POLITECHNIKA GDAŃSKA

Bazy wiedzy
(wykład 1)

prof. dr hab. Krzysztof Goczyła
dr inż. Aleksander Waloszek
dr inż. Wojciech Waloszek
dr inż.Teresa Zawadzka

Katedra Inżynierii Oprogramowania
Wydział Elektroniki, Telekomunikacji i Informatyki
Politechnika Gdańska

POLITECHNIKA GDAŃSKA

Przedmiot – warunki zaliczenia

Wykład + laboratorium = 100%
Wykład = 50%
Laboratorium = 50%

Zaliczenie przedmiotu wymaga zaliczenia wykładu i laboratorium!

Zasady zaliczenia wykładu: kolokwium na koniec semestru (każde musi być zaliczone na min. 50%).
Zasady zaliczenia laboratorium: podane na laboratoriach.

Ocena:
<51%, 60%) dostateczna,
<60%, 70%) dostateczna plus,
<70%, 80%) dobra,
<80%, 90%) dobra plus,
<90%, 100%) bardzo dobra,
<100%, ∞) celująca.

POLITECHNIKA GDAŃSKA

Cele przedmiotu

- Naszkicowanie najnowszych osiągnięć w dziedzinie ***reprezentowania wiedzy i wnioskowania***.
- Przedstawienie zastosowania tych osiągnięć w ramach prac nad ***Semantycznym Internetem***.
- Rozszerzenie wiedzy na temat tego, czym jest ***modelowanie***.

Literatura

[1] Baader F. A., McGuiness D. L., Nardi D., Patel-Schneider P. F.: *he Description Logic Handbook: Theory, implementation, and applications*, Cambridge University Press, 2003.
(szczególnie rozdział 2 i 6, dostępne też pod adr.:
http://www.inf.unibz.it/~franconi/dl/course/dlhb/dlhb-02.pdf
i http://www.inf.unibz.it/~franconi/dl/course/dlhb/dlhb-06.pdf)
...i następne wydania...

[2] Goczyła K.: *Ontologie w systemach informatycznych*, EXIT, 2011.

[3] Garbacz P., Trypuz R.: *Ontologie poza ontologią*, Wydawnictwo KUL, 2012.

Repozytoria ontologii:

- http://watson.kmi.open.ac.uk/WatsonWUI/
- http://www.w3.org/wiki/Ontology_repositories

POLITECHNIKA GDAŃSKA

Laboratorium

Tryb zajęć laboratoryjnych.

Zajęcia odbywają się raz w tygodniu i trwają 45 min. Powiązane są w *bloki zadaniowe*. Każdy blok zadaniowy będzie zawierał wprowadzenie i jedno zadanie. Inaczej niż w poprzednich latach przyjmujemy zasadę, że każde zadanie musi być wykonane w trakcie zajęć.

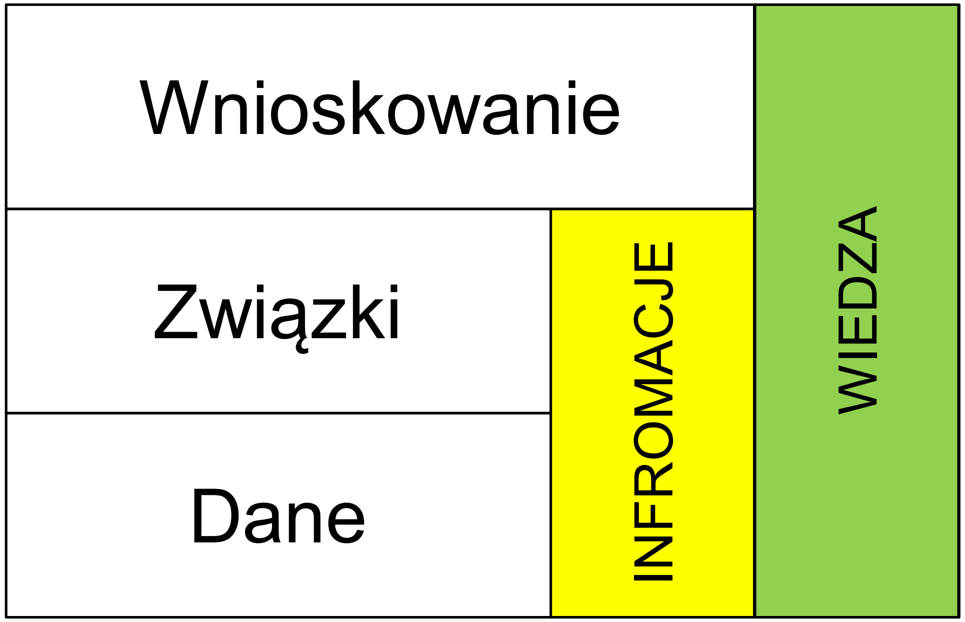
Aby laboratorium zostało zaliczone, musi zostać zaliczony każdy z bloków zadaniowych. Możliwe będzie odrobienie niezaliczonego bloku zadaniowego, jednak jeśli konieczność odrobienia będzie wynikała z negatywnej oceny lub z nieusprawiedliwionej nieobecności, to odrobienie będzie utrudnione, a jedyną możliwą do zdobycia pozytywną oceną będzie ocena 3.

Pierwsze zajęcia w bloku, *zajęcia wprowadzające*, zaczynają się od 10 min. sprawdzianu, po którym uczestnicy samodzielnie odtwarzają czynności opisane w prezentacji demonstrowanej przez prowadzącego.

W trakcie kolejnych zajęć w bloku, *zajęć zadaniowych*, studenci sami wykonują zadania wyznaczone przez prowadzącego. Wyniki umieszczają na moodle'u i/lub oddają prowadzącemu w postaci wypełnionego formularza papierowego.

Sprawdzian nie będzie trudny, będzie zawsze zawierał pytania wybrane z listy pytań umieszczonych na końcu wykładu poprzedzającego bezpośrednio dane zajęcia wprowadzające. **Jednak niezaliczenie go uniemożliwi uczestnictwo w zajęciach zadaniowych oraz spowoduje, że student zostanie uznany za nieobecnego bez usprawiedliwienia** (możliwe są tylko 3 nieobecności nieusprawiedliwione).

Czym jest wiedza?



(na podstawie [2])

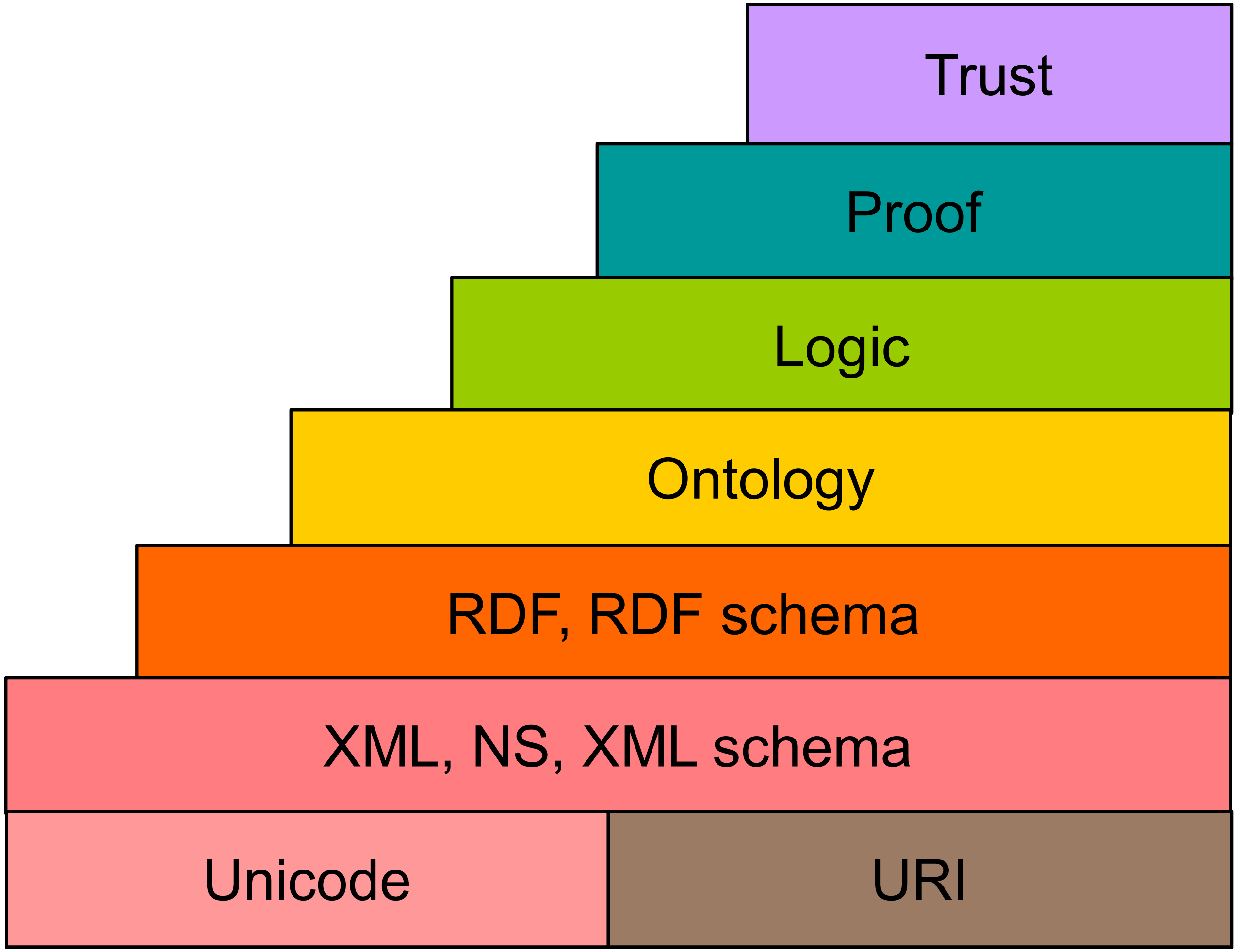
Czym jest wiedza?

Próbuje to określić dziedzina nazywana
KRR – Knowledge Representation and Reasoning

Jest to kierunek prac w ramach badań nad sztuczną inteligencją, zajmujący się metodami reprezentowania wiedzy oraz sposobami wnioskowania.

Wnioskowanie – rozumowanie, którego celem jest odkrycie wiedzy nie występującej jawnie w ramach posiadanej informacji (więcej na temat wnioskowania w następnych wykładach).

