

Wykłady opracowano na podstawie książek:

Antoni Biegus

Probabilistyczna analiza konstrukcji

PWN 1999

Szczepan Woliński, Krystyna Wróbel

Niezawodność konstrukcji budowlanych

Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej

2001

4. Losowe imperfekcje elementów konstrukcyjnych

W podejściu deterministycznym do projektowania ustrojów budowlanych przyjmuje się modele obliczeniowe konstrukcji, zakładające idealne kształty przekrojów poprzecznych i osi elementów składowych, jednorodne właściwości mechaniczne materiałów, beznaprężeniowe stany wyężenia przekrojów (bez naprężeń własnych przed przyłożeniem obciążeń zewnętrznych), a także poprawne wykonawstwo warsztatowe i montaż oraz eksploatację obiektu, zgodną z założeniami projektowymi.

Wyznacza się więc nośności elementów i konstrukcji idealnych, gdyż są one w rzeczywistości obarczone niedoskonałościami lub wadami początkowymi, które nazywa się imperfekcjami.

Można je podzielić na strukturalne, technologiczne i geometryczne.

Powstają one

– w procesie kształtowania prętów

(np. podczas produkcji wyrobów hutniczych w prętach powstają wstępne naprężenia własne),

– w trakcie zespalandia wyrobów hutniczych w wytwórni konstrukcji (np. łącząc elementy składowe w podzespoły popełnia się błędy geometryczne),

– podczas transportu (odkształcenia transportowe), scalania i montażu na placu budowy.

Wstępnymi imperfekcjami są obarczone

– elementy składowe prętów (np. blachy tworzące blachownice),

– podzespoły montażowe (np. słupy, kratownice),

– całe budowlane ustroje nośne (szkielety nośne).

Charakter imperfekcji jest losowy, a wiele z nich zostało stosunkowo dobrze rozpoznanych.

Dla celów obliczeniowych imperfekcje rozdzielone na:

- losowe imperfekcje związane z parametrami wytrzymałościowymi materiału $w(\omega)$,
- parametry losowe geometrycznych charakterystyk przekroju $C(\omega)$
- parametry losowego współczynnika $\alpha(\omega)$ uwzględniającego model wytężenia elementu.

W modelu analizy losowej nośności elementu parametry losowego współczynnika $\alpha(\omega)$ są generowane przez wady geometryczne osi (płaszczyzn) oraz naprężeniowe imperfekcje technologiczne prętów.

W normowych modelach obliczeniowych projektowania konstrukcji stalowych najczęściej losowe cechy geometryczne przekroju poprzecznego prętów uwzględnia się łącznie z parametrami losowej wytrzymałości materiału.

Pozostałe niedoskonałości początkowe o charakterze geometrycznym, technologicznym, konstrukcyjnym, montażowym uwzględnia się za pomocą odpowiedniego wyspecyfikowania na przykład współczynników niestateczności (wyboczenia, zwichrzenia) lub analizy statyczno-wytrzymałościowej ustrojów z uwzględnieniem imperfekcji.

4.1 Losowe odchyłki geometryczne przekrojów poprzecznych prętów

Odchyłki geometryczne przekrojów poprzecznych prętów od wartości nominalnych są podstawowym czynnikiem generującym losowe wartości współczynnika $C(\omega)$ na losową nośność elementu.

Wymiary, sztywności i charakterystyki geometryczne elementów składowych konstrukcji budowlanych (np. wyrobów hutniczych) podawane w normach i katalogach do projektowania dotyczą tak zwanych wartości nominalnych.

