obciążeń zmiennych,

γ_n – współczynnik konsekwencji zniszczenia