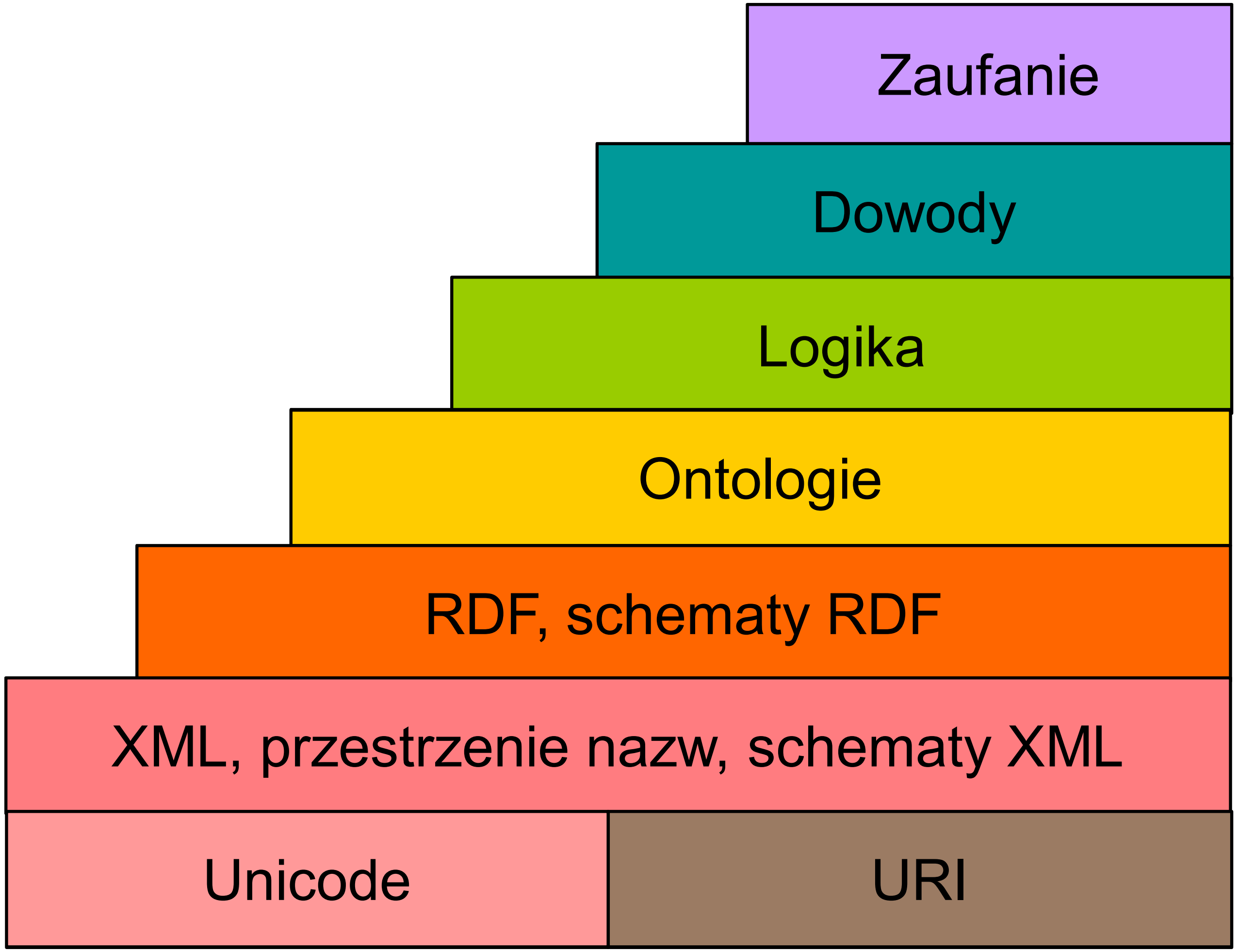
„Torcik" Semantic Web



www.semanticweb.org

POLITECHNIKA GDAŃSKA

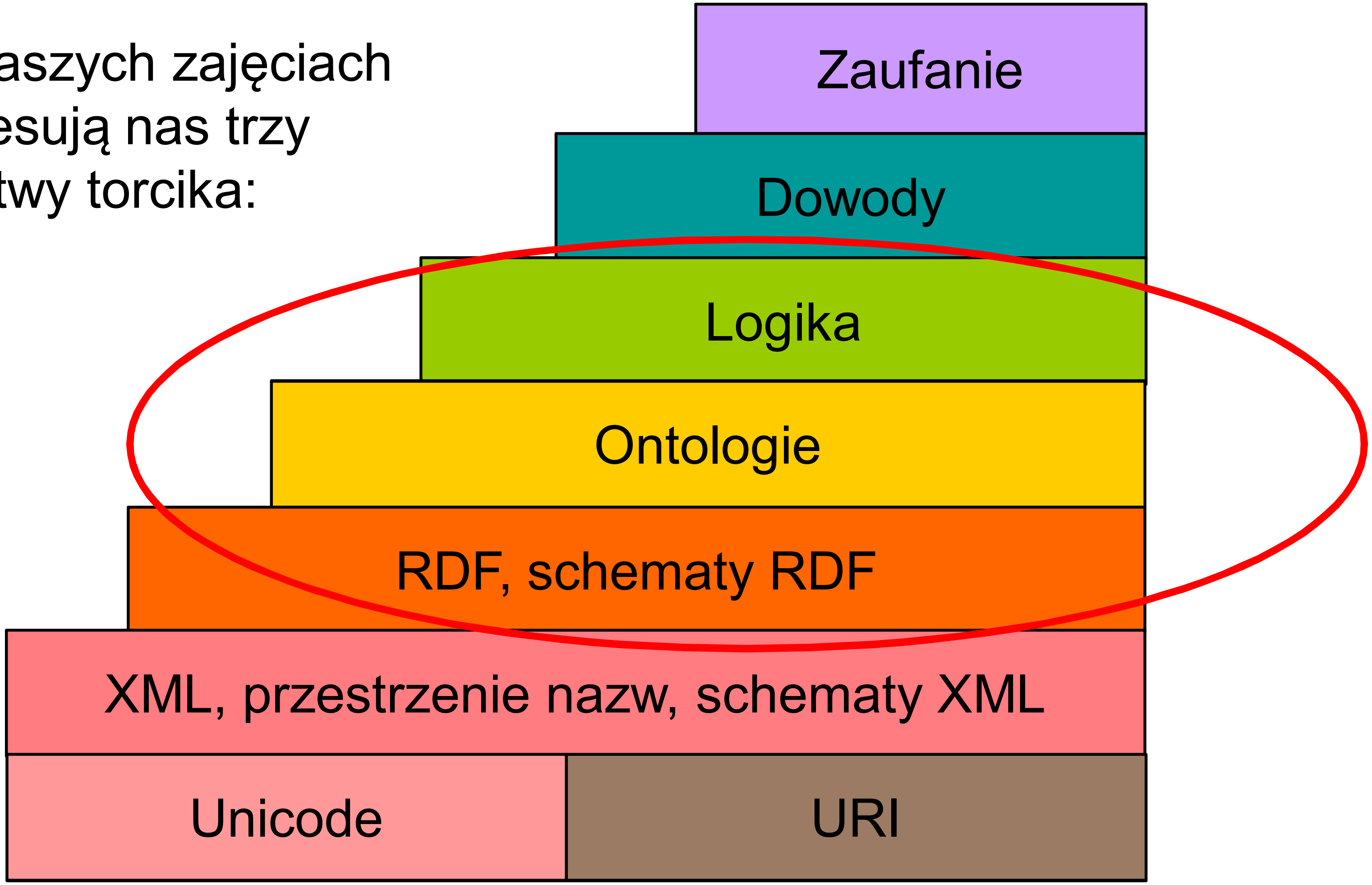
„Torcik” Semantic Web



www.semanticweb.org

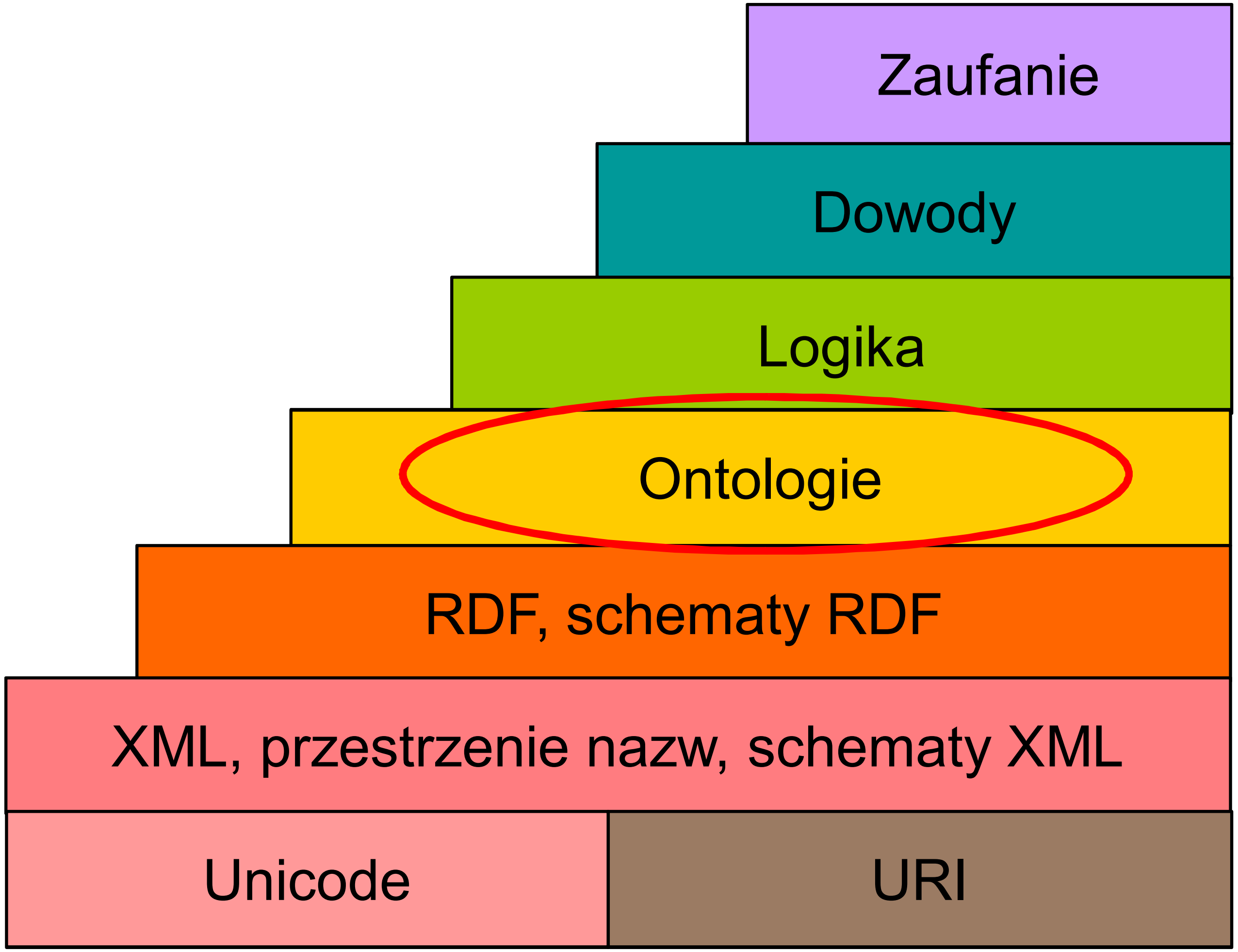
„Torcik” Semantic Web

Na naszych zajęciach interesują nas trzy warstwy torcika:



www.semanticweb.org

„Torcik” Semantic Web



www.semanticweb.org

POLITECHNIKA GDAŃSKA

Ontologia – dział filozofii

- Ontologia (filozofia pierwsza, metafizyka) – podstawowy (obok epistemologii) dział filozofii starający się badać **strukturę rzeczywistości** i zajmujący się problematyką związaną z pojęciami **bytu**, **istoty**, **istnienia** i jego **sposobów**, **przedmiotu** i jego **własności**, **przyczynowości**, **czasu**, **przestrzeni**, **konieczności** i **możliwości**.

Spór realizm/idealizm

- Realizm:
  - Aktywność umysłowa jest skutkiem procesów materialnych.
  - Są fakty, których nie jesteśmy w stanie wyrazić w żadnym języku.
  - Byt nie jest zależny od istnienia obserwatora.

- Idealizm:
  - Wszystko, co istnieje, jest skutkiem aktywności umysłowej.
  - Każdy fakt jest zależny od (jakiegoś) języka.
  - Byt jest zależny od obserwatora.

POLITECHNIKA GDAŃSKA

Spór realizm/idealizm

- Czy istnieje rzeczywistość niezależna od naszego poznania? (R: tak, I: nie)

- Czy jesteśmy w stanie poznać istniejącą rzeczywistość? (R: nie, I: tak)

Spór o uniwersalia

Jak i czy w ogóle istnieją przedmioty oznaczane przez pojęcia ogólne?

Spór **ontologiczny** zapoczątkowany w Średniowieczu.

Stanowiska:

- **Realizm**: przedmioty takie istnieją niezależnie od tego, czy istnieją obserwatorzy (Platon, platonizm matematyczny).
- **Konceptualizm**: przedmioty takie istnieją, ale tylko w naszych umysłach jako reprezentacje (obrazy, pojęcia itd.) (Kartezjusz).
- **Nominalizm**: przedmioty takie nie istnieją; istnieją tylko słowa, które maja jedynie wartość syntaktyczną (empiryści)

Spór o uniwersalia

Ciekawe stanowisko: św. Tomasz z Akwinu

Formy istnienia uniwersaliów:

- *ante rem* (przed rzeczą): istnieją jako wzory w umyśle Boga,
- *in re* (w rzeczy): istnieją jako istoty (formy) zawarte w substancji jednostkowej rzeczy,
- *post rem* (po rzeczy): istnieją jako pojęcia (wynik abstrakcji) w umysłach ludzi.

Spór o sposób istnienia w czasie

- Endurantyzm
  - Niektóre przedmioty trwają w czasie (są obecne „w całości” w każdej chwili, w której istnieją).
- Perdurantyzm
  - Wszystkie przedmioty trwają w czasie, posiadając w różnych chwilach swojego istnienia osobne „części czasowe”, które pojawiają się i giną wraz ze zmianami.
- Eksdurantyzm
  - Przedmioty istnieją tylko w jednej chwili czasowej; o trwaniu możemy mówić tylko dzięki temu, że umysł „scala” wiele przedmiotów w jeden.

POLITECHNIKA GDAŃSKA

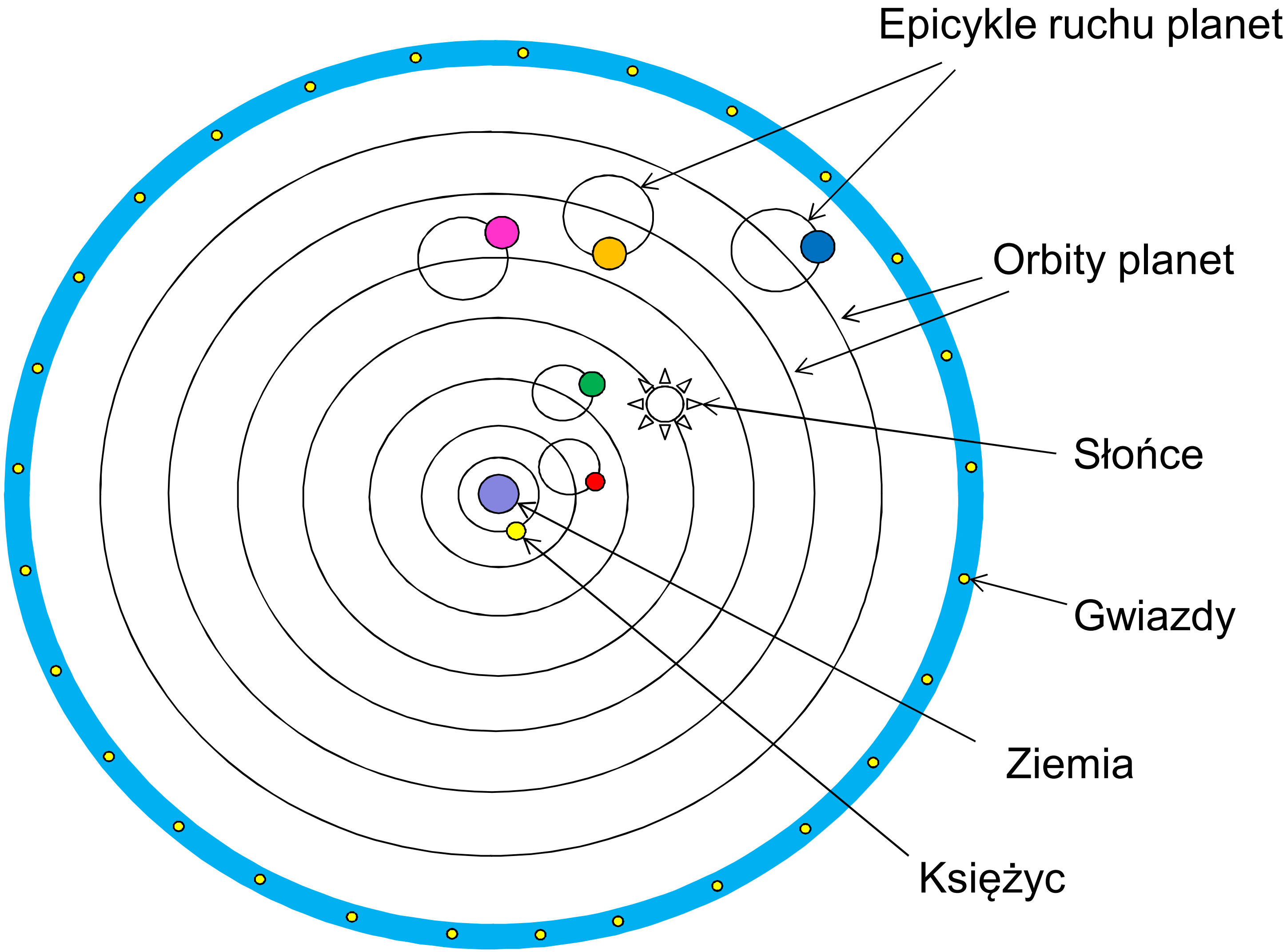
Spór o relację część-całość

- Czy relacja część-całość jest przechodnia?
- Czy można utworzyć całość z dowolnego zbioru przedmiotów ?
- Czy mogą istnieć dwie różne całości utworzone z tych samych części?