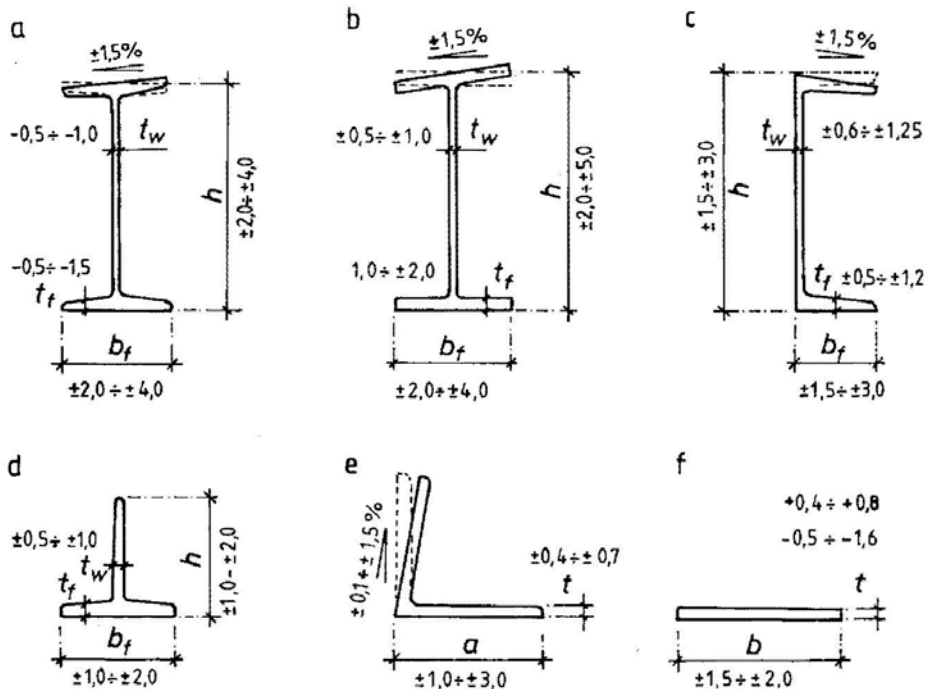
W rzeczywistości wymiary przekrojów poprzecznych prętów są obarczone losowymi odchyłkami geometrycznymi, zazwyczaj mieszczącymi się w zakresie dopuszczalnych, określonych przez warunki techniczne tolerancji wymiarowych wykonania kształtowników.

Wielkości odstępstw od parametrów nominalnych wymiarów przekrojów poprzecznych elementów stosowanych na prętowe i powierzchniowe ustroje nośne są podane w normach i nie powinny być przekraczane przez ich producentów.

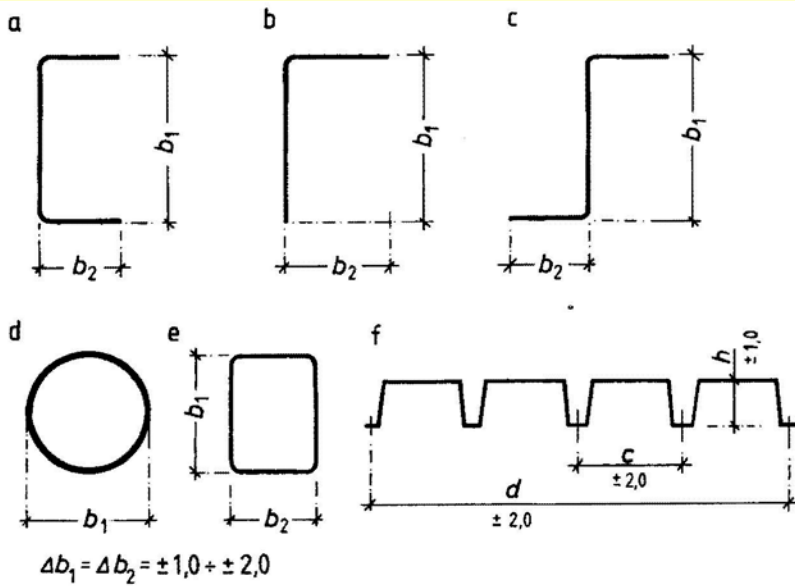
Są one elementami gwarancji jakości wyrobów hutniczych. Na rys. 4.1 pokazano tolerancje wymiarów geometrycznych przekrojów poprzecznych wyrobów walcowanych na gorąco według polskich norm hutniczych.

Normy hutnicze dopuszczają dla wyrobów walcowanych na gorąco odchyłki grubości i szerokości ścianek, brak prostopadłości elementów składowych profili, które nominalnie powinny być ortogonalne, oraz skrećenia ścianek kształtowników.

Na rys. 4.2 przedstawiono wielkości odchyłek kształtowników giętych na zimno.



