

**Wykłady opracowano na podstawie książek:**

**Antoni Biegus**

**Probabilistyczna analiza konstrukcji**

**PWN 1999**

**Szczepan Woliński, Krystyna Wróbel**

**Niezawodność konstrukcji budowlanych**

**Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej**

**2001**

## 5.3. Minimalne krytyczne zbiory elementów stowarzyszone z mechanizmami zniszczenia konstrukcji

Analiza ustroju w stanie granicznym nośności konstrukcji prętowych polega na badaniu stanu związanego z jego transformacją w mechanizm (zmianą w łańcuch kinematyczny).

Mechanizmy zniszczenia konstrukcji prętowych wyznacza się na podstawie analizy ich schematu statycznego, tj. geometrii systemu, zidentyfikowanych modeli połączeń prętów w węzłach i podporach oraz obciążeń oddziałujących na ustrój.

**W prętowej konstrukcji można wyróżnić elementy lub przekroje, których wyczerpanie nośności może docelowo doprowadzić do geometrycznej zmienności badanego ustroju nazwane elementami sprawczymi (krytycznymi), ustala się na podstawie wstępnej analizy statycznej konstrukcji.**

Są to zazwyczaj przekroje maksymalnie wyęzione.

Pręty ściskane należy poddawać odrębnej analizie.

Nośności graniczne elementów sprawczych konstrukcji są funkcjami losowymi  $N(\omega)$ .

Generalnie elementami sprawczymi są części konstrukcji (przekrój, węzeł, styk, pręt), o losowych nośnościach, których niezawodność można badać niezależnie.

Konstrukcję w sensie probabilistycznym traktuje się jako zbiór elementów sprawczych o losowych właściwościach.

Badania transformacji układu z bezpiecznego w mechanizm mają na celu ustalenie **kinematycznie dopuszczalnego mechanizmu zniszczenia** KDMZ ustroju.

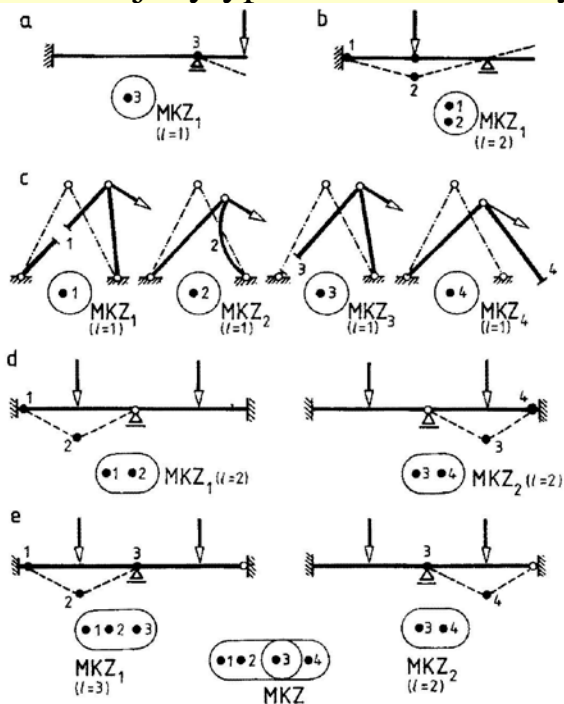
Każdemu kinematycznie dopuszczalnemu mechanizmowi zniszczenia konstrukcji można przyporządkować **minimalny krytyczny zbiór elementów sprawczych MKZ**.

Minimalny krytyczny zbiór to taki, w którym, jeśli choć jeden element sprawczy jest sprawny, to cały zbiór jest sprawny (konstrukcja jest zdolna przenosić działające na nią obciążenie).

**Wyczerpanie nośności wszystkich elementów sprawczych wchodzących w skład MKZ sprawia, iż konstrukcja przekształca się w ustrój geometrycznie zmienny.**

Zagadnienie identyfikacji mechanizmów zniszczenia konstrukcji stowarzyszonych z minimalnymi krytycznymi zbiorami będzie analizowane na przykładach ustrojów nośnych przedstawionych na rys. 5.11.

Na rys. 5.11a i b pokazano schemat belki (statycznie niewyznaczalnej), w której wytypowano 3 elementy sprawcze.



Rys. 5.11. Identyfikacja mechanizmów zniszczenia konstrukcji stowarzyszonych z minimalnymi krytycznymi zbiorami

Jeśli obciążenie będzie przyłożone na końcu wspornikowej części belki (rys. 5.11a), to mechanizm jej zniszczenia polega na uplastycznieniu się tylko jednego przekroju (występuje jeden element sprawczy).