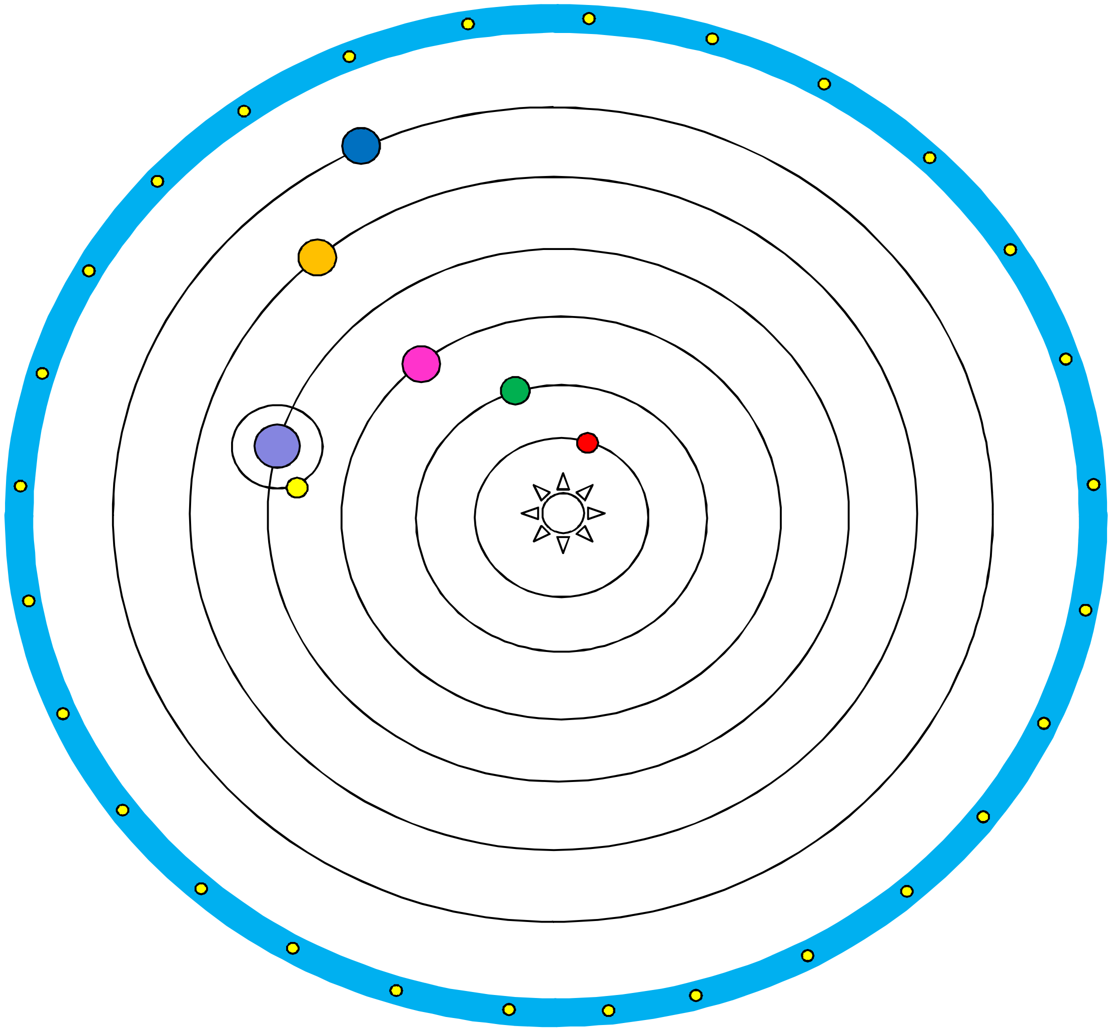
Spór o relację przedmiot-własności

- Reizm
  - Istnieją tylko przedmioty rozumiane jako byty czasoprzestrzenne; przypisywanie istnienia własnościom jest skutkiem nieuzasadnionej reifikacji predykatów.
- „Klasowa” koncepcja przedmiotu
  - Przedmioty istnieją jako sumy swoich właściwości.
- Substancjalizm
  - Istnieją zarówno przedmioty, jak i właściwości.

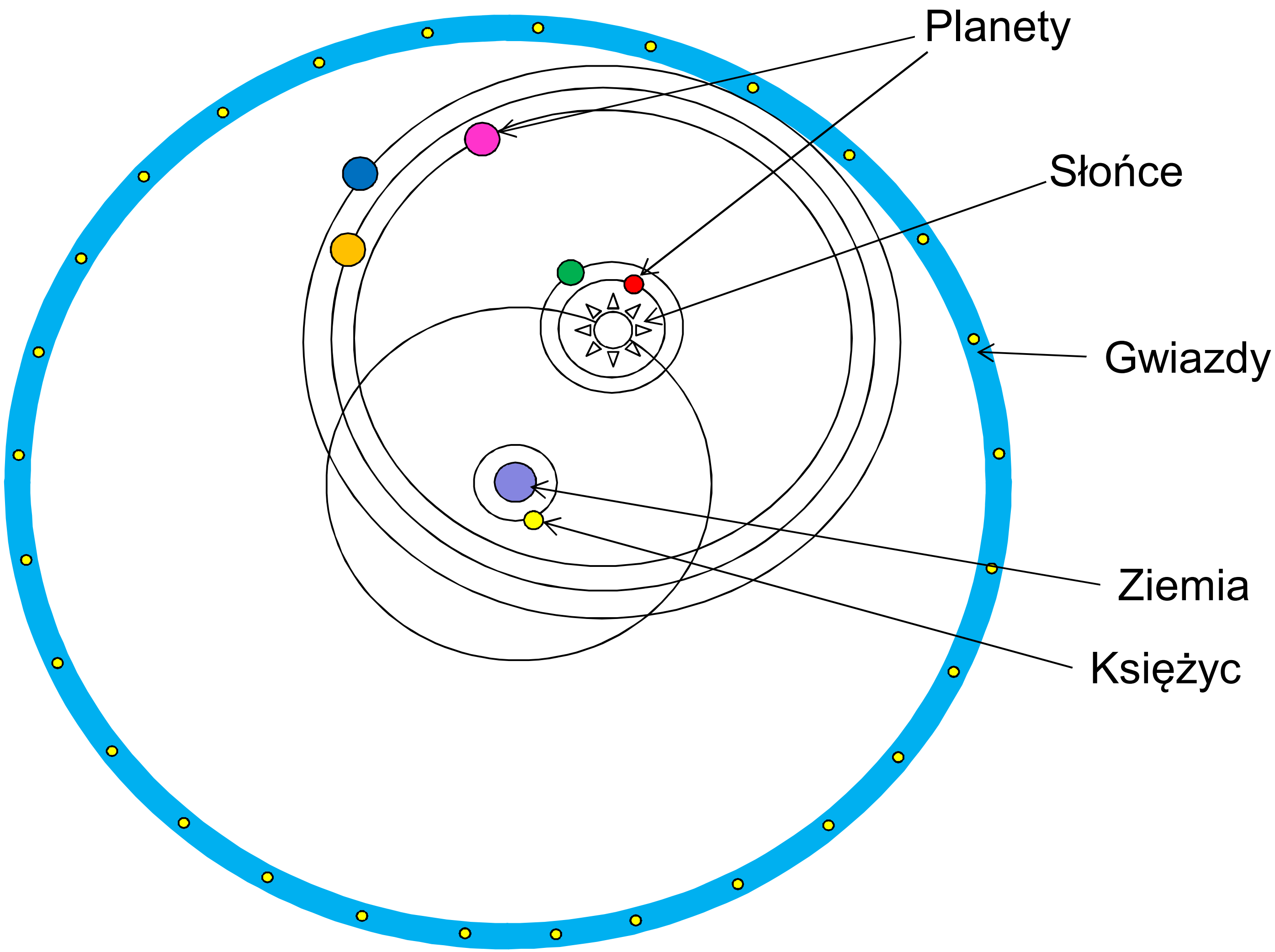
Model Ptolemeusza



Model Kopernika



Model Tycho Brahe



Ontologie stosowane

Willard van Orman Quine:

Ontologia nie odpowiada na pytanie „co istnieje?”, a jedynie na pytanie, jakie są *zobowiązania ontologiczne* danej **teorii aksjomatycznej**.

Co powinniśmy uznać za istniejące, gdy uznajemy tę teorię?

„To be is to be the value of a variable”

– Quine: *On What There Is*, Review of Metaphysics1948

(1969)

POLITECHNIKA GDAŃSKA

Ontologie stosowane
1-sza definicja

Ontologia jest teorią aksjomatyczną:

$$\boldsymbol{O = (L, A, R)}$$

L – język
A – aksjomaty
R – reguły wnioskowania

Ontologie stosowane

Thomas Robert Gruber

Ontologia jest jawną specyfikacją konceptualizacji.

(1993)

POLITECHNIKA GDAŃSKA

Ontologie stosowane
2-ga definicja

Willem Nico Borst

Ontologia jest formalną specyfikacją współdzielonej konceptualizacji.

(1997)

Ontologie stosowane

Willem Nico Borst

Ontologia jest formalną specyfikacją współdzielonej konceptualizacji.

Ontologia jest specyfikacją, czyli opisem, zbiorem zdań.

(1997)

Ontologie stosowane

Willem Nico Borst

Ontologia jest formalną specyfikacją współdzielonej konceptualizacji

Specyfikacją musi być formalna, czyli oparta na jakimś formalizmie. To zapewnia ścisłość tego opisu i eliminuje niejednoznaczności.

(1997)

Ontologie stosowane

Willem Nico Borst

Ontologia jest formalną specyfikacją współdzielonej konceptualizacji.

Specyfikacja dotyczy konceptualizacji.
O konceptualizacji będziemy mówili później.
Teraz przyjmijmy, że jest to pewien **model rzeczywistości** istniejący w naszych umysłach.

(1997)

Ontologie stosowane

Willem Nico Borst

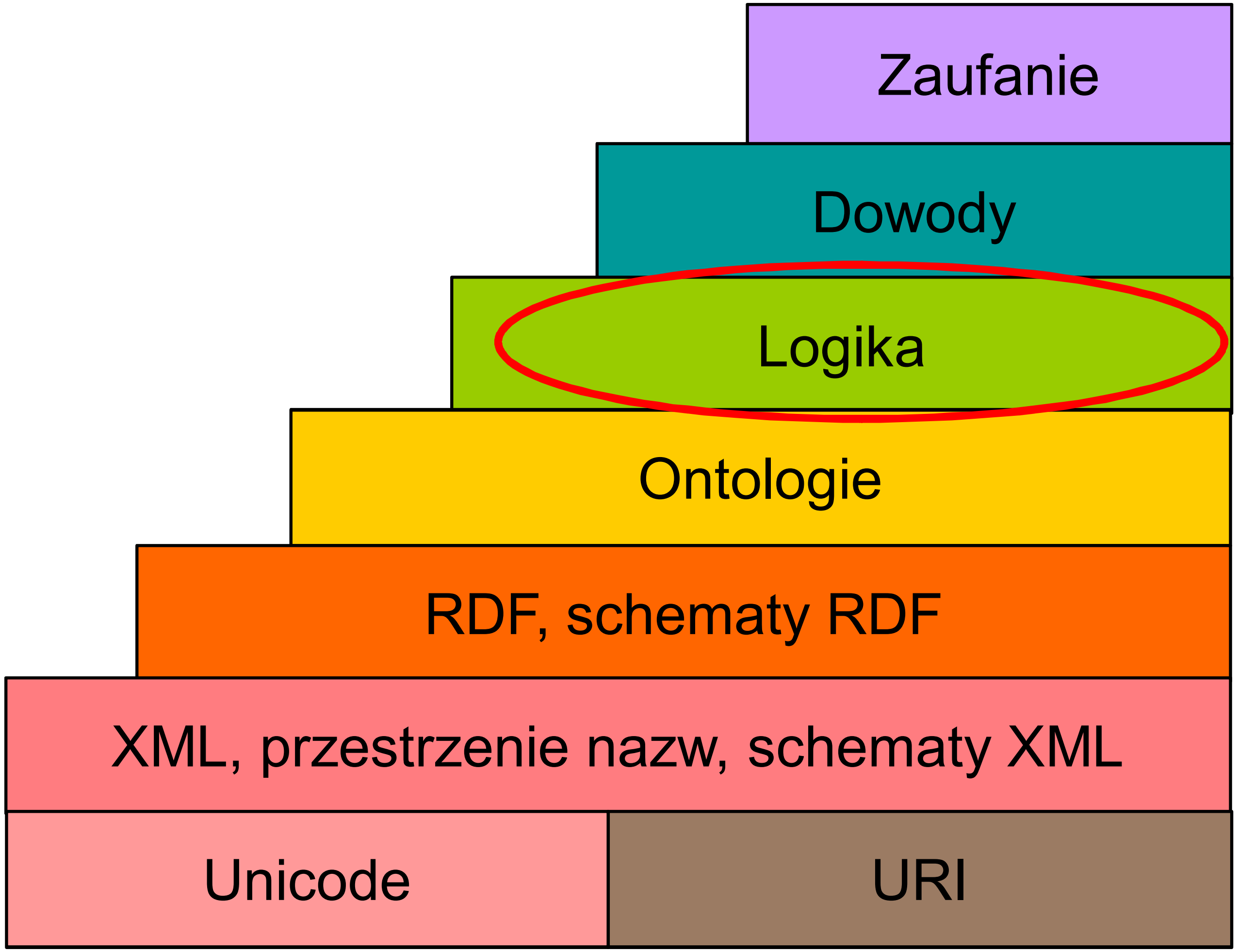
Ontologia jest formalną specyfikacją współdzielonej konceptualizacji.

Konceptualizacja musi być współdzielona, czyli uzgodniona wśród członków jakiejś grupy współpracujących ze sobą ludzi.

(1997)

POLITECHNIKA GDAŃSKA

„Torcik” Semantic Web



www.semanticweb.org

Języki logiki

- Logika zdaniowa,
- Logika pierwszego rzędu (FOL),
- Logika modalna,
- Logika rozmyta,
- Logika sytuacji,
- Reguły Horna (HL),
- Programowanie logiczne (LP): Prolog, Datalog,
- ***Logika opisowa (DL)***

W ramach naszych zajęć będziemy posługiwać się logiką opisową.

POLITECHNIKA GDAŃSKA

Logika opisowa

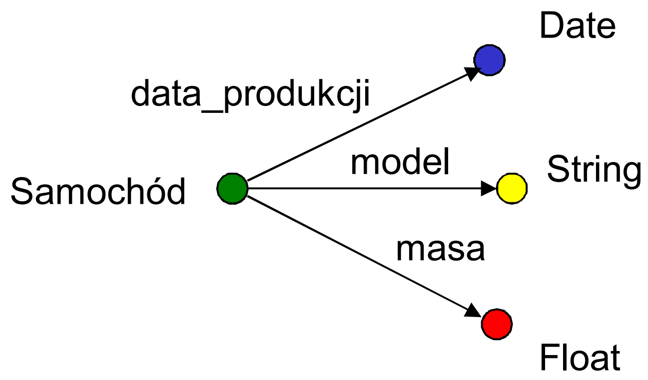
Formalizm służący do opisywania modeli stworzonych za pomocą podejścia ramkowego i sieciowego.

