

Wykłady opracowano na podstawie książek:

Antoni Biegus

PROBABILISTYCZNA ANALIZA KONSTRUKCJI

PWN 1999

Szczepan Woliński, Krystyna Wróbel

NIEZAWODNOŚĆ KONSTRUKCJI BUDOWLANYCH

Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej 2001

Marian Gwóźdź, Andrzej Machowski

**WYBRANE BADANIA I OBLICZENIA KONSTRUKCJI
BUDOWLANYCH METODAMI PROBABILISTYCZNYMI**

Wydawnictwo PK, Kraków 2012

4.5. CHARAKTERYSTYKA OGÓLNA OBCIĄŻEŃ BUDOWLI

Analizy i badania obciążeń budowli, związane w szczególności z zastosowaniem metod probabilistycznych, obejmują: klasyfikację obciążeń, modele matematyczne obciążeń i wyznaczanie parametrów tych modeli (w szczególności wartości charakterystycznych i miar bezpieczeństwa) oraz efekty łącznego działania obciążeń wieloźródłowych.

Obciążenia podlegają klasyfikacji wielokryterialnej:

- (a) przyczyny powstania obciążeń,
- (b) zmienność w czasie,
- (c) zmienność w przestrzeni,
- (d) rodzaj odpowiedzi budowli
- (e) możliwość kontroli i ograniczenia obciążeń w trakcie eksploatacji budowli.

Podziały obciążeń wg wymienionych kryteriów są następujące:

Kryterium (a) - przyczyny powstania obciążeń:

- **obciążenia wywołane zjawiskami przyrody**, takimi jak: grawitacja, opady atmosferyczne, zmiany ciśnienia, temperatury i wilgotności powietrza, zmiany w podłożu gruntowym,
- **obciążenia związane z działalnością człowieka**, a w szczególności: użytkowaniem pomieszczeń, eksploatacją maszyn i urządzeń oraz technologicznymi zmianami temperatury.

Kryterium (b) zmienność w czasie:

- **obciążenia stałe**: ciężar własny elementów konstrukcyjnych budowli, siły sprzyjające oraz ciężar i parcie gruntu,
- **obciążenia zmienne środowiskowe i eksploatacyjne**,
- **obciążenia wyjątkowe**: uderzenia pojazdów, eksplozje, pożary, huraganowe wiatry, katastrofalne opady śniegu i trzęsienia ziemi.

Kryterium (c) - zmienność w przestrzeni:

- **obciążenia zlokalizowane** (o ustalonym rozmieszczeniu),
- **obciążenia ruchome** (swobodne o dowolnej lokalizacji).

Kryterium (d) - rodzaj odpowiedzi budowli:

- **obciążenia statyczne**, które nie wywołują istotnych przyspieszeń i sił bezwładności,
- **obciążenia dynamiczne**, które generują znaczne siły bezwładności, istotne w analizie konstrukcji,
- **obciążenia wielokrotnie powtarzalne**, które mogą doprowadzić do zmęczenia materiału konstrukcji.

Kryterium (e) - możliwość kontroli i ograniczenia obciążeń w trakcie eksploatacji budowli.:

- **obciążenia podlegające kontroli**: obciążenia stale i użytkowe,
- **obciążenia nie podlegające kontroli**, np.: działania wiatru, temperatury, uderzenia pojazdów, wybuchy, trzęsienia ziemi i inne.

Aparat obliczeniowy, a w szczególności **teoria funkcji losowych**, stosowany do modelowania obciążeń jest dobrze rozwinięty.

W zależności od rodzaju obciążenia wprowadza się **uproszczenia modelowe**, a ewentualne trudności w zakresie kalibrowania modeli wiąże się z brakiem pełnego dostępu do bazy danych statystycznych.

Podejście inżynierskie to rozwiązanie uproszczone, od którego wymaga się zadowalającej zgodności z modelami teoretycznymi, z jednoczesnym wykorzystaniem wyników badań statystycznych.

4.5. WYBRANE MODELE OBCIĄŻEŃ LOSOWYCH

Podstawę modeli matematycznych obciążeń stanowią funkcje losowe, będące uogólnieniem zmiennej losowej.

Uogólnienie polega na przyporządkowaniu każdemu zdarzeniu elementarnemu funkcji, a nie liczby jak w przypadku zmiennej losowej.

W teorii losowych obciążeń, **zdarzeniem elementarnym** jest **wylosowanie pojedynczego obiektu** z hipotetycznej lub rzeczywistej populacji generalnej obiektów budowlanych, wykonanych według tego samego projektu i eksploatowanych w tych samych warunkach.

Nielosowymi argumentami rozpatrywanej funkcji losowej są współrzędne punktów przestrzeni (x, y, z) leżących w obszarze budowli oraz czas $t \in \langle 0, T \rangle$.

W szczególności T może oznaczać projektowy okres użytkowania budynku $T = t_{\text{int}}$.

Postać ogólna modelu obciążeń jest funkcją czterech zmiennych $\underline{F} = \underline{F}(x, y, z, t)$, czyli jest **czasoprzestrzennym polem losowym**.

Funkcja \underline{F} może przyjmować zróżnicowaną postać: skalarne pola losowe, wektorowe pola losowe lub tensorowe pola losowe.

W szczególności \underline{F} może także oznaczać wielkość służącą do identyfikacji obciążeń, a otrzymaną z bezpośrednich pomiarów na stacjach meteorologicznych, jak: **prędkość wiatru v_b , równoważnik wodno-śniegowy m lub wielkość zinwentaryzowaną na obiekcie, np. grubość płyty stropowej t_s .**

W zastosowaniach inżynierskich podstawowe znaczenie mają przypadki **szczególne pola losowego**, odpowiadające odrębnej analizie w czasie i odrębnej w przestrzeni, w postaci funkcji losowej jednej lub dwóch zmiennych $\underline{F}(t)$, $\underline{F}(x)$, $\underline{F}(x, y)$.