Dla takiego schematu obciążenia belki występuje tylko jeden kinematycznie dopuszczalny mechanizm zniszczenia (1 KDMZ), któremu przyporządkowano jeden minimalny krytyczny zbiór (MKZ<sub>1</sub>), o liczebności elementów sprawczych  $l=1$ .

W przypadku zmiany schematu obciążenia belki (**rys. 5.11b**) w badanej konstrukcji można wytypować dwa elementy sprawcze (uplastycznione przekroje 1 i 2) i jednemu kinematycznie dopuszczalnemu mechanizmowi zniszczenia ustroju (1 KDMZ), odpowiada jeden minimalny krytyczny zbiór (MKZ<sub>1</sub>), o liczebności elementów sprawczych  $l=2$ .

**Dla ustroju pokazanego na rys. 5.11c** założono, iż elementami sprawczymi mogą być pręty: rozciągany (1) i ściskany (2) oraz połączenia z podporami (3, 4).

W tej konstrukcji występują 4 elementy sprawcze, a warunkiem wystąpienia mechanizmu zniszczenia ustroju jest wyczerpanie nośności dowolnego tylko 1 elementu sprawczego.

W rozważanej konstrukcji mogą wystąpić cztery kinematycznie dopuszczalne mechanizmy zniszczenia (4 KDMZ), którym odpowiadają cztery minimalne krytyczne zbiory ( $MKZ_1$ ,  $MKZ_2$ ,  $MKZ_3$ ,  $MKZ_4$ ), każdy o liczebności elementów sprawczych  $l = 1$ .

**Na rys. 5.11d pokazano schemat belki**, w której również wyróżniono cztery elementy sprawcze (przeguby plastyczne), lecz mogą w tym przypadku wystąpić tylko dwa kinematycznie dopuszczalne mechanizmy zniszczenia (2 KDMZ).

Belkę tę można scharakteryzować dwoma minimalnymi krytycznymi zbiorami elementów sprawczych:  $MKZ_1$  i  $MKZ_2$ , o jednakowej liczebności elementów sprawczych  $l = 2$ .

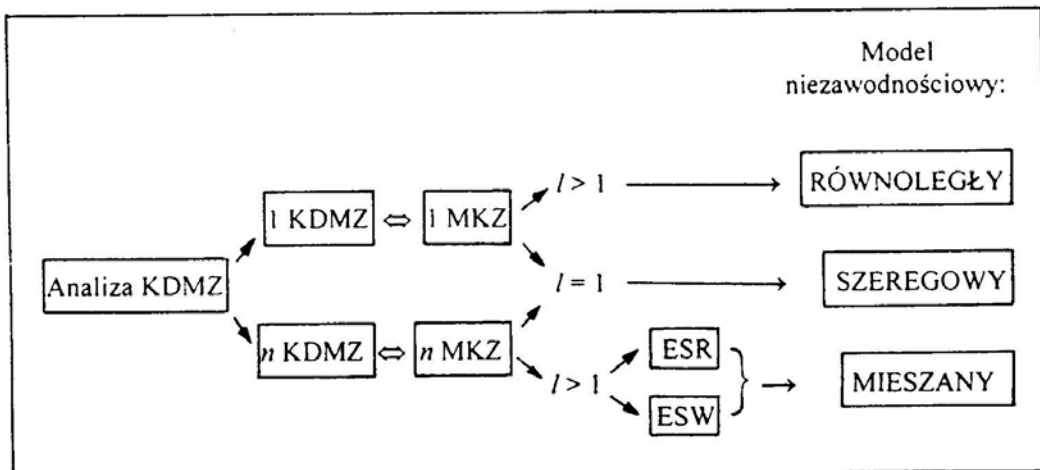
Dwóm kinematycznie dopuszczalnym mechanizmom zniszczenia (2 KDMZ) belki na rys. **5.11e**, należy przyporządkować dwa minimalne krytyczne zbiory elementów sprawczych:  $MKZ_1$ ,  $MKZ_2$ .

Jednak w tym przypadku minimalne krytyczne zbiory elementów sprawczych są o różnej liczebności:  $MKZ_1 - l = 3$ ,  $MKZ_2 - l = 2$ .

Ponadto element sprawczy (3), tzn. przegub plastyczny nad podporą środkową belki, jest wspólnym elementem  $MKZ_1$  i  $MKZ_2$ .



Na rys. 5.12 pokazano schemat podziału prętowych konstrukcji pod względem rodzajów minimalnych krytycznych zbiorów ich liczby oraz liczebności elementów sprawczych w MKZ i wzajemnego sprzężenia elementów sprawczych w ustroju.