Podejście ramkowe i sieciowe

Podejście ramkowe:

Samochód
data_produkcji: date model: string masa: float

Podejście sieciowe:



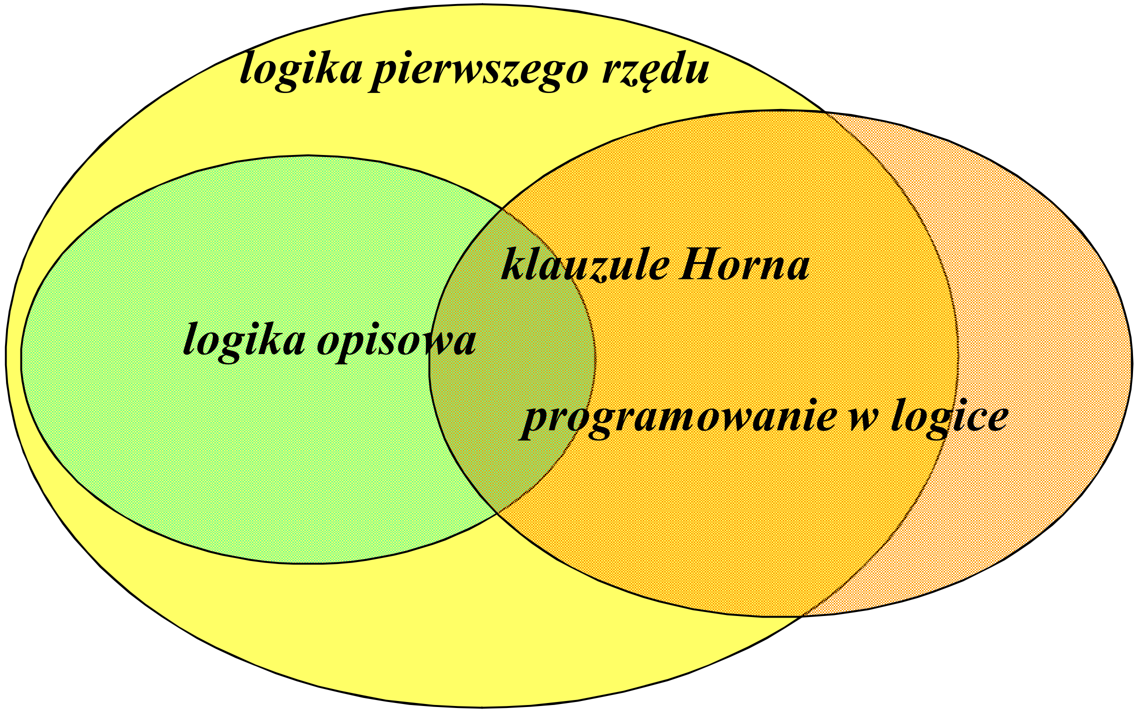
POLITECHNIKA GDAŃSKA

Logika opisowa (deskrypcyjna)
(*Description Logic - DL*)

Jest (rozstrzygalnym) podzbiorem logiki pierwszego rzędu (FOL):

- brak pojęcia funkcji
- wszystkie predykaty są albo unarne, albo binarne
- możliwe tworzenie konstrukcji predykatowych (tzw. *konstruktorów*)

Logika pierwszego rzędu, logika opisowa, klauzule Horna, programowanie w logice



First Order Logic (FOL)
Description Logic (DL)
Horn Logic (HL)
Logic Programming (LP)

POLITECHNIKA GDAŃSKA

Logika opisowa vs. programowanie w logice

Programowanie w logice:

- Lepsza kombinacja ekspresywności i złożoności.
- Sprawne metody wnioskowania.
- Większa dojrzałość dzięki szerszemu zastosowaniu praktycznemu.

Logika opisowa:

- Zachowanie zasad klasycznego wnioskowania (monotoniczność, OWA).
- Możliwość wnioskowania terminologicznego.
- Czytelny i zrozumiały model wykorzystujący ludzką zdolność do kategoryzacji.
- Łatwiejsze powtórne wykorzystanie.

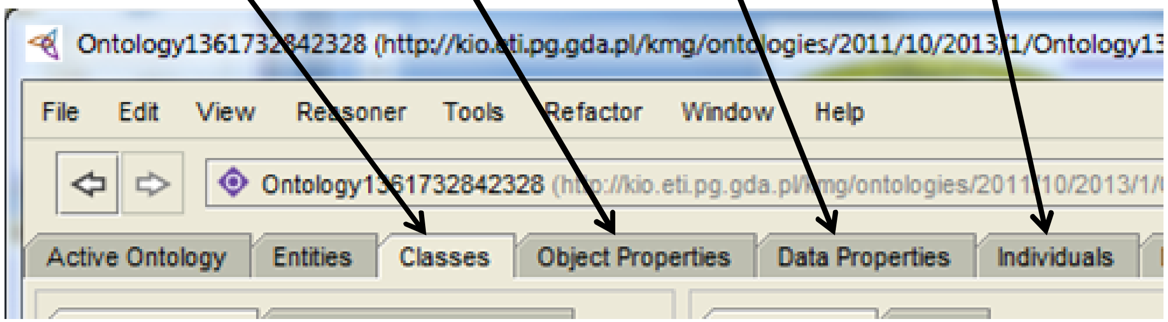
Logika opisowa – nazwy

W logice opisowej panuje specyficzna konwencja nazewnicza:

DL	FOL
koncept prosty	predykat unarny (pierwszego stopnia)
rola	predykat binarny (drugiego stopnia)
koncept złożony, konstruktor	brak prostego odpowiednika, można wyrazić jedynie odpowiednio skonstruowanym zdaniem kwantyfikowanym
indywiduum (osobnik)	indywiduum (osobnik)

Logika opisowa – nazwy

FOL:	predykat unarny	predykat binarny	predykat binarny	indywiduum (osobnik)
DL:	koncept	rola	rola (atrybut)	indywiduum (osobnik)
Protege:	class	object property	data property	individual



POLITECHNIKA GDAŃSKA

Logika opisowa – symbole

W konkretnych aplikacjach predykaty to po prostu nazwy, np. *Człowiek* (predykat unarny), lub *lubi* (predykat binarny).

W rozważaniach ogólnych zamiast tych nazw stosujemy symbole.

Zgodnie z konwencją oznaczamy symbolicznie:

- koncepty literami C i/lub D,
- jeśli wiemy, że koncepty są proste, to literami *A* i *B*,
- role literami *R* i *S*.

Możliwe jest zastosowanie indeksów (np. C_1, C_i).

Logika opisowa – język $\mathcal{ALC}$

Podstawowe elementy:

- koncepty atomowe
  w tym: *koncept uniwersalny* $\top$ (*Top*)
  koncept pusty $\bot$ (*Bottom*)
- role atomowe
- konstruktory konceptów i ról

Konstruktory konceptów złożonych języka $\mathcal{ALC}$:

$\neg C$	- negacja konceptu
$C \sqcap D$	- przecięcie konceptów
$C \sqcup D$	- suma konceptów
$\exists R.C$	- kwantyfikacja egzystencjalna
$\forall R.C$	- kwantyfikacja ogólna (ograniczenie wartości)

Logika opisowa – język $\mathcal{ALC}$

Konstruktory $\mathcal{ALC}$ - odpowiedniki w FOL (półformalna ilustracja):

DL: C'	FOL: $C'(x)$
$\neg C$	$\neg C(x)$
$C \sqcap D$	$C(x) \wedge D(x)$
$C \sqcup D$	$C(x) \vee D(x)$
$\exists R.C$	$\exists y\, R(x, y) \wedge C(y)$
$\forall R.C$	$R(x, y) \rightarrow C(y)$

Konstruktory nie są zdaniami. Można przyjąć, że są pewnym typem formuł zdaniowych.

Konstruktory – przykłady

Suma (*C* ⊔ *D*):

<u>Przykład:</u> Autobus ⊔ SamochódOsobowy

Jest to koncept powstały z konceptów Autobus i SamochódOsobowy, oznaczający samochody zdatne do przewozu osób.

Przecięcie (*C* ⊓ *D*):

<u>Przykład:</u> SamochódOsobowy ⊓ SamochódCiężarowy

Jest to koncept powstały z konceptów SamochódOsobowy i SamochódCiężarowy, oznaczający np. pojazdy typu pickup.

Negacja (¬*C*):

<u>Przykład:</u> ¬SamochódOsobowy

Jest to koncept powstały z konceptu SamochódOsobowy, oznaczający obiekty nie będące samochodami osobowymi (w tym np. ludzi i towary).

Kwantyfikatory – przykłady

Kwantyfikator egzystencjalny ($\exists R.C$)

Przykład: $\exists$kupuje.Towar

Jest to koncept powstały z roli kupuje i konceptu Towar, oznaczający te osobniki, które są powiązane rolą kupuje z chociaż jednym osobnikiem typu Towar (kupiły przynajmniej jeden towar).

Kwantyfikator uniwersalny ($\forall R.C$)

Przykład: $\forall$kupuje.SamochódOsobowy

Jest to koncept powstały z roli kupuje i konceptu SamochódOsobowy, oznaczający te osobniki, które **jeśli** są podmiotem roli kupuje, to z pewnością rola ta wiąże je z osobnikami typu SamochódOsobowy (czyli kupowały tylko samochody osobowe). Ale **UWAGA**: w zakres tego konceptu wchodzą również osobniki, które nie kupowały nic (nawet jeśli nie są ludźmi)!

Logika opisowa – zdania

Szablony zdań (*C* i *D* są konceptami, *R* jest rolą):

1. Zdania terminologiczne (*aksjomaty*):
   - **a)** $C \sqsubseteq D$
   - **b)** $C \equiv D$
2. Zdania opisujące fakty (*asercje*):
   - **a)** $C(a)$
   - **b)** $R(a, b)$

W językach DL nie istnieje możliwość stworzenia zdania złożonego. Zastosowanie spójników logicznych jest zastąpione konstruktorami konceptów złożonych

Logika opisowa – zdania

Szablony zdań DL - odpowiedniki w FOL (formalna ilustracja):

DL:	FOL:
$C \sqsubseteq D$	$\forall x\colon C(x) \rightarrow D(x)$
$C \equiv D$	$\forall x\colon C(x) \leftrightarrow D(x)$
$C(a)$	$C(a)$
$R(a, b)$	$R(a, b)$

POLITECHNIKA GDAŃSKA

Logika opisowa – konstruktory w zdaniach

Przykłady zdań DL - odpowiedniki w FOL (formalna ilustracja):

DL:	FOL:
$A_1 \sqcap A_2 \sqsubseteq B$	$\forall x\colon A_1(x) \wedge A_2(x) \rightarrow B(x)$
$(A_1 \sqcap A_2)(a)$	$A_1(a) \wedge A_2(a)$

POLITECHNIKA GDAŃSKA

Aksjomaty – przykłady

Aksjomaty określają zależności pomiędzy wprowadzonymi konceptami:

CzłonekSpółdzielni $\sqsubseteq$ Lokator

odpowiednik w FOL:

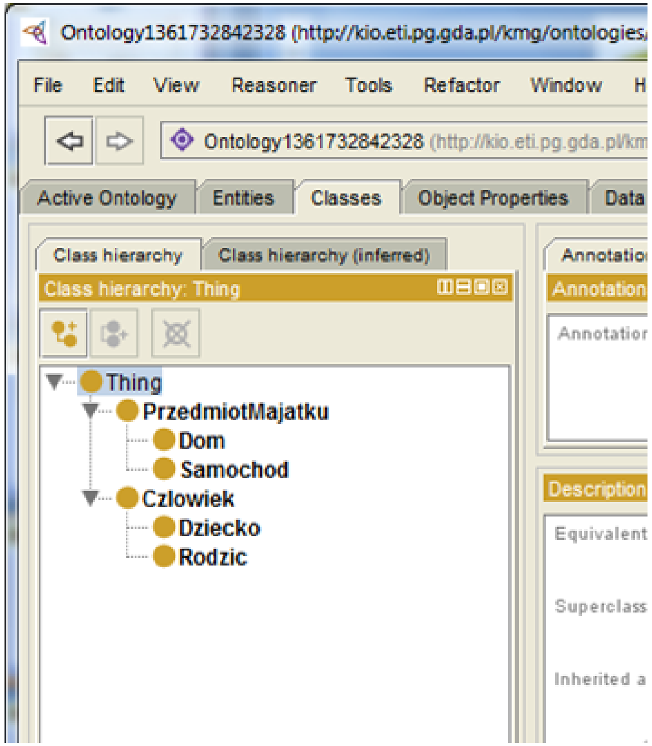
$\forall x$: CzłonekSpółdzielni(x) $\rightarrow$ Lokator(x)

Student $\sqsubseteq$ $\exists$maTutora.Nauczyciel

odpowiednik w FOL:

$\forall x$: Student(x) $\rightarrow$ $\exists y$: maTutora(x, y) $\wedge$ Nauczyciel(y)

Aksjomaty – przykłady



PrzedmiotMajątku ⊑ Thing
Dom ⊑ PrzedmiotMajątku
Samochód ⊑ PrzedmiotMajątku
Człowiek ⊑ Thing
Dziecko ⊑ Człowiek
Rodzic ⊑ Człowiek

Dziedziny i zakresy ról

Dziedzina roli –

Koncept, którego wystąpieniami są osobniki będące pierwszym elementem w parze (*role subjects*).

Definicja aksjomatyczna dziedziny roli *R*:

$$\exists R.\top \sqsubseteq \mathit{Dziedzina}$$

<u>Przykład</u>:

Dziedziną roli *maMęża* jest *Kobieta.*

$$\exists \mathit{maMęża}.\top \sqsubseteq \mathit{Kobieta}$$

Dziedziny i zakresy ról

Zakres roli –

Koncept, którego wystąpieniami są osobniki będące drugim elementem w parze (*role fillers*).