Cztery modele obciążeń, wykorzystane w normach projektowania konstrukcji.

Dwa pierwsze modele są dyskretne, a pozostałe kontynualne.

a) Model strumienia impulsów losowych

Strumieniem impulsów losowych nazywa się funkcję losową $\underline{N}(t)$, czasu ciągłego t , która przybiera wartości równe liczbom naturalnym (wraz z zerem) $N = n$.

Znajomość liczby impulsów obciążenia (bez informacji o wartości tych obciążeń), które pojawiają się w określonym przedziale czasu - wystarcza dla obciążeń wyjątkowych niszczących obiekty budowlane, takich jak: wybuchy, pożary, uderzenia samolotów itp.

Pojawienie się wspomnianego obciążenia jest zjawiskiem bardzo rzadkim i krótkotrwałym w porównaniu z trwałością obiektu.

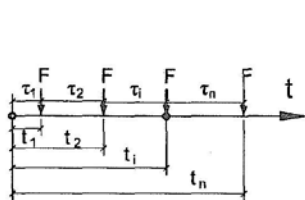
Strumienie zdarzeń (impulsów) losowych, jako funkcje losowe czasu t , stanowią przypadek szczególny procesów stochastycznych.

W **procesie Poissona** funkcja prawdopodobieństwa losowej liczby $\underline{N}(t)$ impulsów, w przedziale czasu $(0, t)$ ma postać zależną od czasu t oraz jedyne parametru empirycznego $h[t^{-1}]$:

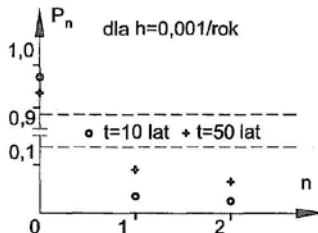
$$P_n(t) = P_n(\underline{N} = n; t) = \frac{(ht)^n}{n!} e^{-ht} \quad (1)$$

Wzór (1) można wyprowadzić zakładając: wzajemną niezależność losowych odstępów pomiędzy impulsami $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$ (rys. 4.17(a)) oraz stałą (niezależną od czasu) wartość h .

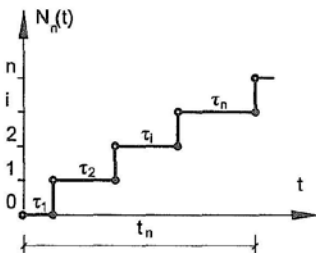
(a) ciąg impulsów



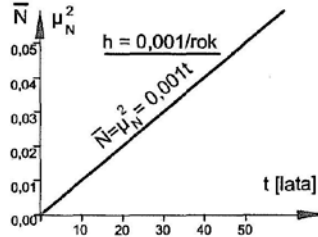
(b) funkcja rozkładu



(c) realizacja $N(t)$



(d)



Rys. 4.17. Proces Poissona: losowy ciąg równych sił F (a), przykłady funkcji prawdopodobieństwa P_n w przekrojach: $t = 10$ lat i $t = 50$ lat (b), przykładowa realizacja $N(t)$ (c), przykładowy wykres średniej $\bar{N}(t)$ i wariancji μ_N^2 losowej liczby impulsów $\underline{N}(t)$ (d)

Na rys. 4.17b pokazano przekrój procesu Poissona $t = \text{const}$, który dla przykładowej wartości parametru $h = 0,001/\text{rok}$ przedstawia dyskretną zmienną losową przyporządkowującą analizowanej budowli liczbę sił F , pojawiających się w przedziale czasu $(0, t)$.

Na rys. 4.17(c) pokazano funkcję schodkową pojedynczej realizacji $N(t)$, która przedstawia historię pojawiania się sił F dla jednej budowli.

Wartość oczekiwana i wariancja liczby sił F w czasie t wynoszą:

$$\bar{N}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} nP_n(t) = ht, \quad \mu_n^2(t) = \sum_{n=0}^{\infty} [n - \bar{N}(t)]^2 P_n(t) = ht \quad (2)$$

Ze wzorów (2) wynikają następujące zależności:

$$\bar{N}(t) = \mu_n^2(t) \quad (3)$$

$$h = \frac{\bar{N}(t)}{t} = \text{const}(t) \quad (4)$$

Równość średniej i wariancji wg relacji (3) można wykorzystać jako kryterium weryfikacji hipotezy o procesie Poissona w przypadku testowania danych statystycznych.

Natomiast ze wzoru (4) wynika, że poissonowski strumień sił jest jednostajny (stałe h), a **parametr h przedstawia średnią liczbę impulsów na jednostkę czasu.**

Prawdopodobieństwo przetrwania budowli, ze względu na impuls opisany funkcją prawdopodobieństwa (1), jest równe prawdopodobieństwu, że ani jeden impuls F nie wystąpi w przedziale czasu $(0, t)$:

$$P(N = 0; t) = e^{-ht} \tag{5}$$

Prawdopodobieństwo katastrofy (dystrybuanta trwałości), czyli prawdopodobieństwo, że wystąpi co najmniej jeden impuls F wynosi:

$$P(N \geq 1; t) = P(T < t) = F(t) = 1 - e^{-ht} \quad (6)$$

gdzie T oznacza trwałość budowli.