Rys. 4.1. Tolerancje wymiarów geometrycznych przekrojów poprzecznych wyrobów walcowanych na gorąco według polskich norm hutniczych



Rys. 4.2. Tolerancje wymiarów geometrycznych przekrojów poprzecznych wyrobów giętych na zimno

Dopuszczane przez polskie normy hutnicze odchyłki wymiarów przekroju poprzecznego dwuteowników normalnych i równoległościennych podano w tabl. 4.3.

Tablica 4.3. Dopuszczalne tolerancje wykonania dwuteowników normalnych i równoległościennych według polskich norm hutniczych

Dwuteowniki normalne według PN-91/H-93407				
Wyróżnik oznaczenia I	Dopuszczalne odchyłki [mm]			
	h	b_f	t_w	t_f
80–140	±2,0	±1,5	±0,5	-0,5
160				±3,0
180–200		±2,0		
220	±2,5	-1,5		
240–260				
280–300	±0,6			
320			±0,7	
340–380	±3,0		±0,8	
400		±4,0	±0,9	
425	±1,0			
450–500	±4,0		±0,9	
550–600		±1,0		

**Dwuteowniki równoległościennie
według PN-91/H-93406**

Wyróżnik oznaczenia IPE	Dopuszczalne odchyłki [mm]			
	h	b_f	t_w	t_f
80–120	$\pm 2,0$	$\pm 2,0$	$\pm 0,5$	$\pm 1,0$
140–180	$+ 3,0$ $- 2,0$	$+ 3,0$ $- 2,0$	$\pm 0,75$	$\pm 1,5$
200–270	$\pm 3,0$	$+ 3,0$		
300–360		$\pm 4,0$	$\pm 1,0$	$\pm 2,0$
400				
450–500	$\pm 4,0$			
550–600	$\pm 5,0$			

Dla porównania w tabl. 4.4 podano tolerancje wymiarowe dwuteowników szeroko stopowych według wymagań zachodnioeuropejskich.

Z analizy dopuszczalnych odchyłek wymiarowych przedstawionych w tabl. 4.3 i 4.4 wynika, iż są one podobne.

Tablica 4.4. Tolerancje wymiarowe dwuteowników szerokostopowych według wymagań zachodnioeuropejskich [27]

Szerokość półki	Wysokość dwuteownika	Odchyłki				
		Szerokość pasa	Wysokość profilu	Grubość półki	Grubość środnika	Powierzchnia przekroju
mm	mm	mm	mm	mm	nm	%
160	160	± 3,0	+4,0 -2,0	± 1,5	± 1,0	± 6,0
	220		± 3,0			
220	260			± 1,5		
260	300				± 2,0	
300	400			± 1,5		
400	500				± 2,0	
500	700			± 2,0		
700	1000		± 5,0		± 2,0	

Polskie normy hutnicze dopuszczają odchyłki wykonawcze wysokości dwuteowników (2,0-5,0 mm), szerokości ich półek (1,5-4,0 mm), nieprostokątności półek do środników (do 1,5%), a także grubości ścianek profilu (0,5-2,0 mm).

Wartości tych dopuszczalnych odchyłek wykonawczych w normach hutniczych uzależniono od wysokości dwuteowników.

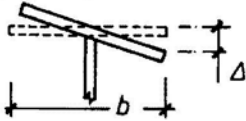
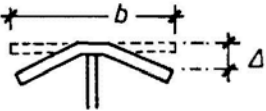
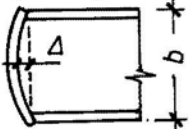
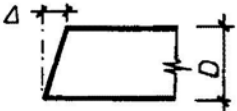
Podobnych do pokazanych na rys. 4.1 losowych odchyłek przekroju poprzecznego kształtowników należy spodziewać się w przypadku dźwigarów (słupów, belek) spawanych z blach o losowych wymiarach grubości i szerokości.