Rys. 5.12. Identyfikacja modeli niezawodnościowych konstrukcji prętowych

KDMZ - kinematycznie dopuszczalnego mechanizmu zniszczenia  
 MKZ - minimalny krytyczny zbiór elementów sprawczych

Analiza konstrukcji według schematu blokowego pokazanego na rys. 5.12 umożliwia identyfikację typu modelu niezawodności ustroju prętowego.

Uzeregowanie istotności elementów sprawczych w prętowym systemie konstrukcyjnym (ich znaczenia i oddziaływania na nośność graniczną ustroju) uzyskuje się, przyporządkowując im wagi, które definiuje się jako stosunek siły wewnętrznej w tym elemencie do obciążenia zewnętrznego ustroju.

## 5.4. Dyskretne modele niezawodności konstrukcji

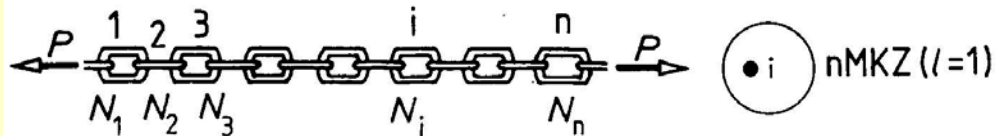
W celu identyfikacji modelu niezawodnościowego konstrukcji prętowej należy analizować jej budowę strukturalną, tj. sprzężenie (wzajemne relacje) elementów sprawczych w systemie nośnym.

**W teorii niezawodności konstrukcji wyróżnia się trzy modele sprzężeń elementów: szeregowy, równoległy i mieszany.**

Mianem konstrukcji szeregowo złożonych z elementów sprawczych określa się układ, który ulega awarii wówczas, gdy choć jeden element sprawczy tej konstrukcji zostanie zniszczony.

**Schemat ideowy niezawodności takiej konstrukcji przedstawia model rozciąganego łańcucha, składającego się z  $n$  ogniw, pokazany na rys. 5.13.**

Wyczerpanie nośności dowolnego jednego  $i$ -tego ogniwa łańcucha o nośności granicznej  $N_i$  sprawia, iż urządzenie przestaje spełniać swą funkcję konstrukcyjną.



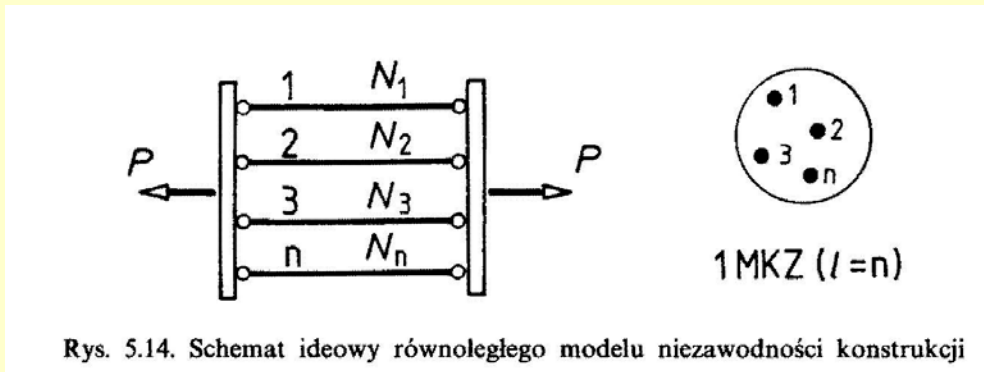
Rys. 5.13. Schemat ideowy szeregowego modelu niezawodności konstrukcji

Są to więc konstrukcje, w których nośność graniczną systemu wyznacza najsłabsze ogniwo (dla łańcucha prostego pokazanego na rys. 5.13, przyjęto jednakowe wagi elementów sprawczych  $l$ ).

Liczebność minimalnego krytycznego zbioru  $l$ , konstrukcji składającej się z  $n$  elementów sprawczych połączonych szeregowo wynosi  $l = 1$ , liczba minimalnych krytycznych zbiorów zaś jest równa liczbie elementów sprawczych  $n$ .

**Mianem konstrukcji równoległe złożonej z elementów określa się układ, który ulega awarii tylko wtedy, gdy zostanie wyczerpana nośność wszystkich jego elementów sprawczych, wchodzących w skład minimalnego krytycznego zbioru.**

Schemat ideowy takiego modelu niezawodnościowego ustroju jest przedstawiany w postaci wiązki  $n$  prętów równoległe rozciąganych (rys. 5.14).



Rys. 5.14. Schemat ideowy równoległego modelu niezawodności konstrukcji

W tym przypadku, aby konstrukcja zmieniła się w mechanizm, zniszczeniu muszą ulec wszystkie rozciągane pręty.