Odstęp czasu pomiędzy kolejnymi obciążeniami F charakteryzuje się gęstością prawdopodobieństwa:

$$f(t) = he^{-ht} \quad (7)$$

W procesie Poissona parametr h opisuje czystość zdarzeń, która wynosi $h = 1 / \bar{T}$.

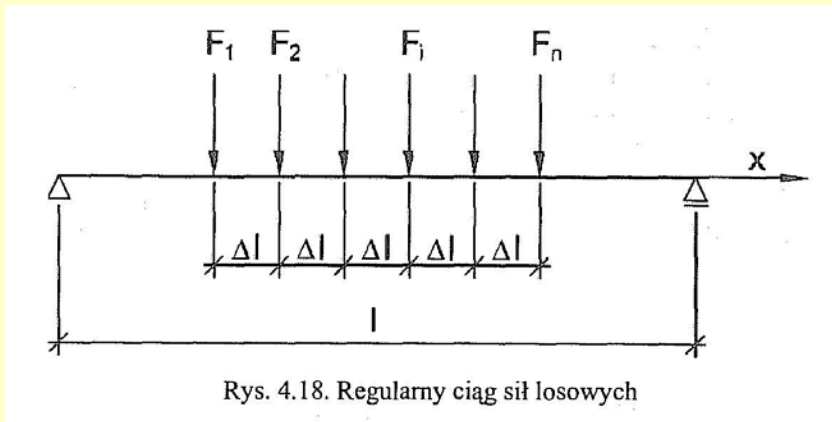
Proces ten jest jednostajny (stałe h) i jednocześnie niestacjonarny wobec zmiennej w czasie wartości średniej i wariancji losowej liczebności $\underline{N}(t)$, por. rys. 4.17(d).

Proces stochastyczny jest stacjonarny jeśli wartość średniej jest stała, czyli $\bar{F}(t) = \bar{F} = const$; wartość wariancji jest stała, czyli $\mu_F^2(t) = \mu_F^2 = const$ oraz momenty korelacyjne pomiędzy przekrojami procesu $F(t)$ i $F(t + \Delta t)$ zależą tylko od odległości Δt , a nie od t , czyli $K_F(t, t + \Delta t) \equiv K_F(\Delta t)$.

b) Model regularnego ciągu sił losowych

Model ten może być wykorzystany do opisu obciążeń zmiennych np. obciążenia użytkowego na stropach lub obciążenia śniegiem na dachu.

Odstęp ΔL sił skupionych F_i (rys. 4.18) można ustalić dość dowolnie, zamieniając obciążenia rozłożone np. na długości belki L na $n = L/\Delta L$ sił F_i .



Rys. 4.18. Regularny ciąg sił losowych

Model ten jest prosty gdy siły F_i są wzajemnie stochastycznie niezależne oraz gdy wszystkie mają taki sam ciągły rozkład prawdopodobieństw - niezależny od czasu.

W innym ujęciu, prowadzącym do tych samych rezultatów końcowych, przyjmuje się, że siły losowe F_i , przesuwały się wzdłuż osi x ze stałą prędkością v i pojawiają w równych odstępach czasu τ_0 .

Wtedy $\Delta L = \tau_0 / v$ jest odstępem sił F_i w przestrzeni (por. rys. 4.18).

W ustroju liniowym w sensie mechaniki budowli, efekt obciążeń E (siła przekrojowa lub przemieszczenie) wyraża się poprzez funkcję liniową losowych obciążeń E , z nielosowymi współczynnikami wpływu c_i :

$$\underline{E} = \sum_{i=1}^n c_i \underline{F}_i \quad (8)$$

Stosując do wyrażenia (8) twierdzenia dla kombinacji liniowej zmiennych losowych, otrzymujemy średnią i wariancję losowego efektu obciążeń:

$$\bar{E} = \sum_{i=1}^n c_i \bar{F}_i = \bar{F}_1 \sum_{i=1}^n c_i \approx \bar{F}_1 \int_0^L c(x) \frac{dx}{\Delta L} \quad (9)$$

$$\mu_E^2 = \sum_{i=1}^n c_i^2 \mu_{F_i}^2 = \mu_{F_1}^2 \sum_{i=1}^n c_i^2 \approx \mu_{F_1}^2 \int_0^L c^2(x) \frac{dx}{\Delta L} \quad (10)$$

gdzie równości średnich $\bar{F}_i = \underline{F}_i$ oraz wariancji $\mu_{F_i}^2 = \mu_{F_1}^2$ (dla $i = 1, 2, \dots, n$) wynikają z przyjętych założeń.

Równości przybliżone, po prawych stronach (9) i (10), odpowiadają zastąpieniu współczynników wpływu c_i funkcją wpływu $c(x)$.

W przypadku obciążeń powierzchniowych element długości ΔL zamienia się na element powierzchni ΔA , a całość we wzorach (9) i (10) na całość powierzchniową.

Równocześnie np. liczba sił na stropie wynosi $n = A / \Delta A$.

Dla stałej wartości współczynników wpływu, np. $c_i = 1$ (np. dla siły osiowej w słupie), ze wzorów (9) i (10) można obliczyć **współczynnik zmienności efektu obciążeń**:

$$v_E = \frac{\mu_E}{\bar{E}} = \frac{\sqrt{n}\mu_{F1}}{n\bar{F}_1} = \frac{\mu_{F1}}{\sqrt{n}\bar{F}_1} \rightarrow 0, \text{ gdy } n \rightarrow \infty \quad (11)$$

Z relacji (11) wynika, że dla dużych konstrukcji, na które działa wiele niezależnych obciążeń (takie warunki zachodzą na ogół dla obiektów budowlanych) obciążenia losowe stabilizują się, co w zakresie obliczeń statycznych pozwala na deterministyczną analizę obciążeń.