Normy dopuszczają następujące odchyłki wykonania dźwigarów spawanych z blach:

- brak prostopadłości pasów (patrz tabl. 4.5 wiersz 1),
- brak płaskości pasów (patrz tabl. 4.5 wiersz 2),
- mimośród położenia pasa względem środka $\Delta = \pm 5 \text{ mm}$,
- odchyłka wysokości h dźwigara

$$\Delta = \begin{cases} \pm 3 \text{ mm} & \text{dla } h \leq 900 \text{ mm} \\ \pm 5 \text{ mm} & \text{dla } 900 \leq h \leq 1800 \text{ mm} \\ +8 \text{ mm}; -5 \text{ mm} & \text{dla } h > 1800 \text{ mm} \end{cases}$$

Tablica 4.5. Wybrane odchyłki dopuszczalne według PN-B-06200:1997 [104]

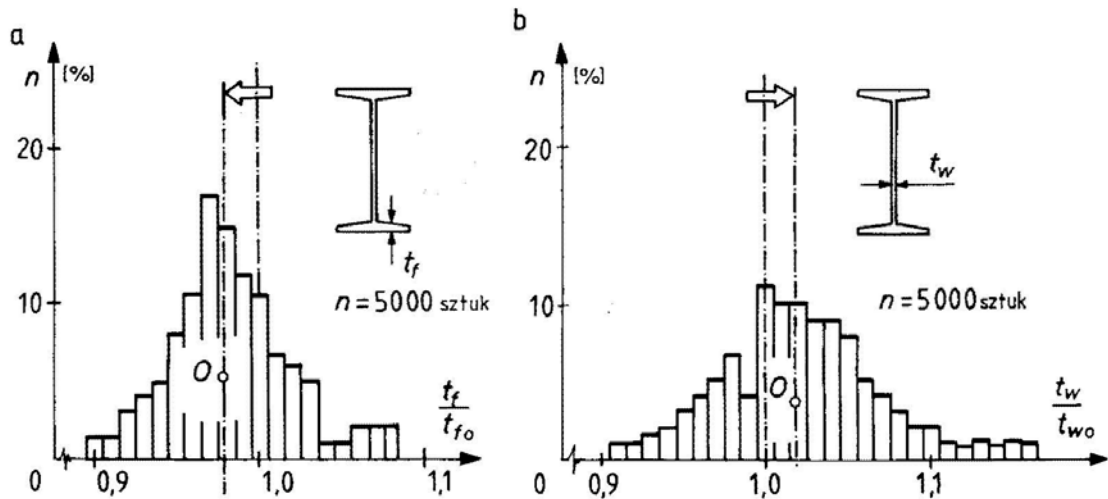
Nr	Rodzaj odchyłki	Parametr	Odchyłka dopuszczalna
1	Prostopadłość pasów 	Odchyłka od kąta prostego	Δ = większa z: (0,01b; 5 mm)
2	Płaskość pasów 	Odchyłka od płaskości	Δ = większa z: (b/150; 3 mm)
3	Deformacja blachy 	Deformacja Δ blachy	Δ = większa z: (b/150; 3 mm)
4	Prostopadłość krawędzi 	Prostopadłość do osi podłużnej: – część nieobrobiona dla podparcia dociskowego, – część obrobiona dla podparcia dociskowego	$\Delta = \pm D/300$ $\Delta = \pm D/1000$

Imperfekcje przekroju poprzecznego kształtowników walcowanych na gorąco hutniczych.

Zmiany szerokości stopek i wysokości dwuteowników, ceowników, kątowników są bardzo małe, zmiany grubości stopek i środników natomiast mogą być duże.

Na przykład stopki dwuteowników mają tendencję do pocieniania się, środniki zaś do pogrubiania się.

Zjawisko to ilustrują histogramy grubości półek i środników dwuteowników na rys. 4.3, wykonane dla populacji około 5000 sztuk badanych profili.