Definicja aksjomatyczna zakresu roli R:

$$\exists R.\neg Zakres \sqsubseteq \bot$$

lub równoważnie:

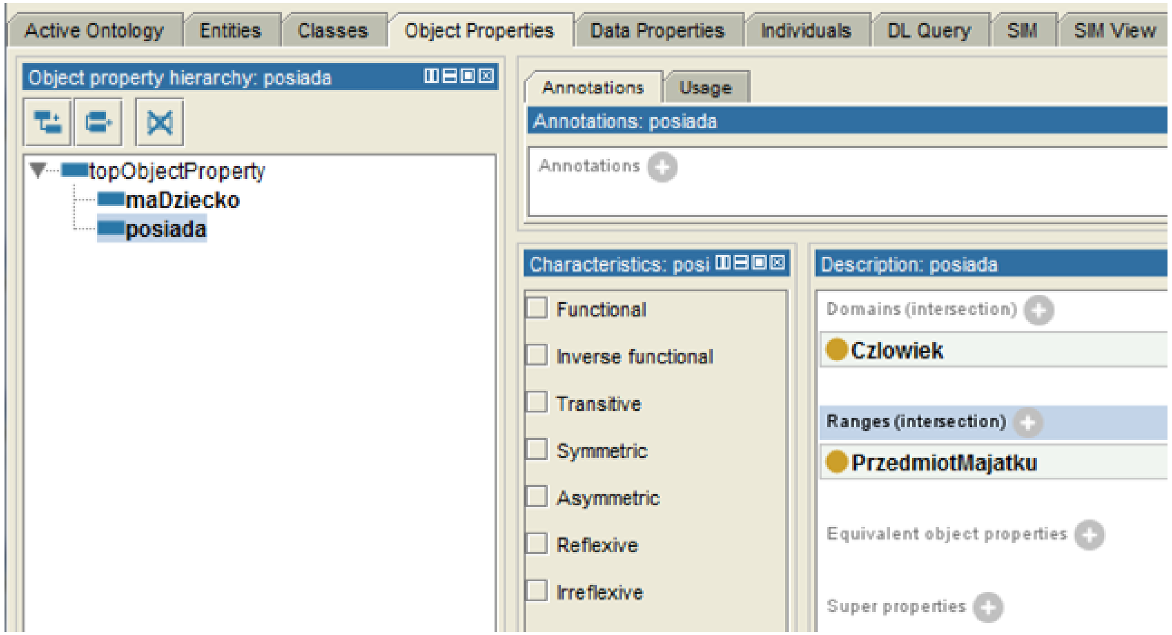
$$\forall R.Zakres \sqsupseteq \top$$

Przykład:

Zakresem roli *maMęża* jest *Mężczyzna.*

$$\exists maMęża.\neg Mężczyzna \equiv \bot$$

Dziedziny i zakresy ról



$$\exists posiada.\top \sqsubseteq Człowiek$$

$$\exists posiada.\neg PrzedmiotMajątku \equiv \bot$$

POLITECHNIKA GDAŃSKA

Notacja OWL Manchester

Używana w wykładzie notacja jest notacją matematyczną, podręcznikową. Charakteryzuje się ona zwięzłością.
W opublikowanych, praktycznie używanych dokumentach stosuje się inne notacje. Najczęściej jest to notacja OWL, przy czym ta notacja ma również kilka wersji.
Na zajęciach laboratoryjnych będziemy posługiwać się tzw. *notacją manchesterską*
(patrz http://www.w3.org/TR/owl2-manchester-syntax/).

Zamieszczona na następnym slajdzie tabelka ukazuje „manchesterskie” odpowiedniki symboli używanych w wykładzie (znaczenie niektórych z nich będzie wyjaśnione później).

Notacja OWL Manchester

Notacja DL	Notacja OWL Manchester	Przykład
Konstruktury		
$\exists R.C$	R some C	maDziecko some Kobieta
$\forall R.C$	R only C	maDziecko only Kobieta
$\exists R.\{a\}$	R value a	maKolor value zielony
$\geqslant n\ R.C$	R min n	maDziecko min 3
$= n\ R.C$	R exactly n	maDziecko exactly 3
$\leqslant n\ R.C$	R max n	maDziecko max 3
$C \sqcap D$	*C* and *D*	Lekarz and Kobieta
$C \sqcup D$	*C* or *D*	Mężczyzna or Kobieta

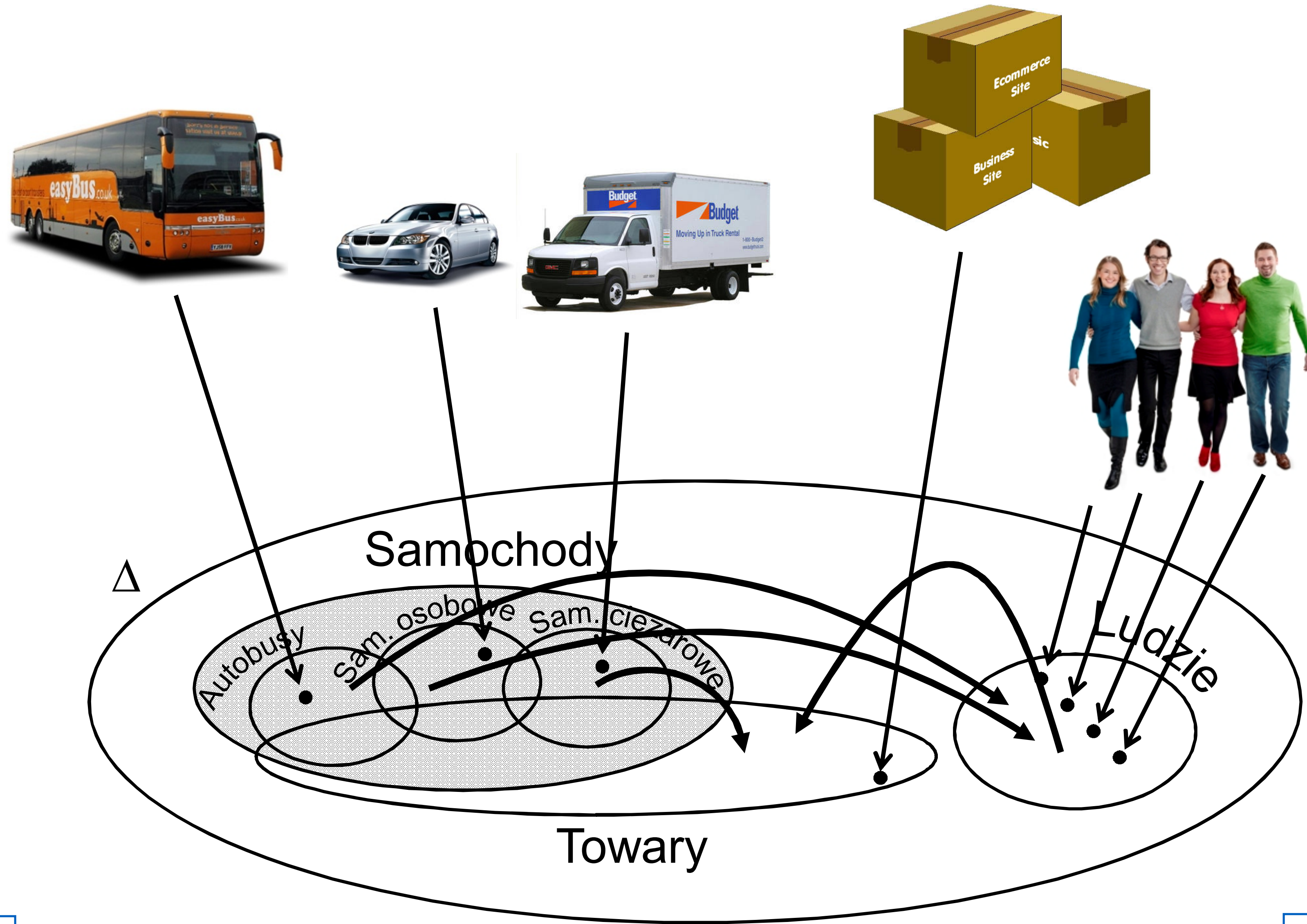
Notacja OWL Manchester

Notacja DL	Notacja OWL Manchester	Przykład
$\neg C$	not C	Not Child
$\exists A.\leqslant_n$	A some int[<= n]	maWiek some int[<=18]
$\exists A.\geqslant_{n1} \wedge \leqslant_{n2}$	A some int[>=18, <=30]	maWiek some int[>=18, <=30]
Zdania		
$C \sqsubseteq D$	C SubClassOf D	Lekarz SubClassOf Człowiek
$C \equiv D$	C EquivalentTo D	Auto EquivalentTo Samochód

POLITECHNIKA GDAŃSKA

Logika opisowa – semantyka

Modelowanie rzeczywistości



Teoria modeli

Semantyka logiki opisowej, podobnie jak semantyka logiki pierwszego rzędu, jest opisana w ramach teorii modeli.

Teoria modeli jest w znacznym stopniu oparta na teorii zbiorów. Dlatego teraz kilka słów przypomnienia...

Podstawy teorii zbiorów (1)

Pojęcia pierwotne:

- Zbiór (oznaczany dużą literą, np. A).
- Element zbioru (oznaczany małą literą, np. a).
- Należenie do zbioru (zapisywane $a \in A$), nienależenie do zbioru (zapisywane $a \notin A$).

Opisanie zbioru:

- Poprzez wymienienie elementów (*ekstensjonalne*): $A = \{a_1, a_2, ..., a_n\}$.
- Poprzez opisanie właściwości elementów (*intensjonalne*): $A = \{a\colon \Phi(a)\}$.

Podstawy teorii zbiorów (2)

Przykłady zbiorów:

- M_1 = {Warszawa, Gdańsk, Katowice},
  M_2 = {Gdańsk, Katowice, Warszawa},
  M_3 = {„Gdańsk”, „Katowice”, „Warszawa”}.

- M_4 = zbiór wszystkich miast w Polsce.
  M_5 = zbiór wszystkich miast na świecie.

- $\mathbb{N}$ = zbiór wszystkich liczb naturalnych,
  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \ldots\}$.

POLITECHNIKA GDAŃSKA

Podstawy teorii zbiorów (3)

Algebra:

- Uniwersum U: zbiór wszystkich zbiorów?
- Element wyróżniony: dziedzina Δ.
  Dla uniknięcia paradoksu Russela: U = $\mathcal{P}(\Delta)$.
- Zbiór pusty (oznaczany symbolem $\varnothing$).
- Inkluzja: $\subseteq$.
- Operatory: $-$, $\cap$, $\cup$, $\div$, $\times$.

POLITECHNIKA GDAŃSKA

Podstawy teorii zbiorów (4)

Algebra: inkluzja

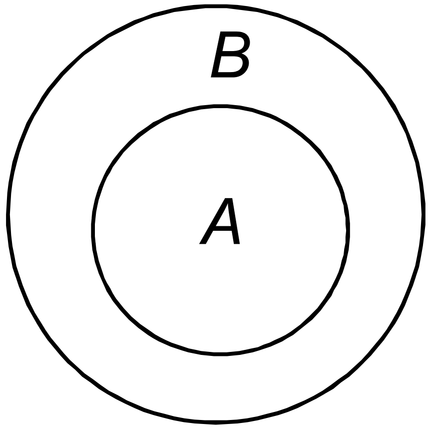
$A \subseteq B$ (czytamy „A zawiera się w B”)

Definicja: $A \subseteq B \equiv_{df}$ jeżeli $a \in A$, to $a \in B$

Właściwości:

- $\forall\, A \in \mathrm{U}$:
  - $\varnothing \subseteq A$,
  - $A \subseteq A$,
  - $A \subseteq \Delta$.
- $\forall\, A, B, C \in \mathrm{U}$:
  - $A \subseteq B$ i $B \subseteq C \rightarrow A \subseteq B$

Diagram Venna:



Podstawy teorii zbiorów (4)

Algebra: suma zbiorów

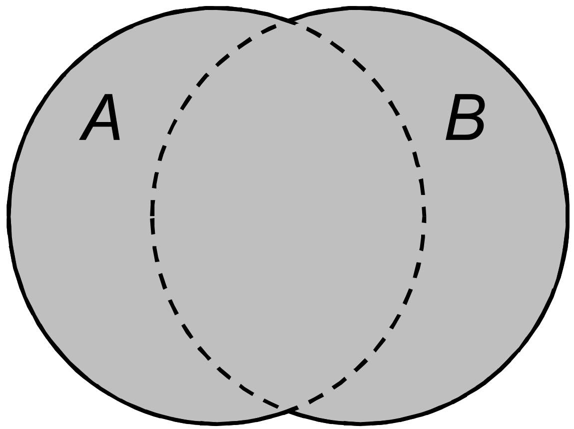
$A \cup B$ (suma zbiorów A oraz B)

Definicja: $A \cup B \equiv_{df} \{a : a \in A \text{ lub } a \in B\}$

Właściwości:

- $\forall A \in U$:
  - $A \cup \varnothing = A$,
  - $A \cup A = A$.
- $\forall A, B \in U$:
  - Jeżeli $A \subseteq B$, to $A \cup B = B$
  - $A \cup B = B \cup A$.

Diagram Venna:



Podstawy teorii zbiorów (5)

Algebra: iloczyn zbiorów

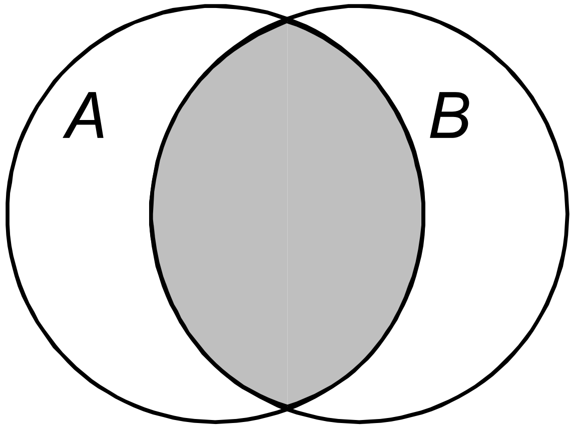
$A \cap B$ (iloczyn zbiorów A oraz B)

Definicja: $A \cap B \equiv_{df} \{a\!: a \in A \text{ oraz } a \in B\}$

Właściwości:

- $\forall A \in \mathrm{U}$:
  - $A \cap \varnothing = \varnothing$,
  - $A \cap A = A$.
- $\forall A, B \in \mathrm{U}$:
  - Jeżeli $A \subseteq B$, to $A \cap B = A$
  - $A \cap B = B \cap A$.

Diagram Venna:



Podstawy teorii zbiorów (6)

Algebra: różnica zbiorów

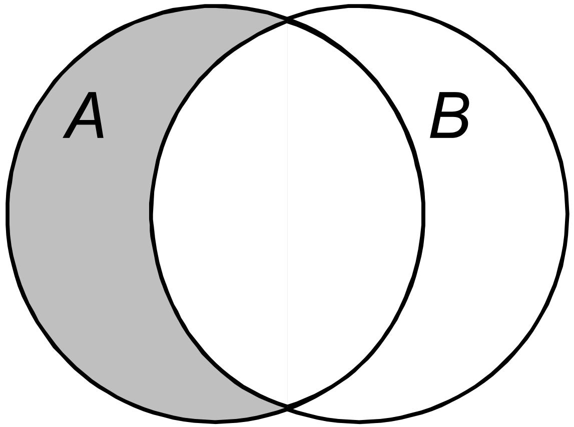
$A - B$ (różnica zbiorów A oraz B)

Definicja: $a \in A - B \equiv_{df} \{a\!: a \in A \text{ oraz } a \notin B\}$

Właściwości:

- $\forall A \in U$:
  - $A - \emptyset = A$,
  - $A - A = \emptyset$.
- $\forall A, B \in U$:
  - Jeżeli $A \subseteq B$, to $A - B = \emptyset$
  - Jeżeli $B \not\subseteq A$,
    to $A - B \cup B \neq A$.