Należy zauważyć, że słabą stroną omawianego modelu jest założenie o wzajemnej losowej niezależności sił F_i , które może znacznie odbiegać od rzeczywistości.

Dla zadanej wartości częściowego wskaźnika niezawodności β_E możemy stosując (9) i (10) wyznaczyć wartość obliczeniową efektu obciążeń ze wzoru:

$$E_d = \bar{E} + \beta_E \mu_E = \bar{F}_1 \sum_{i=1}^n c_i + \beta_E \mu_{F_1} \sqrt{\sum_{i=1}^n c_i^2} \quad (12)$$

Wartości obliczeniowe ustalone dla każdego obciążenia z osobna $F_{di} = \bar{F}_1 + \beta_E \mu_{F_1}$ prowadzą po podstawieniu (8) do efektu obciążenia:

$$E_d^* = \sum_{i=1}^n c_i F_{di} = \sum_{i=1}^n c_i (\bar{F}_1 + \beta_E \mu_{F_1}) \quad (13)$$

Dzieląc wyrażenie (12) przez (13) otrzymuje się współczynnik redukcyjny α_A , który (dla $c \geq 0$; $i=1,2, \dots, n$) jest **miarą korzystnego wpływu wzajemnej losowej niezależności obciążeń** \underline{F}_i :

$$\alpha_A = \frac{E_d}{E_d^*} = \frac{1 + \zeta \beta_E v_{F1}}{1 + \beta_E v_{F1}}, \quad \text{gdzie } v_{F1} = \frac{\mu_{F1}}{\bar{F}_1}, \quad \zeta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n c_i^2}{\sum_{i=1}^n c_i}} \quad (14)$$

Współczynnik redukcji obciążeń użytkowych wprowadzono do normy PN-EN 1991-1-1, wg której dla kategorii powierzchni stropu A do E ma postać:

$$\alpha_A = \frac{5}{7} \psi_0 + \frac{\Delta A}{A} \leq 1,0 \quad (15)$$

z ograniczeniem dla kategorii C i D; $\alpha_A \geq 0,6$.

Współczynnik redukcji obciążeń użytkowych słupów i ścian budynków wielokondygnacyjnych α_m wg tej samej normy ma postać:

$$\alpha_m = \frac{2 + (m^* - 2)\psi_0}{m^*} \quad (16)$$

We wzorach (15) i (16) oznaczono: $\Delta A = 10,0 \text{ m}^2$ - element powierzchni stropu, ψ_0 - **współczynnik jednoczesności działania obciążeń zmiennych** (por. tablica 4.18) wg PN-EN 1990 (dla dominujących obciążeń zmiennych $\psi_0 = 1,0$), $m^* \geq 2$ - liczba kondygnacji nad kondygnacją rozpatrywaną.

Redukcja za pomocą współczynnika α_m ma w istocie uzasadnienie tylko w odniesieniu do sił osiowych od obciążenia użytkowego.

Zalecane wartości współczynników ψ_j dla budynków wg PN-EN 1990

Obciążenia zmienne, kategoria	ψ_0	ψ_1	ψ_2
(1)	(2)	(3)	(4)
Kategoria A: powierzchnie mieszkalne	0,7	0,5	0,3
Kategoria B: powierzchnie biurowe	0,7	0,5	0,3
Kategoria C: miejsca zebrań	0,7	0,7	0,6
Kategoria D: powierzchnie handlowe	0,7	0,7	0,6
Kategoria E: powierzchnie magazynowe	1,0	0,9	0,8
Kategoria F: powierzchnie ruchu pojazdów ≤ 30 kN	0,7	0,7	0,6
Kategoria G: powierzchnie ruchu pojazdów ≤ 160 kN	0,7	0,5	0,3
Obciążenie śniegiem ≤ 1000 m n.p.m.	0,5	0,2	0,2
Obciążenie wiatrem	0,6	0,2	0
Temperatura (nie pożarowa) w budynku	0,6	0,5	0

Model dyskretny losowych sił w równych odstępach, gdy akceptujemy związane z nim założenia, można wykorzystać do **prognozowania obciążeń klimatycznych** - śniegiem lub wiatrem.

Przedmiotem obserwacji na stacjach meteorologicznych są **równoważniki wodno-śniegowe**, stanowiące masę wody m otrzymanej ze stopienia próbki śniegu pobranej na gruncie.

W przypadku działań wiatru rejestruje się **prędkości wiatru** v_{bo} .

Obserwacje w okresie pomiarowym t prowadzi się systematycznie i wybiera maksima F_i w jednostkowych okresach t_0 (czyli gromadzi się $n = t/t_0$ pomiarów).

Dla obciążeń klimatycznych jednostkowy okres obserwacji, ze względu na sezonową zmienność zjawisk, wynosi $t_0 = 1$ rok - rozpoczynający się 1 października.

W opracowaniach statystycznych zgromadzonych danych meteorologicznych na ogół pomija się odstępstwa od stacjonarności w okresach wieloletnich oraz dodatkowo zakłada losową niezależność maksimów rocznych.

Prognozę obciążeń wieloletnich dla jednej stacji, opartą na obserwacjach maksimów rocznych **można opracować metodą graficzną lub analityczną.**

W metodzie graficznej porządkujemy rosnąco maksima roczne $F_1 < F_2 < \dots < F_i < \dots < F_n$, które na siatce probabilistycznej stanowią współrzędne punktów na osi odciętych.