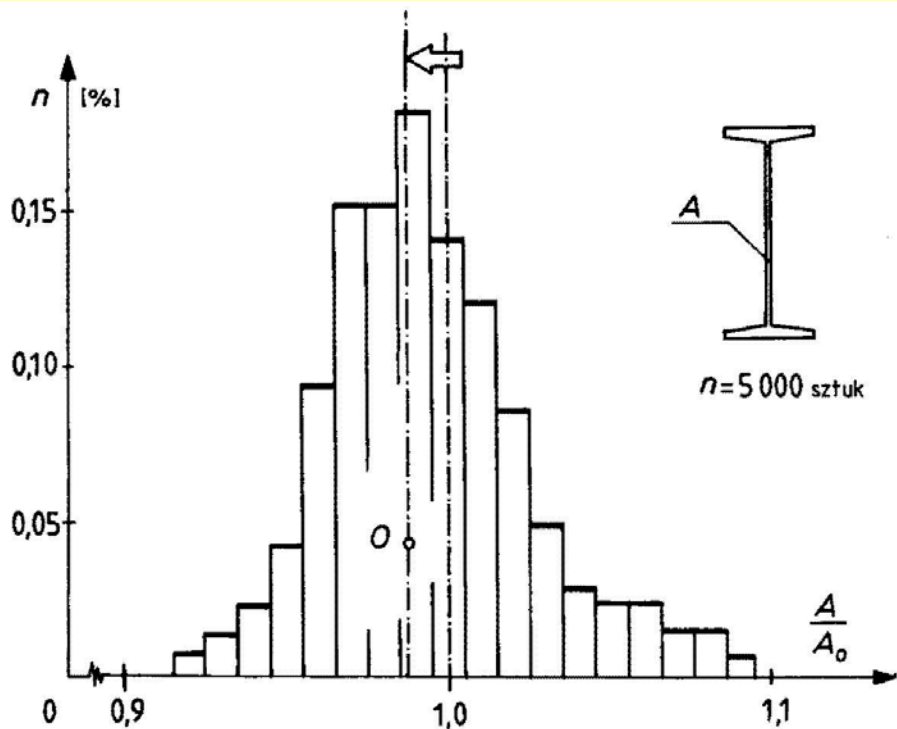
Rys. 4.3. Histogram grubości pasów (a) i grubości środników (b) dwuteowników walcowanych [1]

Środek ciężkości O histogramu grubości pasów (rys. 4.3a) jest przesunięty na lewo w stosunku do wartości odniesienia równej 1, co oznacza, iż przeciętna ich grubość była mniejsza od nominalnej.

Dla badanych grubości środników środek ciężkości histogramu O jest przesunięty na prawo w stosunku do wartości odniesienia równej 1 (rys. 4.3b), co wskazuje, iż były one grubsze w porównaniu z wymiarami nominalnymi.

W tym przypadku, w związku z pocienieniem grubości pasów, należy liczyć się ze zmniejszeniem między innymi momentu bezwładności przekroju, a co za tym idzie zmniejszeniem nośności dwuteowników na zginanie (w stosunku do nośności prętów o przekroju nominalnym).

Na rys. 4.4 pokazano histogram pola przekroju poprzecznego dwuteowników walcowanych, obliczony na podstawie wyników badań grubości półek i środników pokazanych na rys. 4.3 (populacja ponad 5000 szt.).



Rys. 4.4. Histogram pola przekroju poprzecznego dwuteowników walcowanych [1]

Środek ciężkości O histogramu pola przekroju poprzecznego jest przesunięty na lewo w stosunku do wartości odniesienia równej 1 (rys. 4.4), co oznacza, iż przeciętne ich pola powierzchni były mniejsze od nominalnych.

W związku ze zmniejszonym polem przekroju poprzecznego, należy więc liczyć się ze zmniejszoną nośnością podłużną badanych dwuteowników w stosunku do nośności prętów o przekroju nominalnym.

Histogramy pozostałych (np. $i(\omega)$, $W(\omega)$, $J(\omega)$, $W_{pl}(\omega)$) charakterystyk geometrycznych przekroju poprzecznego prętów są bardzo podobne do pokazanych na rys. 4.4.