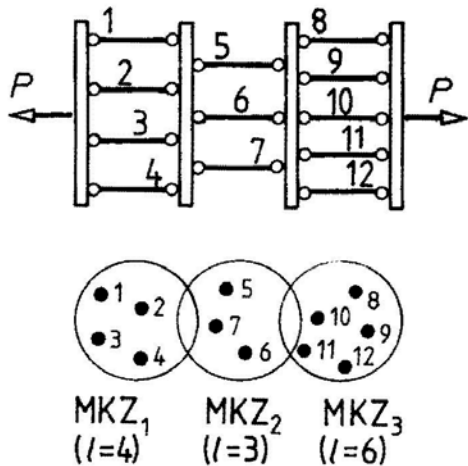
W skład minimalnego krytycznego zbioru konstrukcji o równoległym modelu niezawodnościowym wchodzi  $l > 1$  elementów sprawczych.

Dla konstrukcji o takim modelu niezawodnościowym występuje jeden minimalny krytyczny zbiór elementów sprawczych (1 MKZ), a jego liczebność  $l$  jest równa liczbie  $n$  wytypowanych w ustroju elementów sprawczych  $l = n$ .

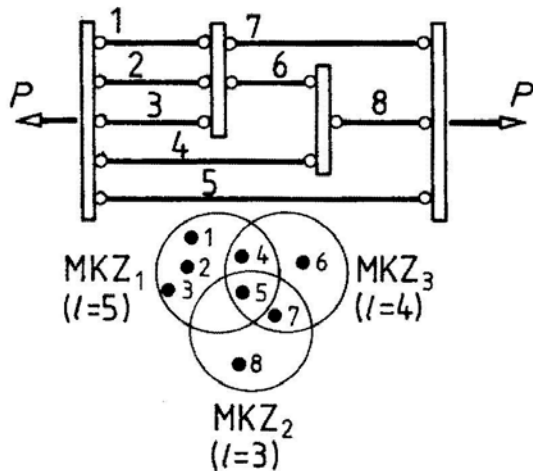
Cechą wyróżniającą losową nośność konstrukcji zbudowanej z elementów sprawczych (wykonanych z materiału sprężysto-plastycznego), połączonych równoległe z punktu widzenia teorii niezawodności jest wagowe sumowanie się nośności granicznej elementów sprawczych.

**Mieszane modele niezawodnościowe** stanowią kombinację dwóch podstawowych modeli, to jest szeregowego i równoległego.

Schematy ideowe modeli niezawodnościowych takich systemów konstrukcyjnych pokazano na rys. 5.15 i na rys. 5.16.



Rys. 5.15. Schemat ideowy szeregowego sprzężenia zbiorów o równoległych połączeniach elementów sprawczych



Rys. 5.16. Schemat ideowy sprzężenia zbiorów o równoległych połączeniach elementów sprawczych z elementami wspólnymi

Na rys. 5.15 pokazano szeregowe sprzężenie zbiorów o równoległych połączeniach elementów sprawczych. W tym przypadku minimalne krytyczne zbiory  $MKZ_j$ , o liczebnościach elementów sprawczych  $l_j > 1$  (o równoległym modelu niezawodnościowym), są  $i$ -tymi ogniwami szeregowego modelu globalnego.

Na rys. 5.16 pokazano model niezawodnościowy konstrukcji o równoległym, wiązanym sprzężeniu elementów sprawczych. W konstrukcjach o takim mieszanym modelu niezawodnościowym występują elementy sprawcze ustroju, które są wspólne dla wielu minimalnych krytycznych zbiorów.

W celu identyfikacji typu modelu niezawodnościowego konstrukcji (rys. 5.12) należy wytypować jej elementy sprawcze, a następnie określić kinematycznie dopuszczalne mechanizmy zniszczenia badanego ustroju.



Przyporządkowanie kinematycznie dopuszczalnym mechanizmom zniszczenia konstrukcji minimalnych krytycznych zbiorów, analiza ilości MKZ-tów i ilości oraz powiązań elementów sprawczych w systemie umożliwia określenie modelu niezawodnościowego badanego ustroju.

Typ połączeń elementów sprawczych w systemie (schemat budowy strukturalnej konstrukcji) będzie się wyznaczać na podstawie związków występujących między losowym obciążeniem a losowym stanem granicznym elementów.