Kolejnym wartościom F_i przyporządkowuje się rzędne (dystrybuantę empiryczną) $F_i^* = i / (n + 1)$.

Akceptujemy prognozę najbliższą liniowej na uwzględnianych siatkach probabilistycznych.

Maksima charakterystyczne F_k dla okresu powrotu obciążeń ekstremalnych t_{ret} (return period) odczytuje się jako kwantyl rzędu $F_1(F_k)$:

$$F_1(F_k) = 1 - \frac{t_0}{t_{\text{ret}}} \quad (17)$$

gdzie $F_1(\bullet)$ - oznacza dystrybuantę, dla odróżnienia od siły F .

Prawdopodobieństwo P , że wartość F_k nie będzie przewyższona w okresie użytkowania $T = n \cdot t_0$ wynosi:

$$P(F < F_k) = [F_1(F_k)]^m = \left(1 - \frac{t_0}{t_{\text{ret}}}\right)^{T/t_0} \quad (18)$$

Dla dużych wartości T otrzymujemy wzór:

$$P(F < F_k) = p = e^{-1} = e^{-T/t_{\text{ret}}} \quad (19)$$

z którego dla $T = t_{\text{ret}}$ dostajemy $p = 0,368$, co oznacza, że prawdopodobieństwo obciążeń mniejszych od F_k wynosi $\omega \cong 0,368$.

Prawdopodobieństwo co najmniej jednokrotnego przekroczenia F_k wynosi $1 - 0,368 = 0,632$.

Ze wzoru (19) można obliczyć okres powrotu obciążeń F_k :

$$t_{ret} = \frac{T}{\ln\left(\frac{1}{p}\right)} \quad (20)$$

Przyjmując dla obciążeń charakterystycznych wg normy PN-EN 1990 prawdopodobieństwo $p = 0,98$ oraz okres użytkowania $T = 50$ lat, ze wzoru (20) otrzymuje się okres powrotu obciążeń charakterystycznych $t_{ret} = 2575$ lat.

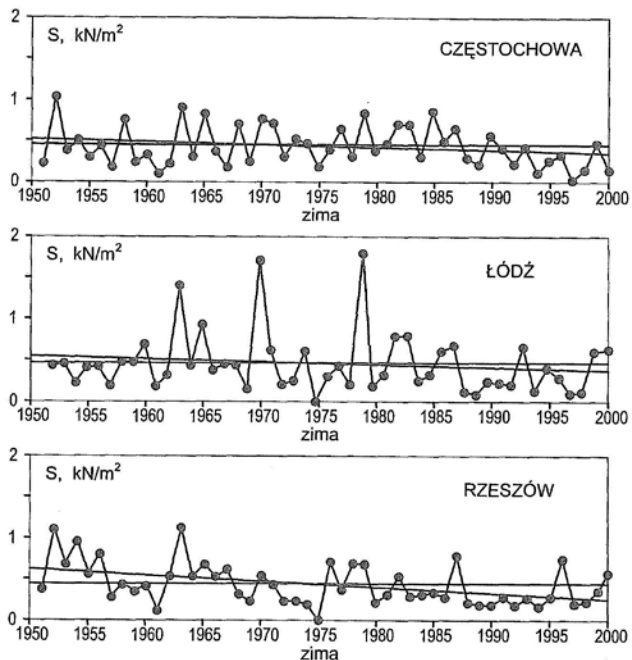
W uzupełnieniu należy zauważyć, że obciążenia charakterystyczne F_k określa się albo ze wzoru (18) alba z równoważnej zależności (19).

W metodzie analitycznej, gdy znany jest typ rozkładu prawdopodobieństwa, szacuje się parametry rozkładu metodą największej wiarygodności (wartość średnią i wariancję z próby przelicza się na parametry rozpoznanego rozkładu) oraz ustala maksima charakterystyczne dla zadanego okresu użytkowania T .

W szczególności maksimum charakterystyczne rozkładu Gumbela \tilde{F} wyraża się wzorem:

$$\tilde{F}_n = \tilde{F}_1 + \mu \ln \left(\frac{T}{t_0} \right) \quad (21)$$

Dla zilustrowania **modelu dyskretnego losowych sił w równych odstępach czasu**, na rys. 4.19, przytoczono wartości maksymalne rocznych ciężarów pokrywy śnieżnej na gruncie pomierzone w latach 1950-2000 na stacjach meteorologicznych: w Częstochowie (stacja 1), Łodzi (stacja 2) i Rzeszowie (stacja 3).



Rys. 4.19. Przykładowe realizacje wartości maksymalnych rocznych ciężaru pokrywy śnieżnej na gruncie wg pracy [77]

Naniesione na rys. 4.19 punkty umożliwiły odtworzenie techniką skanowania wartości liczbowych maksimum rocznych s [kN/m^2], które zestawiono w tabelicy 4.12.