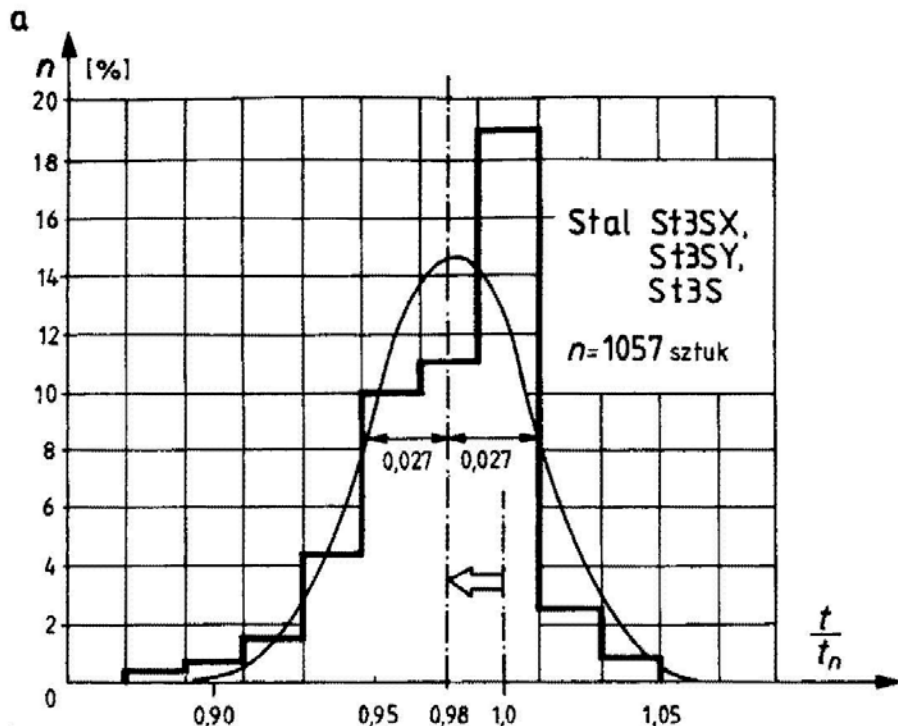
Wartości tych losowych zmian cech geometrycznych dwuteowników (zidentyfikowane doświadczalnie) są na tyle duże, iż należy je uwzględnić w szacowaniu nośności prętów.

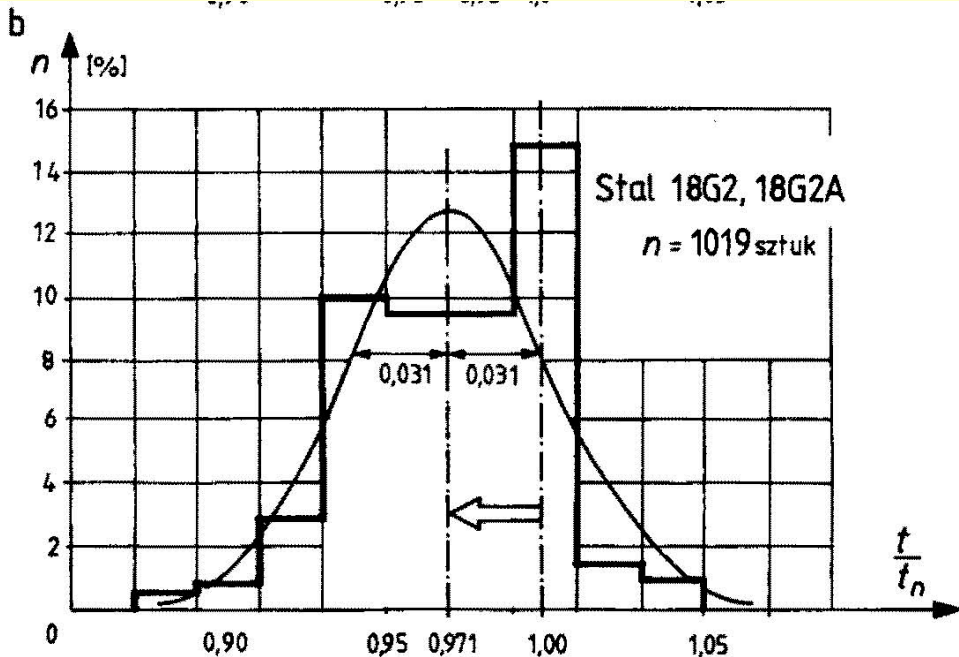
Wymiary geometryczne przekrojów poprzecznych elementów spawanych zależą przede wszystkim od losowych zmian grubości użytych blach.

W przypadku blach najczęściej stosowanych na spawane przekroje blachownicowe prętów, o grubościach 6-50 mm, odchylenia standardowe ich grubości wynoszą 0,2-0,4 mm, a współczynniki zmienności są małe i wynoszą 1-4%.

Statystyczną zmienność grubości stalowych wyrobów hutniczych stosowanych na budowlane konstrukcje metalowe szacuje się na około $v_t = 6,0\%$.