Na tej podstawie można podzielić układy konstrukcyjne na systemy:

1) złożone z  $n$  elementów sprawczych połączonych szeregowo – w konstrukcji występuje tyle kinematycznie dopuszczalnych mechanizmów zniszczenia, ile jest elementów w systemie ( $n$  MKZ), a liczebność każdego minimalnego krytycznego zbioru  $l = 1$ ;

2) złożone z  $l > 1$  elementów sprawczych połączonych równoległe – w konstrukcji występuje tylko jeden kinematycznie dopuszczalny mechanizm zniszczenia ustroju jeden minimalny krytyczny zbiór elementów sprawczych: 1 MKZ), a liczebność minimalnego krytycznego zbioru wynosi  $l > 1$ ;

3) złożone szeregowo z wielu minimalnych krytycznych zbiorów o liczebnościach różnych od jedności (schemat ideowy takich konstrukcji pokazano na rys. 5.15);

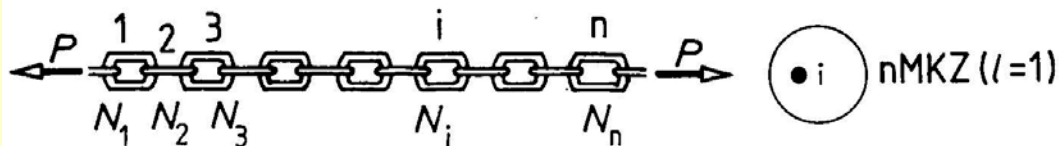
4) złożone z wielu minimalnych krytycznych zbiorów elementów sprawczych, o liczebnościach zbiorów  $l > 1$ , przy czym niektóre z tych elementów sprawczych mogą być wspólne dla wielu MKZ-tów (ideowy schemat niezawodnościowy takich systemów na rys. 5.16).

## 5.5. Modele konstrukcji o szeregowo połączonych elementach sprawczych

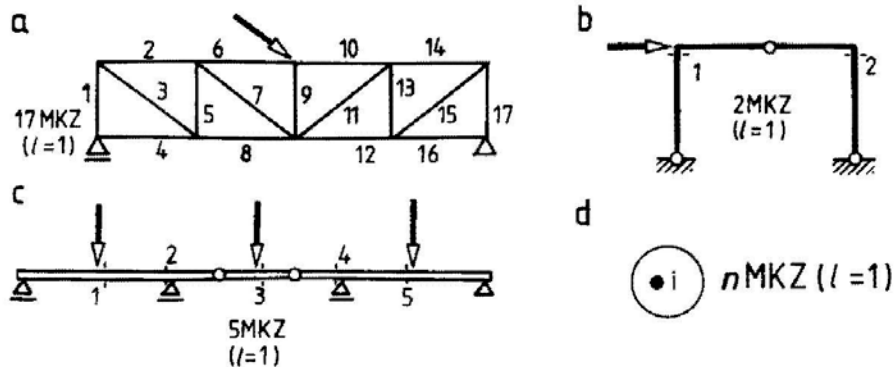
Wszystkie konstrukcje statycznie wyznaczalne charakteryzują się tym, że ulegają awarii wówczas, gdy zostanie zniszczony choć jeden element tego ustroju.

Znaczy to, że najsłabszy element konstrukcyjny w systemie (przekrój elementu, połączenie, pręt itp.) decyduje o bezpieczeństwie takiego ustroju i przekroczenie nośności najsłabszego elementu sprawczego powoduje awarię całego ustroju konstrukcyjnego.

Ideowym schematem niezawodnościowym takich systemów jest rozciągany łańcuch (rys. 5.13), przykłady zaś schematów konstrukcji o takim modelu pokazano na rys. 5.17.



Rys. 5.13. Schemat ideowy szeregowego modelu niezawodności konstrukcji



Rys. 5.17. Przykłady schematów konstrukcji o szeregowym modelu niezawodnościowym

Na rys. 5.13 przedstawiono rozciągany łańcuch złożony z  $n$  ogniw wykonanych z materiału sprężysto-plastycznego, o modelu Prandtla, połączonych szeregowo.

Elementami sprawczymi w tym ustroju są uplastycznione w stanie granicznym ogniwa badanego łańcucha.

Uplastycznienie któregośkolwiek z ogniw rozciąganego łańcucha sprawia, iż powstałe duże odkształcenie ustroju ogranicza jego nośność.

Na rys. 5.17a pokazano kratownicę statycznie wyznaczalną, obciążoną w węzłach.

Przyjęto, iż elementami sprawczymi tej konstrukcji są pręty ściskane bądź rozciągane.

W przypadku wyboczenia choć jednego pręta ściskanego lub uplastycznienia jednego z prętów rozciąganych, ustrój przekształca się w mechanizm (staje się geometrycznie zmienny).

Na rys. 5.17b pokazano przykład ramy statycznie wyznaczalnej, w której wystąpienie dodatkowego przegubu sprawia, iż zmienia się ona w ustrój geometrycznie zmienny.