Wartości maksymalnych rocznych ciężarów pokrywy śnieżnej na gruncie zarejestrowane w latach 1951–2000 na trzech stacjach pomiarowych wg rys. 4.20

Maksymalne ciężary pokrywy śnieżnej na gruncie s [kN/m ²]											
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
Rok	St. 1	St. 2	St. 3	Rok	St. 1	St. 2	St. 3	Rok	St. 1	St. 2	St. 3
1951	0,23	—	0,39	1968	0,72	0,43	0,32	1985	0,91	0,34	0,34
1952	1,04	0,42	1,13	1969	0,26	0,15	0,24	1986	0,52	0,63	0,29
1953	0,40	0,45	0,69	1970	0,78	1,72	0,55	1987	0,68	0,70	0,80
1954	0,51	0,21	0,97	1971	0,73	0,63	0,43	1988	0,32	0,13	0,22
1955	0,30	0,41	0,57	1972	0,34	0,22	0,24	1989	0,24	0,09	0,20
1956	0,45	0,42	0,82	1973	0,54	0,26	0,23	1990	0,60	0,26	0,20
1957	0,18	0,18	0,29	1974	0,49	0,62	0,20	1991	0,46	0,24	0,27
1958	0,77	0,48	0,45	1975	0,20	0,00	0,00	1992	0,25	0,21	0,19
1959	0,26	0,47	0,36	1976	0,41	0,31	0,72	1993	0,45	0,68	0,28
1960	0,34	0,70	0,43	1977	0,68	0,44	0,38	1994	0,14	0,15	0,18
1961	0,11	0,19	0,12	1978	0,33	0,20	0,70	1995	0,30	0,42	0,31
1962	0,24	0,31	0,55	1979	0,86	1,82	0,69	1996	0,36	0,30	0,76
1963	0,92	1,42	1,14	1980	0,40	0,19	0,23	1997	0,06	0,13	0,22
1964	0,32	0,44	0,55	1981	0,49	0,33	0,32	1998	0,20	0,14	0,23
1965	0,84	0,94	0,69	1982	0,73	0,80	0,55	1999	0,51	0,62	0,38
1966	0,39	0,38	0,54	1983	0,72	0,80	0,30	2000	0,18	0,65	0,57
1967	0,20	0,46	0,63	1984	0,34	0,26	0,32	Σ_s	22,70	22,75	22,18
Wartość średnia								\bar{s}	0,454	0,464	0,439
Odchylenie standardowe								μ_s	0,242	0,375	0,259
Współczynnik zmienności								v_s	0,532	0,808	0,589
Wartość centralna (charakterystyczna) wg (1.41)								\tilde{s}	0,369	0,332	0,348
Miara zmienności wg (1.42)								u_s	0,189	0,293	0,202

W dolnych wierszach tej tablicy zestawiono, obliczone dla każdej realizacji wartości Σs (sumaryczny ciężar śniegu w okresie 50 lat), średnią (proste równoległe do osi czasu na rys. 4.19), odchylenie standardowe i współczynnik zmienności.

Jak wynika z porównania poszczególnych realizacji na rys. 4.19, założenie o stacjonarności procesu jest tylko częściowo spełnione.

Wartości średnie są jednakowe, ze słabym trendem malejącym na stacjach 1 i 2 oraz silniejszym na stacji 3.

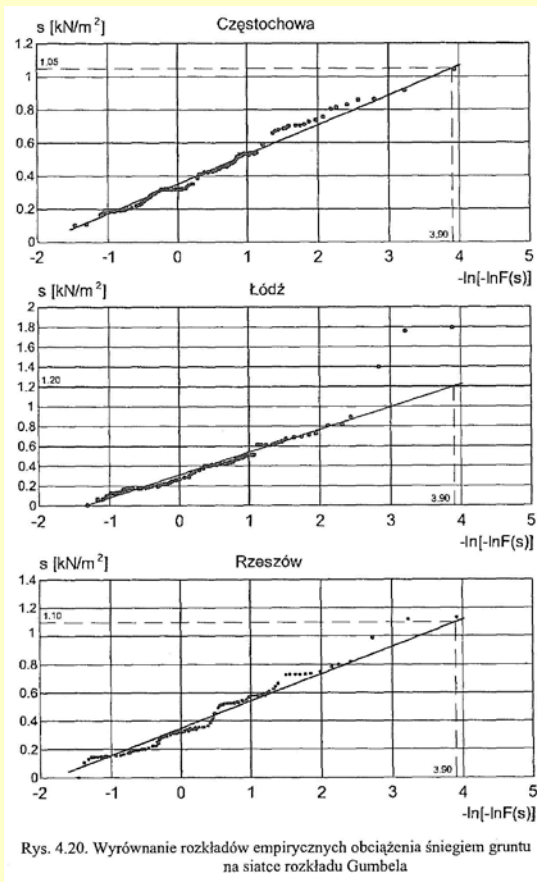
Testy istotności na obecność trendu nie zostały jednak przeprowadzone.

Dość nieoczekiwany wynik otrzymano dla sumarycznego ciężaru śniegu na gruncie w okresie 50 lat, który jest praktycznie taki sam dla wszystkich trzech realizacji, czyli $\Sigma s = 22 - 23 \text{ kN/m}^2 = \text{const.}$

Należy także zwrócić uwagę na duże wartości współczynnika zmienności, który dla realizacji 2 osiągnął wartość $v_s = 81\%$.

Kolejną ważną kwestią jest weryfikacja typu rozkładu prawdopodobieństwa właściwego dla modelowania obciążenia śniegiem.

Na rys. 4.20 pokazano **prognozę obciążeń wieloletnich dla poszczególnych stacji opracowaną metodą graficzną na siatce probabilistycznej Gumbela.**



Rys. 4.20. Wyrównanie rozkładów empirycznych obciążenia śniegiem gruntu na siatce rozkładu Gumbela

Punkty empiryczne dla wszystkich trzech ciągów wartości układają z zadawalającą dokładnością się wg linii prostej, co przesądza o akceptacji typu rozkładu.

Uwzględniając okres powrotu obciążenia maksymalnego $t_{ret} = 50$ lat, kwantyl rzędu $F(s_k) = 1 - 1/50 = 0,98$ odpowiada rzędnej punktu leżącego na prostej aproksymacyjnej wg rys. 4.20 dla wartości odciętej $-\ln[-\ln(0,98)] = 3,90$.