Wyniki badań grubości t blach stalowych gatunku St3 i 18G2, dla zbadanych populacji ponad 1000 szt. próbek pokazano na rys. 4.5.



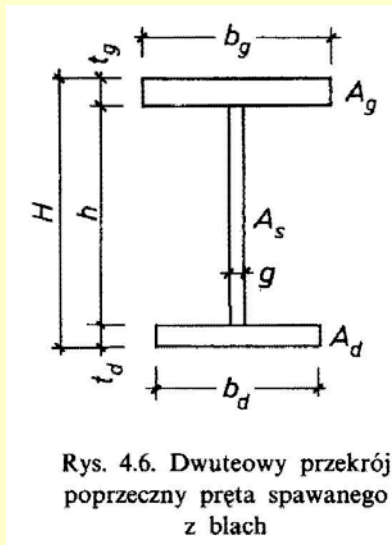


Rys. 4.5. Wyniki badań grubości t blach gatunku St3 i 18G2

Środek ciężkości O obu histogramów grubości blach jest przesunięty na lewo w stosunku do wartości odniesienia równej 1 (rys. 4.5), co oznacza, iż przeciętna ich grubość była mniejsza od nominalnej.

W przypadku prętów o przekrojach spawanych z blach stosunkowo nieduże współczynniki zmienności grubości blach użytych na pasy i środniki mogą mieć duży wpływ na ich losowe charakterystyki geometryczne przekrojów poprzecznych .

Analizowane będą niektóre charakterystyki geometryczne pręta dwuteowego o przekroju poprzecznym spawanym z blach pokazanym na rys. 4.6.



Rys. 4.6. Dwuteowy przekrój poprzeczny pręta spawanego z blach

Założono, iż wymiary blach, z których są zbudowane, są losowe i mogą być opisane rozkładem normalnym.

Losowe pola przekrojów poszczególnych blach $A_i(\omega)$, z których zbudowany będzie pręt dwuteowy (rys. 4.6), wynoszą

$$A_g(\omega) = b_g(\omega)t_g(\omega) \quad (1)$$

$$A_s(\omega) = h_s(\omega)g(\omega) \quad (2)$$

$$A_d(\omega) = b_d(\omega)t_d(\omega) \quad (3)$$

Wartości średnie oraz odchylenia standardowe przekrojów poprzecznych pól blach wynoszą

$$\bar{A}_g = \bar{b}_g \bar{t}_g \quad (4)$$

$$\bar{A}_s = \bar{h}_s \bar{g} \quad (5)$$

$$\bar{A}_d = \bar{b}_d \bar{t}_d \quad (6)$$

$$s_{A_g} = \sqrt{s_{b_g}^2 + s_{t_g}^2} \quad (7)$$

$$s_{A_s} = \sqrt{s_h^2 + s_g^2} \quad (8)$$

$$s_{A_d} = \sqrt{s_{b_d}^2 + s_{t_d}^2} \quad (9)$$

gdzie:

$\bar{b}_g, \bar{h}, \bar{b}_d, \bar{t}_g, \bar{g}, \bar{t}_d$ – wartości średnie szerokości i grubości blach,

$s_{b_g}, s_h, s_{b_d}, s_{t_g}, s_g, s_{t_d}$ – odchylenia standardowe szerokości i grubości blach.

Losowe pole przekroju poprzecznego pręta dwuteowego wynosi

$$A(\omega) = A_g(\omega) + A_s(\omega) + A_d(\omega) \quad (10)$$

Wartość średnia oraz odchylenie standardowe dwuteowego przekroju poprzecznego pręta (rys. 4.6) wynoszą

$$\bar{A} = \bar{A}_g + \bar{A}_s + \bar{A}_d \quad (11)$$

$$s_A = \sqrt{s_{A_g}^2 + s_{A_s}^2 + s_{A_d}^2} \quad (12)$$

Jeśli średnie pola przekrojów poprzecznych pasów są sobie równe i wynoszą \bar{A}_p , to pole przekroju dwuteowego pręta opisuje zależność