Na rys. 5.17c pokazano schemat statycznie wyznaczalnej belki wieloprzęsłowej z przegubami, obciążonej poprzecznie. Elementami sprawczymi ustroju są przekroje krytyczne zginanej belki. Powstanie w dowolnym przekroju krytycznym belki dodatkowego przegubu plastycznego sprawia, iż ustrój zmienia się w konstrukcję geometrycznie zmienną.

Liczebność minimalnego krytycznego zbioru (MKZ) ustroju jest równa:  $l= 1$ , liczba MKZ zaś jest równa liczbie elementów sprawczych  $n$  (rys. 5.17d).

Szeregowy model niezawodnościowy ustroju należy przyporządkować konstrukcjom statycznie wyznaczalnym.

**W konstrukcjach o szeregowym modelu niezawodnościowym, o losowej nośności granicznej systemu  $N(\omega)$ , decyduje wagowa  $a_i N_i(\omega)$  nośność najsłabszego elementu sprawczego ustroju.**

Losowa nośność graniczna  $N(\omega)$  konstrukcji szeregowo złożonej z elementów sprawczych wynosi

$$N(\omega) = \min_{i=1}^n a_i N_i(\omega) \quad (1)$$

gdzie:

$N_i(\omega)$  – losowa nośność graniczna  $i$ -tego elementu sprawczego konstrukcji,

$a_i$  – waga  $i$ -tego elementu sprawczego konstrukcji,

$n$  – liczba elementów sprawczych konstrukcji.

Tak zdefiniowana losowa nośność graniczna systemu konstrukcyjnego sprowadza się do koncepcji najsłabszego ogniwa w łańcuchu niezawodnościowym.

Awaria ustroju jest generowana przez element sprawczy, w którym stosunek losowego obciążenia do jego losowej nośności granicznej jest największy.

Bezpieczeństwo konstrukcji szeregowo złożonej z elementów sprawczych można oszacować na podstawie znanych rozkładów nośności granicznej  $N_i$  elementów oraz znanych rozkładów obciążeń  $X_i$  poszczególnych elementów ustroju.

Należy tu wyjaśnić, iż **dla modelu ideowego rozciąganego łańcucha** (rys. 5.13) **siły w ogniwach są takie same** (wagi elementów sprawczych  $a_i = 1$ ), w przypadku zaś **konstrukcji statycznie wyznaczalnych**, o schematach pokazanych na rys. 5.17a - c, **siły wewnętrzne  $X_j$  w poszczególnych elementach sprawczych są różne, co sprawia, iż ich wagi  $a_i$  są różne.**



W deterministycznym sensie ogniwa łańcucha jako elementy sprawcze ustroju mają tę samą nośność, nośności zaś prętów np. kratownicy są zazwyczaj zróżnicowane.

W analizie probabilistycznej bezpieczeństwa konstrukcji, której przyporządkowano szeregowy model niezawodnościowy ustroju, bada się bezpieczeństwo elementów sprawczych, o losowych nośnościach  $N_i(\omega)$ , w których wystąpią losowe siły wewnętrzne  $X_i(\omega)$ .

Przez obciążenie  $X_i$  elementów sprawczych konstrukcji należy rozumieć siły wewnętrzne w poszczególnych elementach ustroju, wywołane zbiorem obciążeń zewnętrznych.

Prawdopodobieństwo niezniszczenia  $i$ -tego elementu sprawczego konstrukcji

$$p_i = \Pr\{N_i > X_i\} \quad (2)$$

nazywa się bezpieczeństwem elementu sprawczego.

Bezpieczeństwo ustroju rozumiane jako prawdopodobieństwo niezniszczenia ani jednego elementu sprawczego konstrukcji, szeregowo złożonej z elementów, wynosi

$$R = \prod_{i=1}^n p_i \quad (3)$$

gdzie:

$n$  – liczba elementów sprawczych w konstrukcji,

$p_i$  – bezpieczeństwo  $i$ -tego elementu sprawczego.

W zadaniach praktycznych często występuje zagadnienie wyznaczenia tak zwanej obliczeniowej nośności granicznej elementu sprawczego lub konstrukcji.

Nośności te będzie się mierzyć obciążeniem elementu sprawczego lub konstrukcji na złożonym poziomie istotności.