Diagram Venna:



Podstawy teorii zbiorów (7)

Algebra: różnica symetryczna zbiorów

$A \div B$ (różnica symetryczna zbiorów A oraz B)

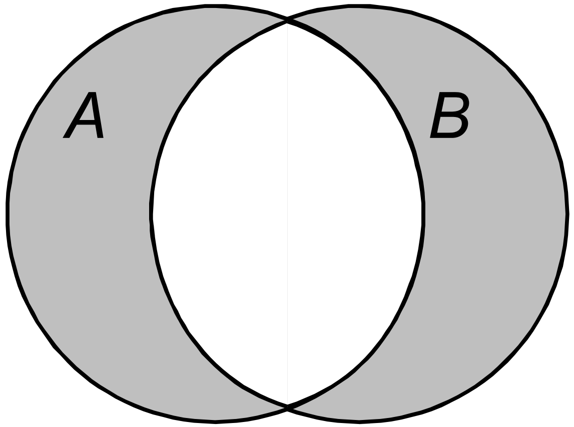
Definicja: $a \in A \div B \equiv_{df} \{a\text{: } a \in A \cup B \text{ oraz } a \notin A \cap B\}$

Właściwości:

Różnica symetryczna jest operacją złożoną:

- $A \div B = A \cup B - A \cap B.$

Diagram Venna:

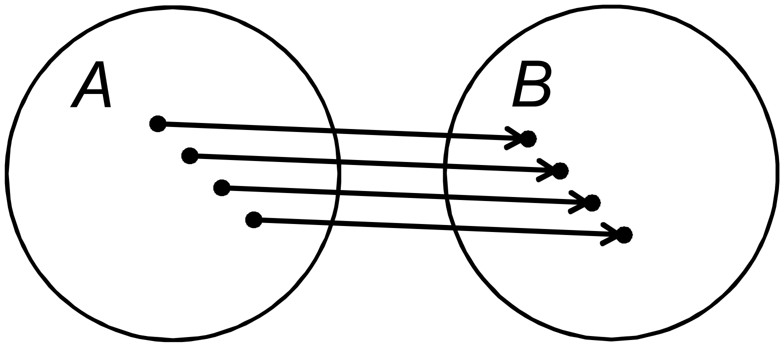


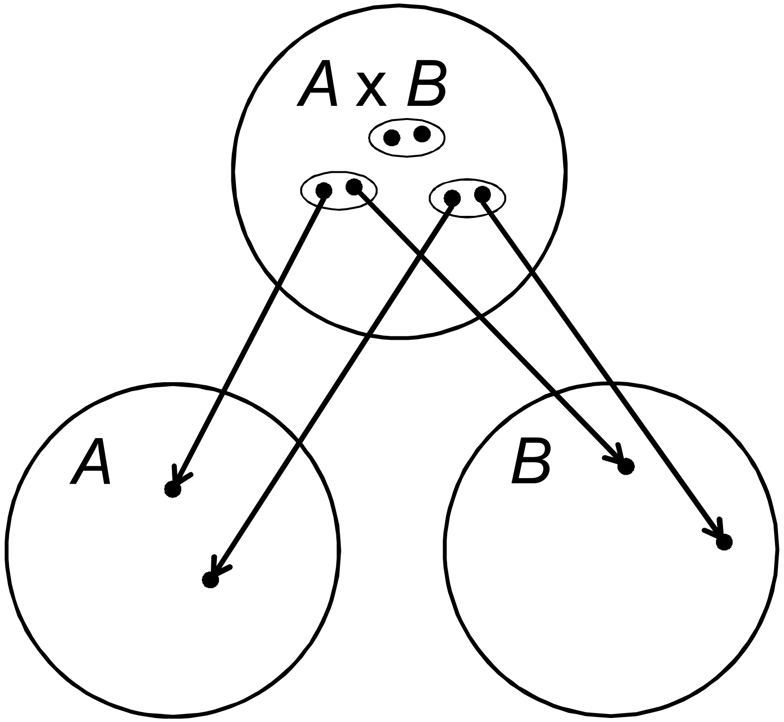
Podstawy teorii zbiorów (8)

Iloczyn kartezjański zbiorów

$A \times B$ (iloczyn kartezjański zbiorów A oraz B)

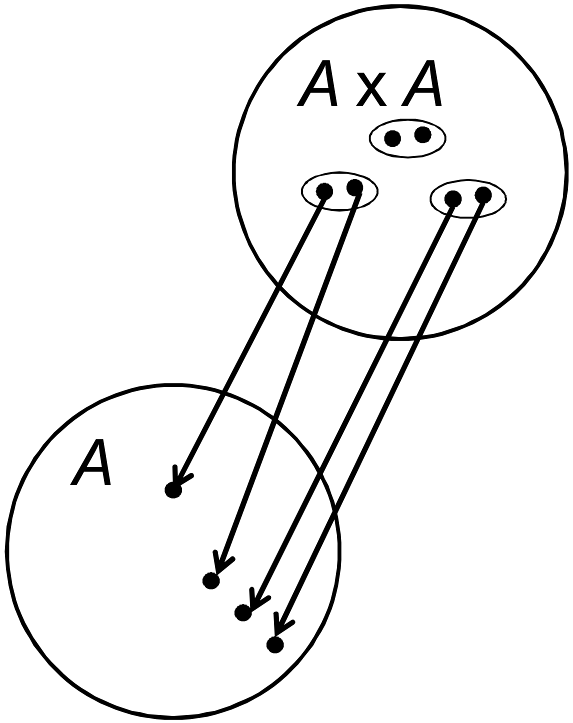
Definicja: $A \times B \equiv_{df} \{(a, b): a \in A \text{ oraz } b \in B\}$

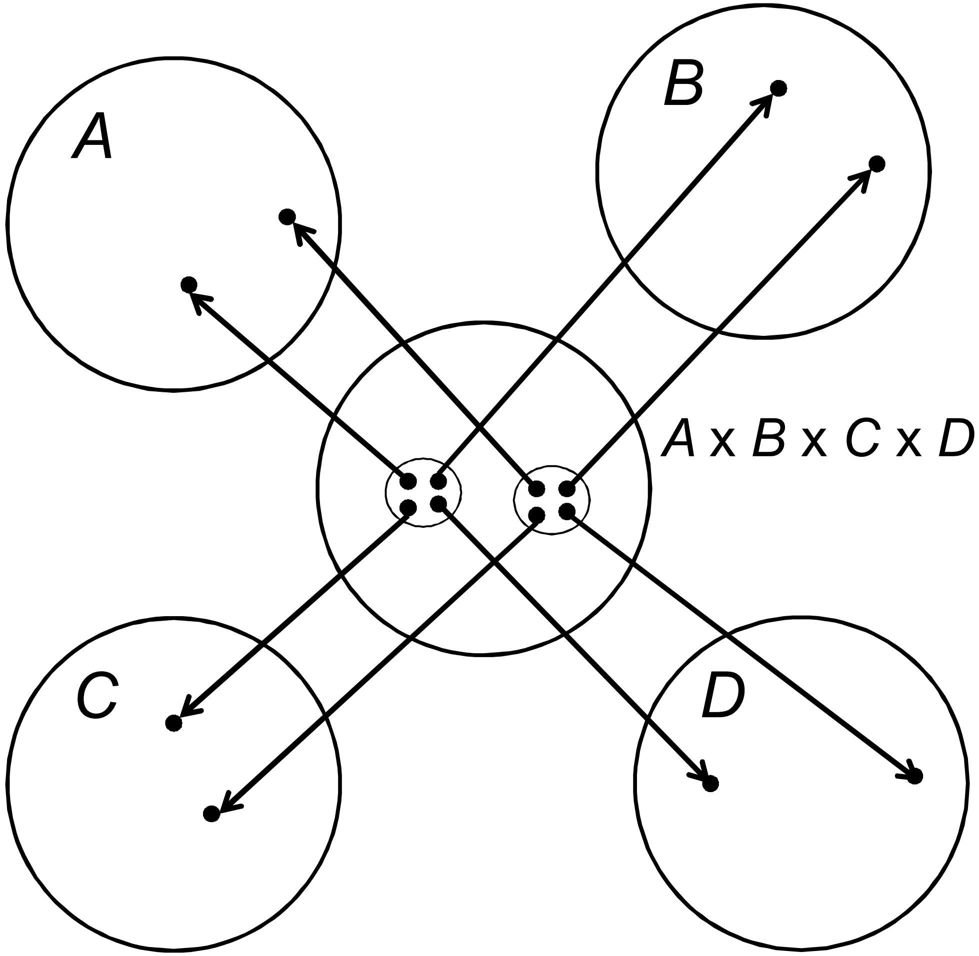




Podstawy teorii zbiorów (9)

Iloczyn kartezjański zbiorów





Logika opisowa – interpretacja

Z formalnego punktu widzenia *interpretacja* to para $\mathcal{I}=(\Delta, \bullet^{\mathcal{I}})$, gdzie Δ jest dziedziną, a $\bullet^{\mathcal{I}}$ to odwzorowanie przypisujące:

- każdemu konceptowi *C* podzbiór Δ: $C^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta$,
- każdej roli *R* podzbiór $\Delta \times \Delta$: $R^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta \times \Delta$,
- każdej nazwie osobnika *a* element Δ: $a^{\mathcal{I}} \in \Delta$.

Odwzorowanie to musi spełnić następujące warunki:

$$\top^{\mathcal{I}} = \Delta$$

$$\bot^{\mathcal{I}} = \emptyset$$

$$(C \sqcap D)^{\mathcal{I}} = C^{\mathcal{I}} \cap D^{\mathcal{I}}$$

$$(C \sqcup D)^{\mathcal{I}} = C^{\mathcal{I}} \cup D^{\mathcal{I}}$$

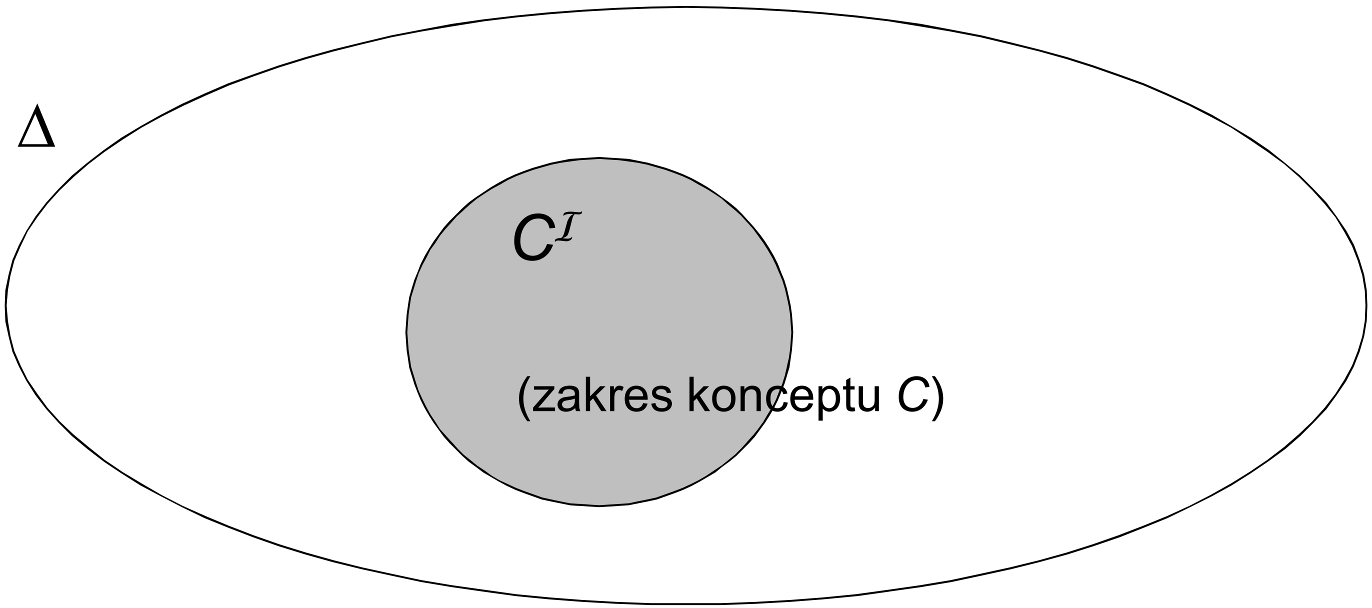
$$(\neg C)^{\mathcal{I}} = \Delta - C^{\mathcal{I}}$$

$$(\exists R.C)^{\mathcal{I}} = \{e \in \Delta: \exists f: (e, f) \in R^{\mathcal{I}}, f \in C^{\mathcal{I}}\}$$

$$(\forall R.C)^{\mathcal{I}} = \{e \in \Delta: \forall f: (e, f) \in R^{\mathcal{I}} \rightarrow f \in C^{\mathcal{I}}\}$$

Logika opisowa – interpretacja

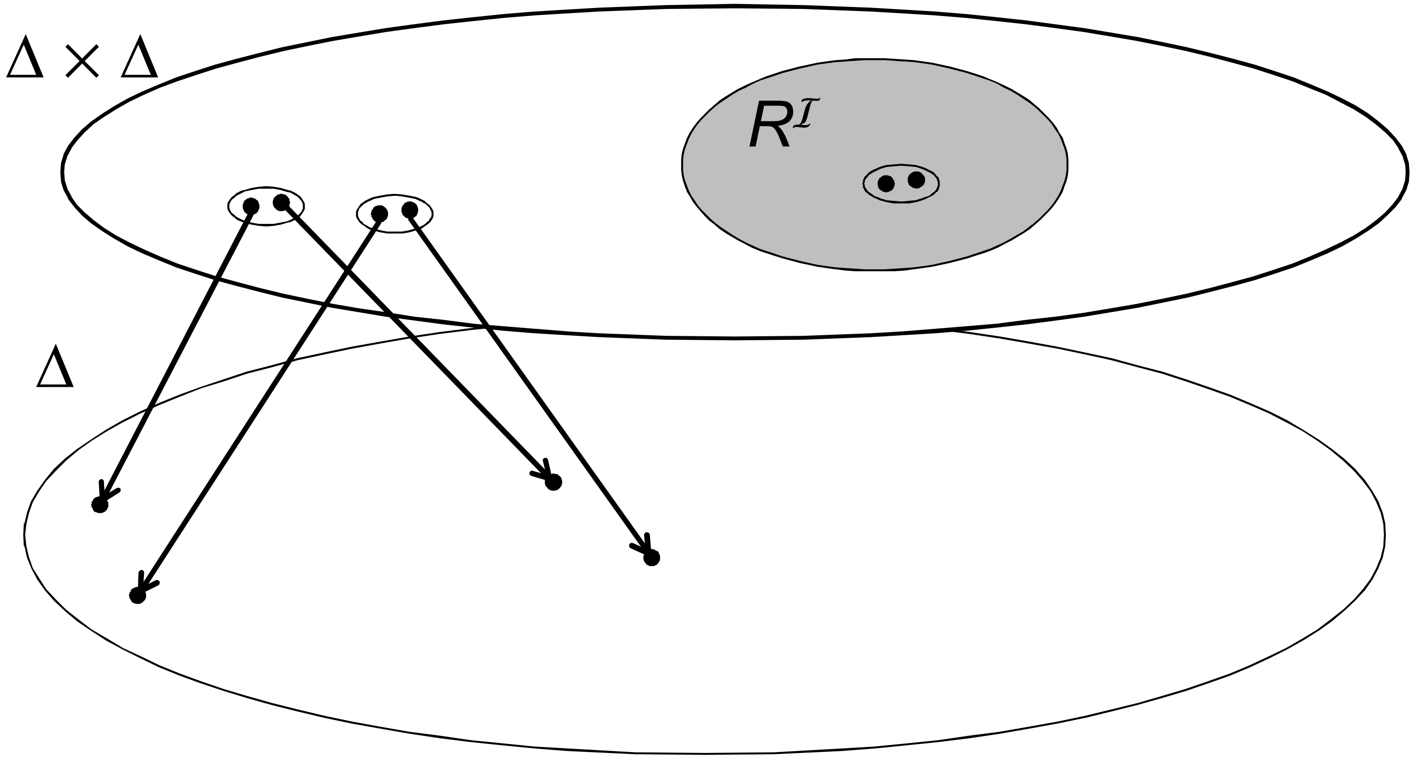
Odwzorowanie $\bullet^{\mathcal{I}}$ każdemu konceptowi C przypisuje podzbiór Δ: $C^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta$