$$\bar{A} = 2\bar{A}_p + \bar{A}_s \quad (13)$$

Odchylenie standardowe pola przekroju poprzecznego wynosi wówczas

– dla nieskorelowanych pól przekrojów poprzecznych pasów
($\rho_{A_g, A_p} = 0$)

$$s_A = \sqrt{2s_{A_g}^2 + s_{A_s}^2} \quad (14)$$

– dla skorelowanych pól przekrojów poprzecznych pasów
($\rho_{A_g, A_p} = 1$)

$$s_A = \sqrt{4s_{A_g}^2 + s_{A_s}^2} \quad (15)$$

gdzie S_{A_p} oznacza odchylenie standardowe pola powierzchni pasów. Obliczenia losowych charakterystyk geometrycznych przekrojów poprzecznych prętów można również wykonać z wykorzystaniem elektronicznych maszyn cyfrowych.

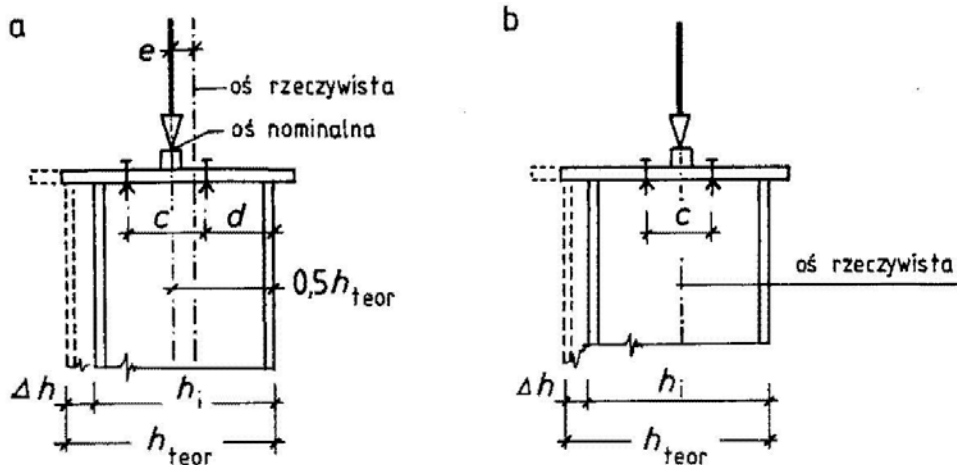
Odchyłki wymiarowe geometrii wyrobów hutniczych mają również niepożądane reperkusje wytrzymałościowe i montażowe w przypadku nieuwzględnienia ich w sporządzaniu rysunków.

Pomijanie w teorii projektowania i rysowania konstrukcji metalowych losowych wymiarów geometrycznych elementów oraz losowych odchyłek wymiarowych, powstających w trakcie wykonawstwa (tzn. trasowania, cięcia, nawiercania) oraz w trakcie łączenia za pomocą spoin, śrub, zgrzewania, jest często spotykanym błędem grafiki inżynierskiej.

Błąd ten jest często przyczyną zmniejszenia jakości i nośności konstrukcji.

Znanych jest wiele przykładów awarii spowodowanych niewłaściwą prezentacją graficzną konstrukcji przez projektanta na rysunkach budowlanych.

Zagadnienie analizowane będzie na przykładzie głowicy słupa o przekroju dwuteowym, na który należy przekazać ściskające obciążenie osiowe za pośrednictwem elementu centrującego (patrz rys. 4.9a).



Rys. 4.9. Błędne (a) i poprawne (b) wymiarowanie geometryczne głowicy słupa

Żądanie dotrzymania przez wykonawcę usytuowania elementu centrującego w odległości połowy wysokości teoretycznej walcowanego lub spawanego przekroju dwuteowego, obciążonego odchyłką Δh , spowoduje nieosiowe przekazanie obciążenia i w konsekwencji zmniejszenie nośności słupa (gdyż słup będzie wówczas zginany mimośrodowo).

Inną reperkusją zaistniałej sytuacji będą nie tylko kłopoty montażowe, gdyż otwory na śruby do połączenia słupa z belką będą przesunięte względem położenia teoretycznego.

Zmieni się również schemat statyczny konstrukcji, gdyż w wyidealizowanym modelu obliczeniowym nie zakładano odchyłek montażowych.