W szczególności dla danych statystycznych ze stacji w Częstochowie odczytujemy z wykresu wartość charakterystyczną $s_k = 1,05 \text{ kN/m}^2$, dla danych z Łodzi wartość $s_k = 1,20 \text{ kN/m}^2$, a dla danych z Rzeszowa wartość $s_k = 1,10 \text{ kN/m}^2$.

Stosując metodę analityczną, w dwóch ostatnich wierszach tabelicy 4.12 przeliczono parametry normalne na parametry gumbelowskie.

Wynikają z nich następujące wartości charakterystyczne wg (21) dla $p = 0,98$:

- dla stacji 1: $s_k = 0,369 + 3,90 \cdot 0,189 = 1,11 \text{ kN/m}^2$,

- dla stacji 2: $s_k = 0,332 + 3,90 \cdot 0,293 = 1,47 \text{ kN/m}^2$,

- dla stacji 1: $s_k = 0,348 + 3,90 \cdot 0,202 = 1,14 \text{ kN/m}^2$,

gdzie mnożnik miary zmienności $-\ln[-\ln(0,98)] = 3,91$.

Dla porównania wyników obliczeń wg metody graficznej i analitycznej, w tablicy 4.13 zestawiono wartości charakterystyczne obciążenia śniegiem gruntu wg normy PN-EN 1991-1-3.

Prognoza empiryczna dotyczy miejscowości zlokalizowanych w strefie klimatycznej 2, zatem metoda analityczna w rozpatrywanych przypadkach wykazała lepszą zgodność z zaleceniami normowymi niż metoda graficzna.

Tablica 4.13

Wartości charakterystyczne obciążenia śniegiem gruntu w Polsce

Strefa klimatyczna	s_k [kN/m ²]
(1)	(2)
1	$0,007H - 1,4 \geq 0,70$
2	0,9
3	$0,006H - 0,6 \geq 1,2$
4	1,6
5	$0,93 \exp(0,00134H) \geq 2,0$
H – wysokość nad poziomem morza [m]	

Badania statystyczne związane z prognozą obciążenia wiatrem są bardziej skomplikowane niż dla obciążenia śniegiem.

Stacje meteorologiczne prowadzą pomiary prędkości wiatru wg opisanych niżej zasad.

1. Pomiary są wykonywane co godzinę, jako wartości średnie z ostatnich 10 minut przed godziną zegarową czasu uniwersalnego.
2. Prędkość wiatru jest rejestrowana z dokładnością do 1 m/s, a kierunek wiatru z dokładnością do 10° .
3. Dodatkowo rejestruje się również prędkość chwilową w porywach, jeżeli w czasie 10 minut obserwacji przekroczyła ona wartość średnią o co najmniej 5 m/s.

Należy nadmienić, że dawniej wykonywano pomiary stosując wymagania i zasady różniące się od obecnych.

- a. Do końca 1975 r. na stacjach meteorologicznych rejestrowano prędkości średnie 2-minutowe, a dopiero od 1 stycznia 1976 r. czasem uśrednienia jest 10 minut.
- b. Do 2000 roku obserwatorzy uśredniali prędkość oraz kierunek wiatru "na oko", od 2001 r. stacje meteorologiczne zostały wyposażone w aparaturę automatyczną.

Z powyższych informacji wynika, że pomimo bogatego materiału statystycznego jaki jest przechowywany w archiwach Instytutu Meteorologii i Gospodarki Wodnej, **jednorodność bazy danych statystycznych budzi pewne wątpliwości.**

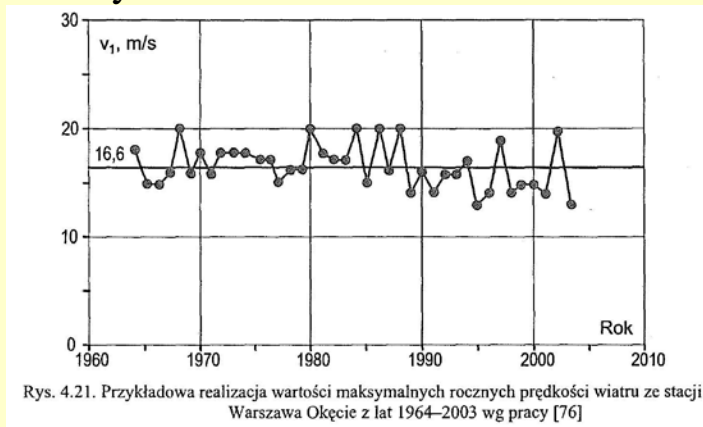
Podstawowe sposoby opracowania danych pomiarowych prędkości wiatru obejmują:

- wykorzystanie wartości maksymalnych rocznych do oszacowania wartości charakterystycznej prędkości wiatru v_{bO} ,

- wykorzystanie wyników pomiarów prędkości wiatru średnich 10-minutowych do estymacji parametrów i weryfikacji typu rozkładu empirycznego.

Na rys. 4.21 przytoczono wartości maksymalne rocznych prędkości wiatru pomierzone w latach 1964-2003 na stacji meteorologicznej Warszawa Okęcie.

Naniesione na rys. 4.21 punkty umożliwiły odtworzenie wartości liczbowych maksimów rocznych prędkości v_1 [m/s], które zestawiono w tabelicy 4.14.