Logika opisowa – interpretacja

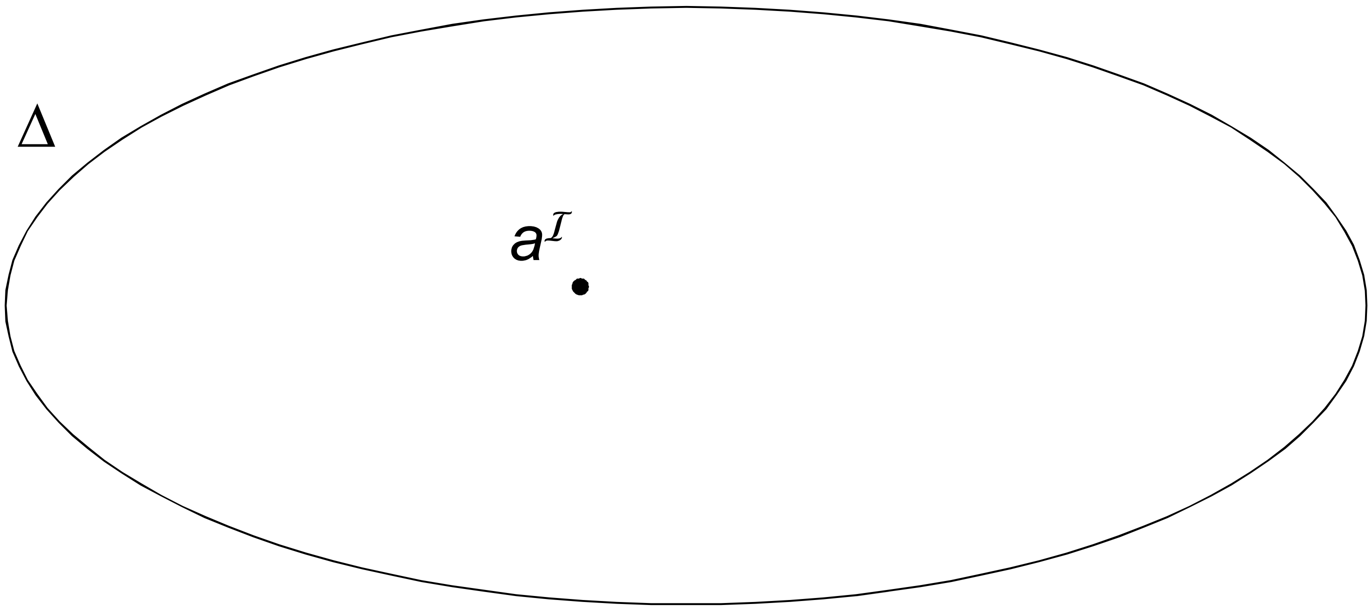
Odwzorowanie $\bullet^{\mathcal{I}}$ każdej roli *R* podzbiór $\Delta \times \Delta$:

$R^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta \times \Delta$



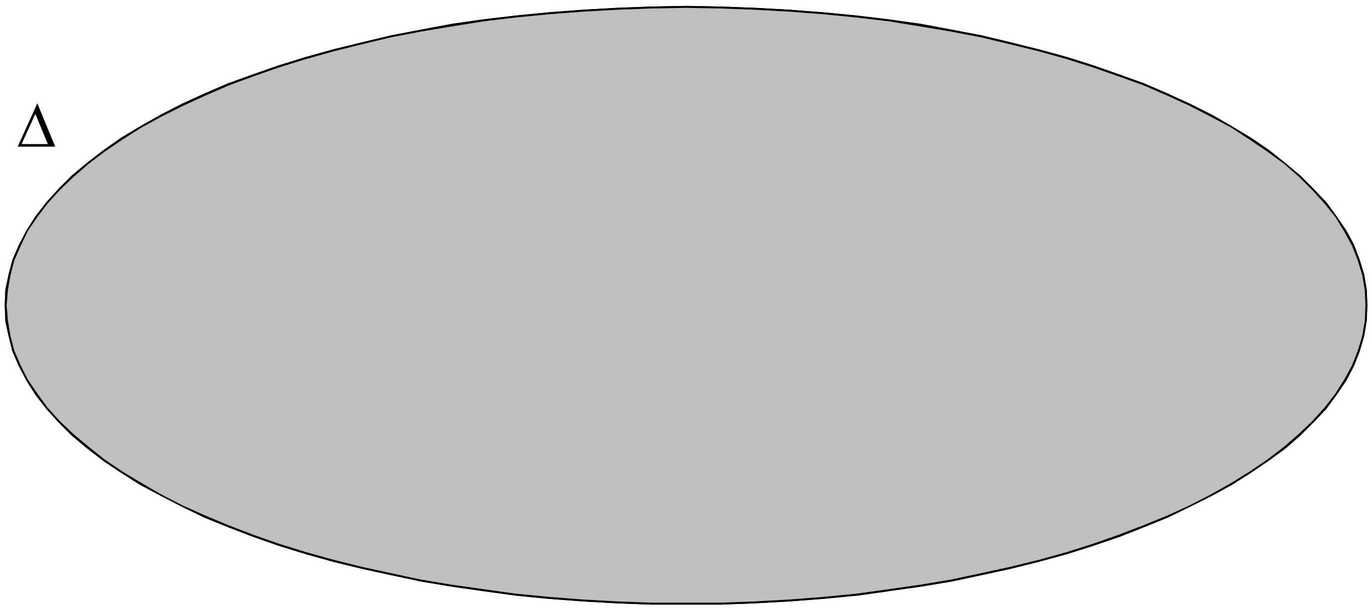
Logika opisowa – interpretacja

Odwzorowanie $\bullet^{\mathcal{I}}$ każdej nazwie osobnika *a* element Δ:
$a^{\mathcal{I}} \in \Delta$



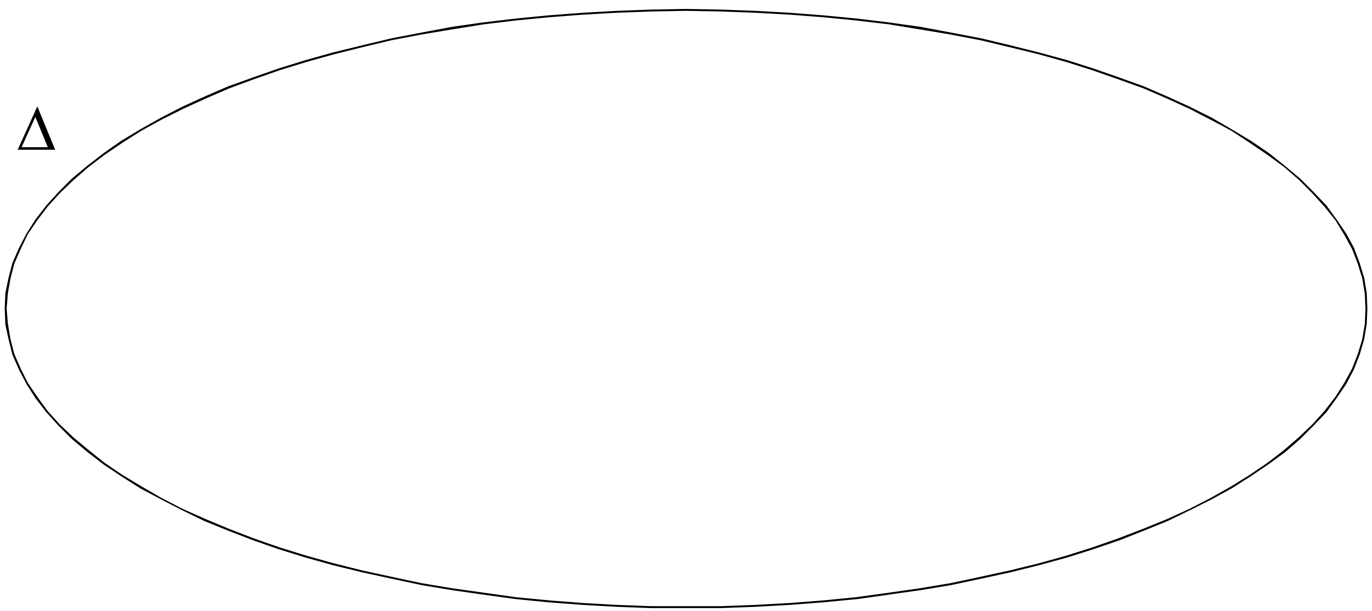
Logika opisowa – interpretacja

Odwzorowanie $\bullet^{\mathcal{I}}$ musi konceptowi uniwersalnemu $\top$ przypisać całą Δ: $\top^{\mathcal{I}} = \Delta$



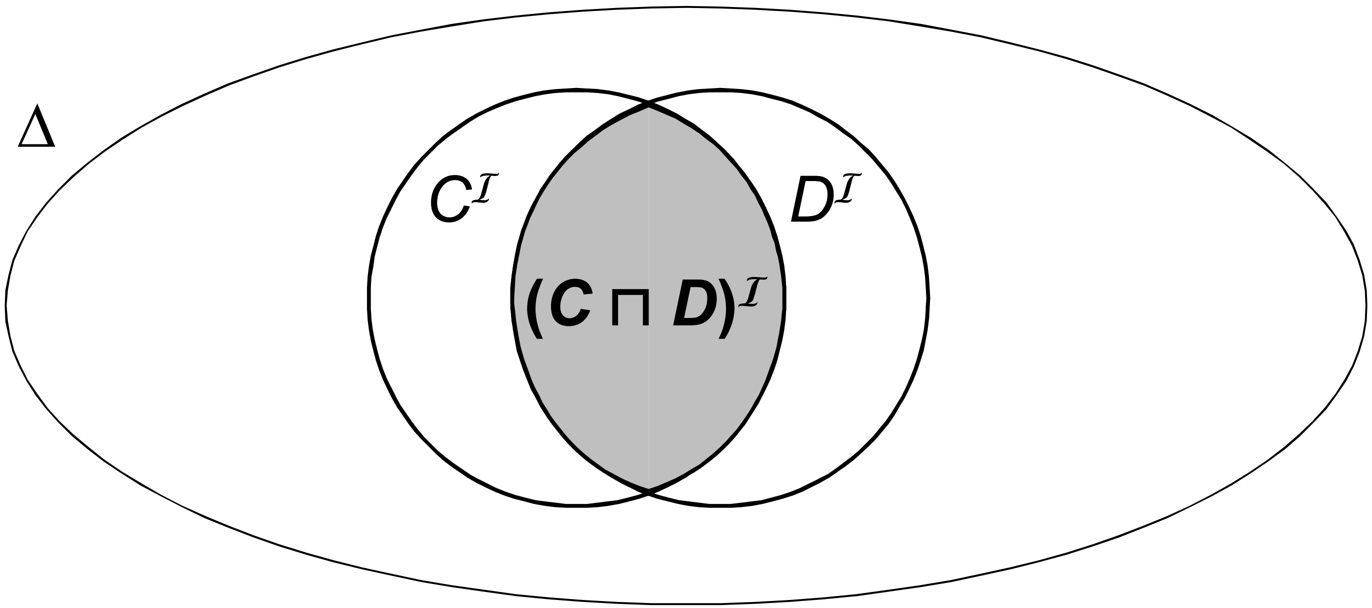
Logika opisowa – interpretacja

Odwzorowanie $\bullet^{\mathcal{I}}$ musi konceptowi pustemu przypisać pusty zbiór: $\bot^{\mathcal{I}} = \emptyset$



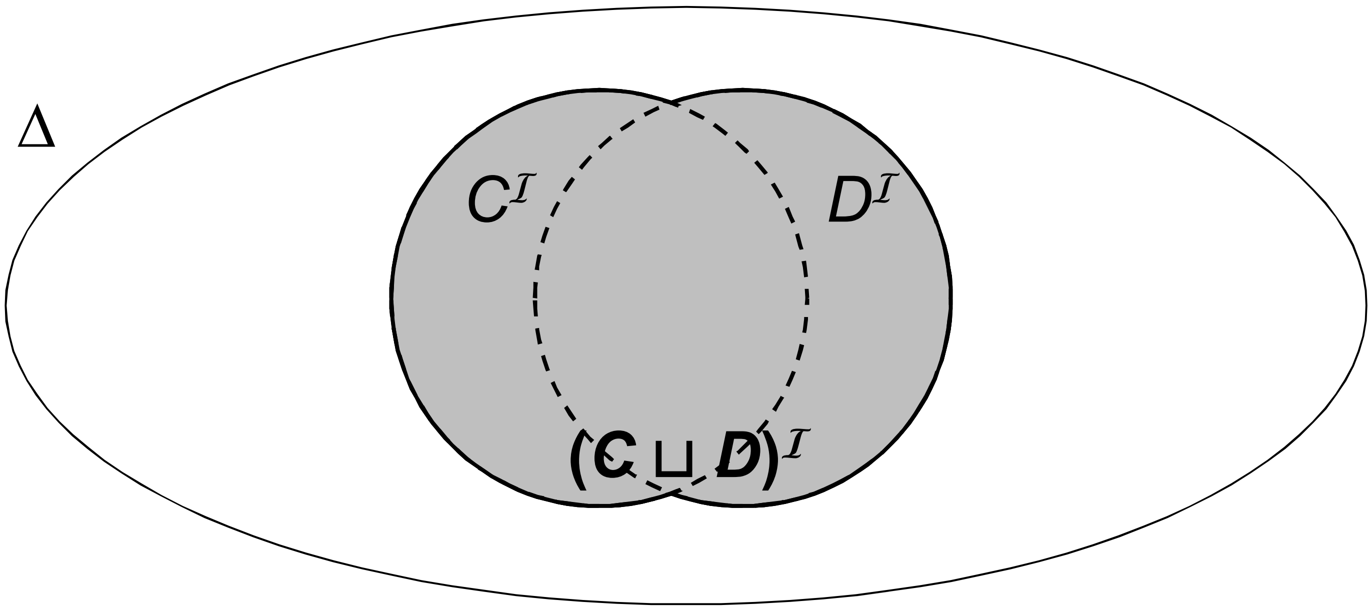
Logika opisowa – interpretacja

Odwzorowanie $\bullet^{\mathcal{I}}$ każdemu konceptowi złożonemu postaci $C \sqcap D$ przypisuje iloczyn zbiorów $C^{\mathcal{I}} \cap D^{\mathcal{I}}$