**Obliczeniową nośność graniczną**  $N_{0i}$  elementu sprawczego lub konstrukcji dla argumentu rozkładu  $t$  wyznacza się jako kwantyl ze wzoru

$$N_{0i} = \bar{N}_i - t s_{Ni} \quad (4)$$

gdzie:

$\bar{N}_i$  – oczekiwana nośność  $i$ -tego elementu sprawczego lub konstrukcji,

$s_{Ni}$  – odchylenie standardowe nośności  $i$ -tego elementu sprawczego lub konstrukcji

Argument rozkładu  $t$  można wyznaczyć ze wzoru

$$t = \frac{\bar{N}_i - N_{0i}}{s_{Ni}} \quad (5)$$

Obliczeniową nośność graniczną konstrukcji, o szeregowo połączonych elementach sprawczych, na założonym poziomie istotności szacuje się, poszukując takiego obciążenia  $N_0$ , dla którego bezpieczeństwo  $R$  konstrukcji będzie równe założonemu bezpieczeństwu  $R_0$  (np.  $R_0 = 0,99865$ ). Należy zatem rozwiązać równanie

$$R_0 = \prod_{i=1}^n p_i \quad (6)$$

Równanie rozwiązuje się metodą prób: przykłada się do konstrukcji obciążenie  $X$  i wyznacza uogólnione siły wewnętrzne  $X_i$  w elementach.

Następnie szacuje się bezpieczeństwo częściowe elementów sprawczych  $p_i = \Pr \{N_i > X_i\}$  i sprawdza równanie (6).

Obciążenie badanego ustroju  $X$ , które spełni równanie (6), oznacza się przez  $N_0$  i nazywa się obliczeniową nośnością graniczną konstrukcji na założonym poziomie istotności (prognozowane bezpieczeństwo tego ustroju wynosi  $R_0$ ).

Bezpieczeństwo konstrukcji szeregowo złożonej z elementów sprawczych, rozumiane jako prawdopodobieństwo niewystąpienia zniszczenia ani jednego elementu konstrukcji, gdy działa na nią obciążenie  $X$ , wyznacza się ze wzoru (4).

Obciążenie  $X$  przekazywane na konstrukcję może być losowe i wywołuje losowe siły wewnętrzne  $X_i(\omega)$  w elementach sprawczych  $i = 1, 2, \dots$

Nośności elementów sprawczych są również losowe  $N(\omega)$ .

Losowy zapas nośności  $Z_i(\omega)$  elementu sprawczego, o losowej nośności  $N_i(\omega)$ , pod losowym obciążeniem  $X_i(\omega)$  wynosi

$$Z_i(\omega) = N_i(\omega) - X_i(\omega) \quad (7)$$

Wartość średnią  $\bar{Z}_i$  i odchylenie standardowe  $S_{Zi}$  losowego zapasu nośności elementu sprawczego oblicza się ze wzorów

$$\bar{Z}_i = \bar{N}_i - \bar{X}_i \quad (8)$$

$$s_{Zi} = \sqrt{s_{Ni}^2 + s_{Xi}^2} \quad (9)$$

Indeks niezawodności  $t_i$  elementu sprawczego  $i$ , o parametrach nośności granicznej  $\bar{N}_i$ ,  $S_{Ni}$  oraz obciążenia  $\bar{X}_i$ ,  $S_{Xi}$  wynosi

$$t_i = \frac{\bar{N}_i - \bar{X}_i}{\sqrt{s_{Ni}^2 + s_{Xi}^2}} \quad (10)$$

Z tablic rozkładu normalnego dla argumentu  $t$ ; można odczytać poszukiwane bezpieczeństwo elementu sprawczego  $R_i = P_i(t_i)$ .

**Z interpretacji wzoru (3) wynika, że wraz ze wzrostem liczby elementów sprawczych w ustroju maleje bezpieczeństwo konstrukcji o rozważanym modelu niezawodnościowym.**

Na przykład, gdy bezpieczeństwo jednego elementu sprawczego wynosi  $R_1 = p_1 = 0,9$ , wówczas bezpieczeństwo konstrukcji złożonej z 3 takich samych elementów sprawczych wynosi  $R_3 = 0,9^3 = 0,729$ .

Cechą charakterystyczną, a zarazem bardzo ważną, systemów o elementach sprawczych połączonych szeregowo z punktu widzenia teorii niezawodności jest statystyczne osłabienie konstrukcji.

**Sens fizyczny statystycznego osłabienia konstrukcji tkwi w tym, iż ze wzrostem liczby elementów sprawczych w ustroju prawdopodobieństwo wystąpienia słabszego niż przeciętne elementu sprawczego lub losowo większego obciążenia w tym elemencie wzrasta.**

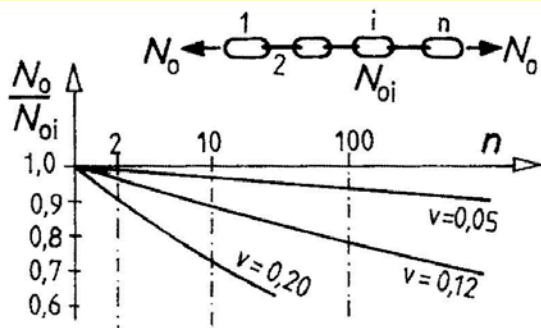
Im więcej występuje minimalnych zbiorów krytycznych, tym większy jest efekt statystycznego osłabienia konstrukcji).