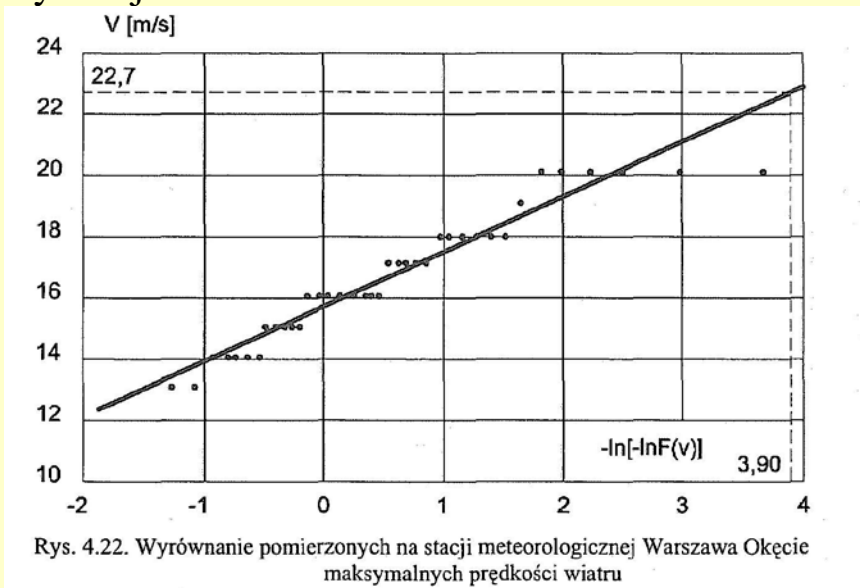


Wartości maksymalne rocznych prędkości wiatru zarejestrowane w latach 1964–2003 na stacji meteorologicznej Warszawa Okęcie wg rys. 4.21

Maksymalne roczne prędkości wiatru v_1 [m/s]											
Rok	1964	1965	1966	1967	1968	1969		1970	1971	1972	1973
v_1	18	15	15	16	20	16		18	16	18	18
Rok	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982		1983
v_1	18	17	17	15	16	16	20	18	17		17
Rok	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992		1993
v_1	20	15	20	16	20	14	16	14	16		16
Rok	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002		2003
v_1	17	13	14	19	14	15	15	14	20		13
Wartość średnia									\bar{v}_1		16,6
Odchylenie standardowe									μ_v		2,06
Współczynnik zmienności									v_v		0,124
Wartość centralna (charakterystyczna) wg (1.41)									\tilde{v}_1		15,9
Miara zmienności wg (1.42)									u_v		1,61

W dolnych wierszach tej tablicy zestawiono obliczoną średnią wartość prędkości (prosta równoległa do osi czasu na rys. 4.21), odchylenie standardowe i współczynnik zmienności.

Na rys. 4.22 przedstawiono wyrównanie pomierzonych rocznych maksymalnych prędkości wiatru metodą graficzną na siatce probabilistycznej Gumbela.



Rys. 4.22. Wyrównanie pomierzonych na stacji meteorologicznej Warszawa Okęcie maksymalnych prędkości wiatru

Punkty empiryczne ciągu wartości prędkości wiatru v_1 układają się z zadawalającą dokładnością wzdłuż linii prostej, co pozwala na akceptację rozkładu Gumbela.

Związany z okresem powrotu obciążenia maksymalnego $t_{\text{ret}} = 50$ lat kwantyl rzędu $F(v_k) = 1 - 1/50 = 0,98$ odpowiada rzędnej punktu leżącego na prostej aproksymacyjnej wg rys. 4.22 o wartości odciętej $-\ln[-\ln(0,98)] = 3,90$.

Z wykresu odczytujemy wartość charakterystyczną maksymalnej rocznej prędkości wiatru $v_k = 22,7$ m/s.

Stosując metodę analityczną, por. (21), w dwóch ostatnich wierszach tablicy 4.14 przeliczono parametry normalne na parametry gumbelowskie.

Wynika z nich następująca wartość charakterystyczna, czyli kwantyl na poziomie prawdopodobieństwa 98%:

$$v_k = 15,9 + 3,90 (1,61) = 22,2 \text{ m/s.}$$

Dla porównania wyników otrzymanych z metody graficznej i metody analitycznej w tabelicy 4.15 zestawiono wartości charakterystyczne prędkości wiatru wg normy PN-EN 1991-1-4.

Tablica 4.15

Wartości charakterystyczne prędkości wiatru i ciśnienia prędkości wiatru w strefach klimatycznych w Polsce wg PN-EN-1991-1-4

Strefa	$v_k \equiv v_{b0}$ [m/s]		q_k [kN/m ²]	
	$H \leq 300$ m	$H > 300$ m	$H \leq 300$ m	$H > 300$ m
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1	22	$22[1 + 0,0006(H - 300)]$	0,30	$0,30[1 + 0,0006(H - 300)]^2$
2	26	26	0,42	0,42
3	22	$22[1 + 0,0006(H - 300)]$	0,30	$0,30k[1 + 0,0006(H - 300)]^2$

$$k = \frac{20000 - H}{20000 + H}$$

H – wysokość nad poziomem morza w [m]

Prognoza empiryczna dotyczy strefy klimatycznej 1, zatem metoda graficzna w analizowanym przypadku wykazała lepszą zgodność z zaleceniami normowymi (por. kolumna 2) niż metoda analityczna.

W tabelicy 4.15 w kolumnach (4) i (5) dodatkowo zestawiono wartości charakterystyczne ciśnienia prędkości wiatru obliczone ze wzoru:

$$q_k = \frac{\rho v_{b0}^2}{2} \quad (22)$$

gdzie ρ - gęstość masy powietrza zależna od wysokości nad poziomem morza, temperatury i ciśnienia atmosferycznego (w tabelicy 4.15 przyjęto $\rho = 1,23$ kg/m.