W tym też sensie statystyczne osłabienie takich konstrukcji jest tym większe, im więcej jest elementów szeregowo połączonych w systemie.

Na rysunku 5.18 pokazano zmianę parametrów bezpieczeństwa konstrukcji o szeregowym modelu niezawodnościowym, mierzonych stosunkiem kwantyla nośności systemu konstrukcyjnego  $N_0$  do kwantyla nośności pojedynczego elementu sprawczego  $N_{0i}$  w funkcji liczby elementów sprawczych  $n$  w konstrukcji, dla współczynnika zmienności  $v_i = 0,05; 0,12; 0,20$ .

Na rysunku 5.18 zastosowano logarytmiczną skalę  $n$ , a parametry  $N_0$  i  $N_{0i}$  wyznaczono dla identycznych poziomów bezpieczeństwa  $P(t_0)$ .





Rys. 5.18. Zmiana parametrów bezpieczeństwa konstrukcji, o szeregowym modelu niezawodnościowym, w funkcji liczby jej elementów sprawczych

## Przykład 5.1

Dany jest łańcuch złożony z 10 ogniw, wykonany z płaskownika stalowego, o parametrach nośności średniej  $\bar{N}_i = 18,0$  kN i odchyleniu standardowym  $S_{Ni} = 1,21$  kN.

Należy wyznaczyć:

- obliczeniową nośność graniczną ogniwa dla  $p_i(t) = p(3)$ ; ( $R_i = 0,99865$ );
- bezpieczeństwo łańcucha rozciąganego siłą o parametrach obciążenia średniego  $\bar{X} = 12$  kN i odchyleniu standardowym obciążenia  $S_x = 1,2$  kN;
- obliczeniową nośność graniczną łańcucha dla bezpieczeństwa  $R = 0,99865$ .

Obliczeniowa nośność graniczna pojedynczego ogniwa łańcucha dla prognozowanego bezpieczeństwa  $R_i = 0,99865$  wynosi

$$N_{0i} = \bar{N}_i - ts_{Ni} = 18,0 - 3 \cdot 1,21 = 14,37 \text{ kN}$$

Zapas nośności i indeks niezawodności pojedynczego ogniwa łańcucha obciążonego siłą wewnętrzną o parametrach  $\bar{X} = 12 \text{ kN}$ ,  $S_x = 1,2 \text{ kN}$  wynosi

$$\bar{Z} = \bar{N}_i - \bar{X} = 18,0 - 12,0 = 6,0 \text{ kN}$$

$$t = \frac{\bar{N}_i - \bar{X}_i}{\sqrt{s_{Ni}^2 + s_{Xi}^2}} = \frac{18,0 - 12,0}{\sqrt{1,21^2 + 1,2^2}} = \frac{6,0}{1,7} = 3,53$$

Z tablic rozkładu normalnego odczytano  $p_i(3,53) = 0,9997922$ .

Bezpieczeństwo łańcucha złożonego z 10 ogniw, obciążonego siłą o parametrach

$\bar{X} = 12,0 \text{ kN}$ ,  $S_x = 1,2 \text{ kN}$  wynosi

$$R_0 = \prod_{i=1}^{10} p_i = p_j^{10} = 0,9997922^{10} = 0,997024$$

Aby oszacować obliczeniową nośność graniczną łańcucha dla bezpieczeństwa konstrukcji  $R = 0,99865$ , należy rozwiązać równanie

$$R_0 = \prod_{i=1}^{10} p_i = p_j^{10} = 0,999865$$

$$p_i = \sqrt[10]{0,99865} = 0,999865$$

Aby prognozowana niezawodność łańcucha wynosiła  $R = 0,99865$ , bezpieczeństwo jednego ogniwa musi więc wynosić  $p_i = 0,999865$ , co odpowiada argumentowi  $t$  odczytanemu z tablic rozkładu normalnego  $t = 3,65$ .

Obliczeniowa nośność graniczna łańcucha dla prognozowania bezpieczeństwa ustroju  $R = 0,99865$  wynosi

$$N_0 = \bar{N} - ts_N = 18,0 - 3,65 \cdot 1,21 = 13,58 \text{ kN}$$

W badanym przypadku nośność graniczna systemu konstrukcyjnego (łańcucha) do nośności granicznej pojedynczego elementu sprawczego (ogniwa) wynosi

$$N_0 / N_{0i} = 13,58 / 14,37 = 0,945$$

Jest to efekt statystycznego osłabienia analizowanego ustroju.