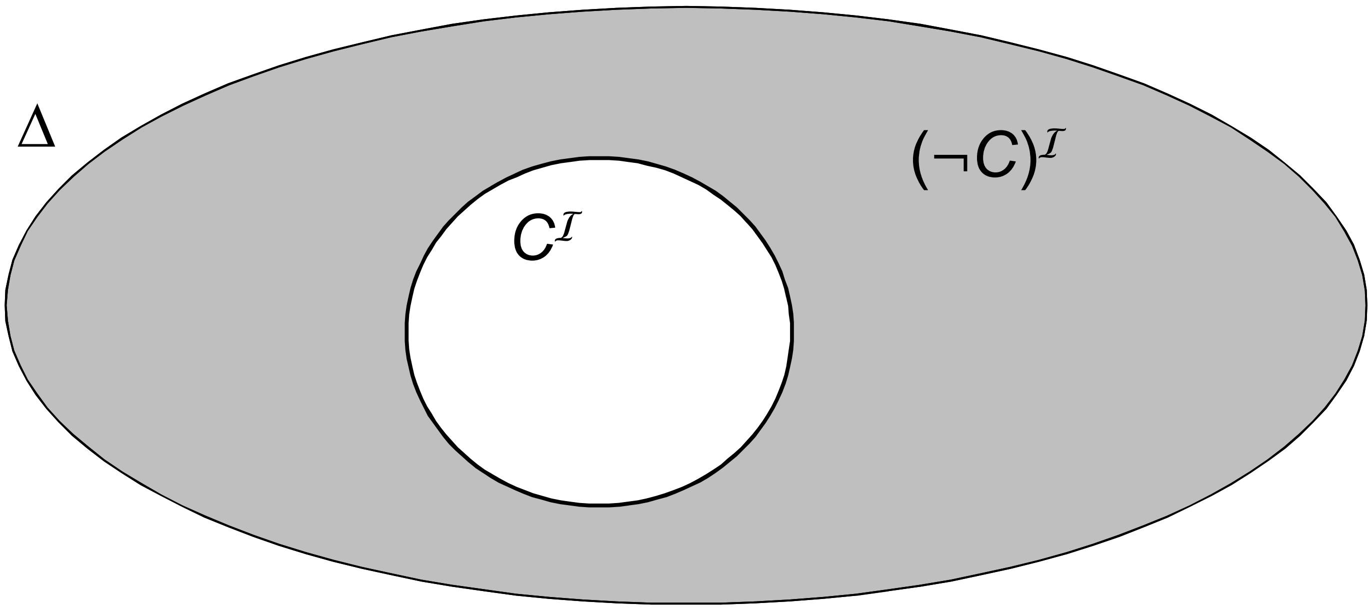
Logika opisowa – interpretacja

Odwzorowanie $\bullet^{\mathcal{I}}$ każdemu konceptowi złożonemu postaci $C \sqcup D$ przypisuje sumę zbiorów $C^{\mathcal{I}} \cup D^{\mathcal{I}}$



Logika opisowa – interpretacja

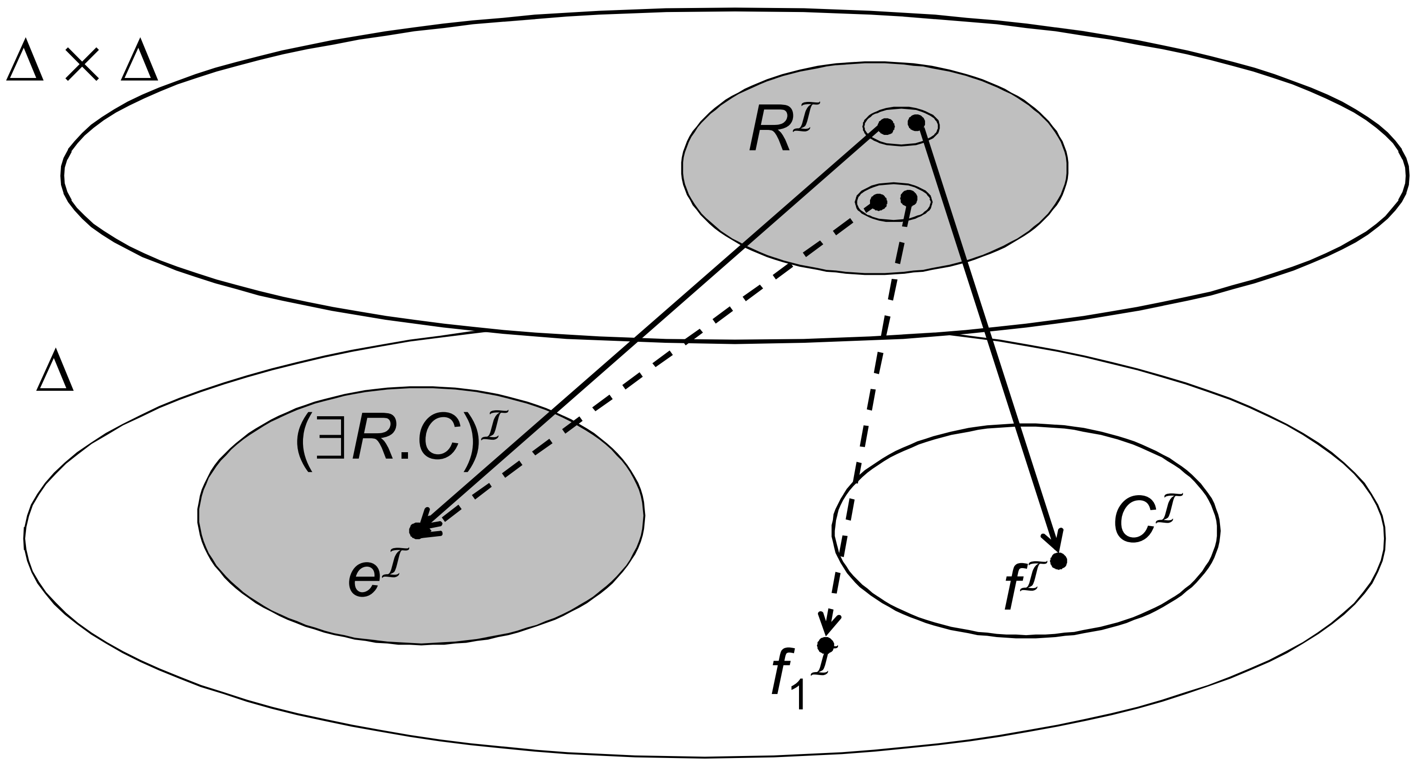
Odwzorowanie $\bullet^{\mathcal{I}}$ każdemu konceptowi złożonemu postaci $\neg C$ przypisuje różnicę zbiorów $\Delta - C^{\mathcal{I}}$



Logika opisowa – interpretacja

Odwzorowanie $\bullet^{\mathcal{I}}$ każdemu konceptowi złożonemu postaci $\exists R.C$ przypisuje taki podzbiór Δ:

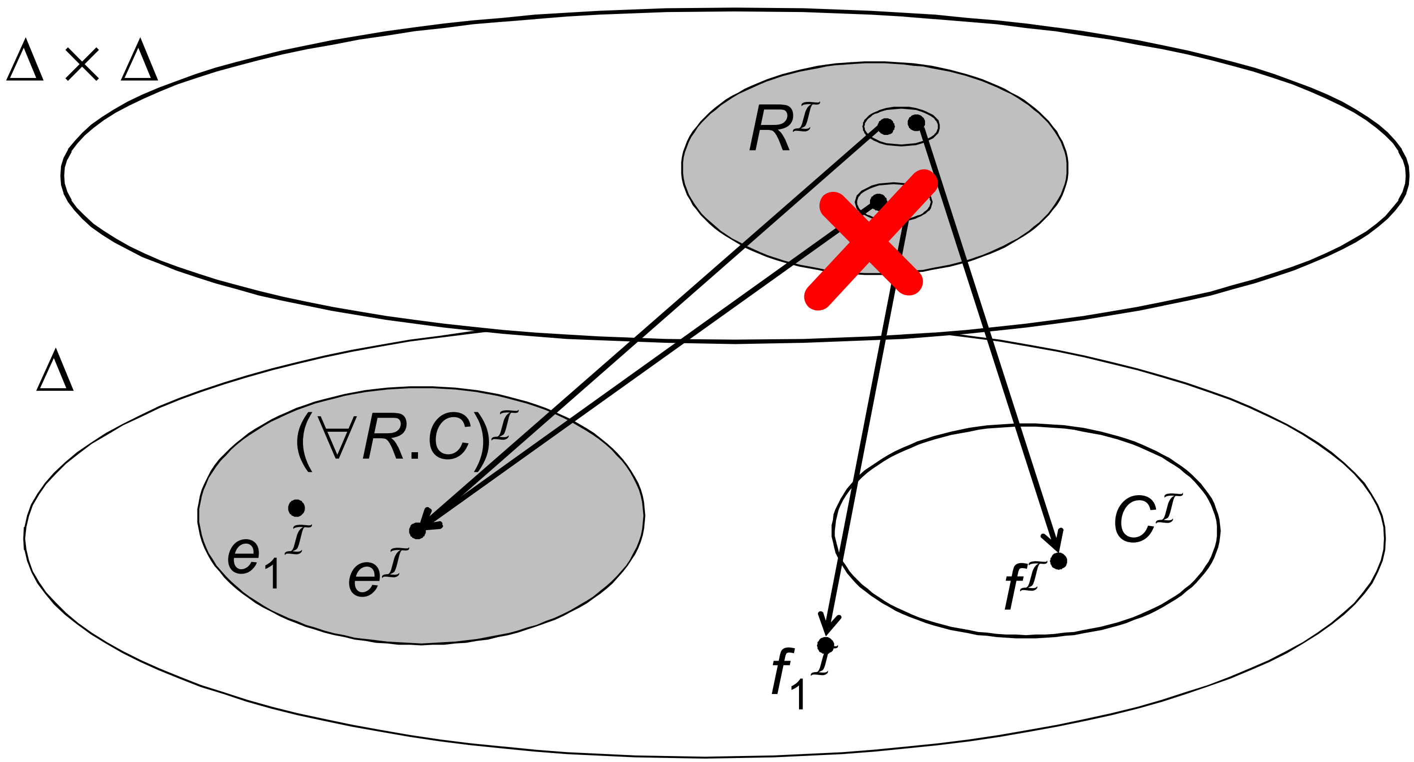
$\{e \in \Delta\colon \exists f\colon (e, f) \in R^{\mathcal{I}}, f \in C^{\mathcal{I}}\}$



Logika opisowa – interpretacja

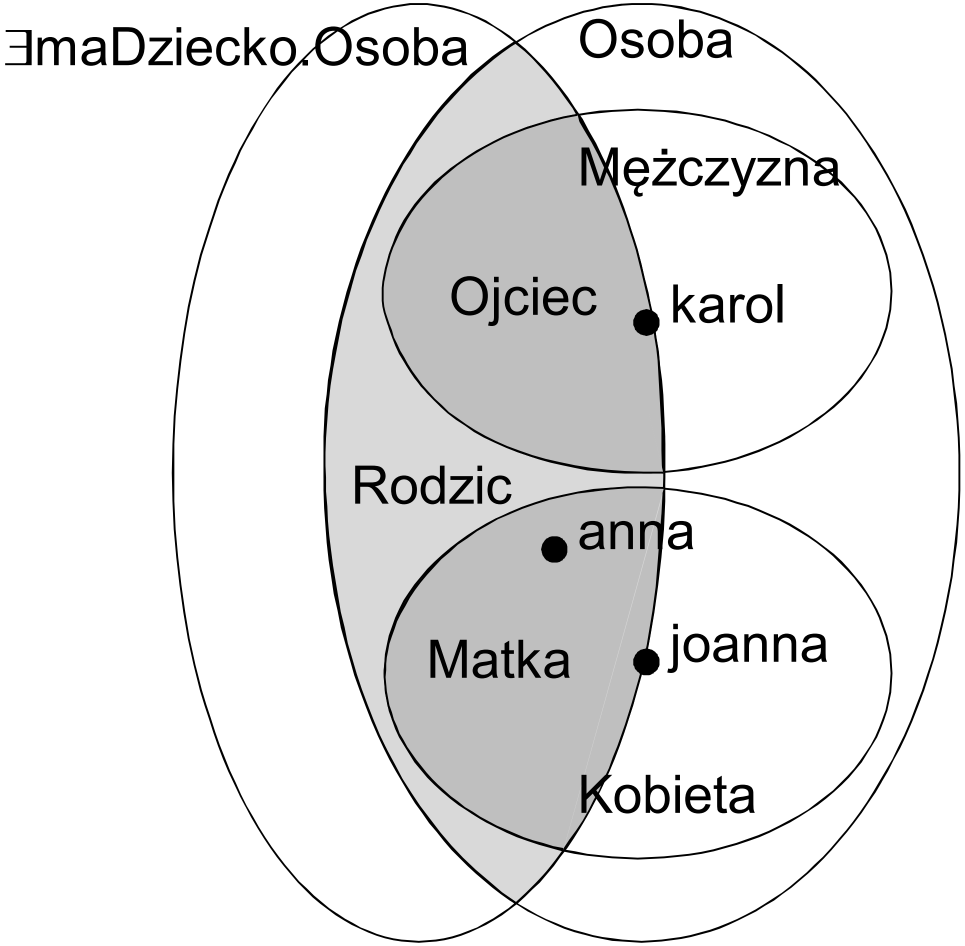
Odwzorowanie $\bullet^{\mathcal{I}}$ każdemu konceptowi złożonemu postaci $\forall R.C$ przypisuje taki podzbiór Δ:

$\{e \in \Delta\colon \forall f\colon (e, f) \in R^{\mathcal{I}} \rightarrow f \in C^{\mathcal{I}}\}$



Logika opisowa – semantyka

Przykład interpretacji. Interpretacja taka mogła powstać tylko na podstawie pewnego zbioru zdań.



Semantyka – wynikanie i spełnianie

- Załóżmy, że $\mathcal{I}$ jest interpretacją zbioru zdań S.
- Fakt **spełniania** pewnego zdania ϕ przez interpretację $\mathcal{I}$ zapisujemy jako $\mathcal{I} \models \phi$.
- Interpretacja $\mathcal{I}$ **spełnia** S ($\mathcal{I} \models S$), spełniając każde zdanie $\phi \in S$; taką interpretację nazywamy **modelem**.
- Zdanie ϕ' **wynika** (**semantycznie**) z S ($S \models \phi'$), gdy każdy model S spełnia też ϕ':

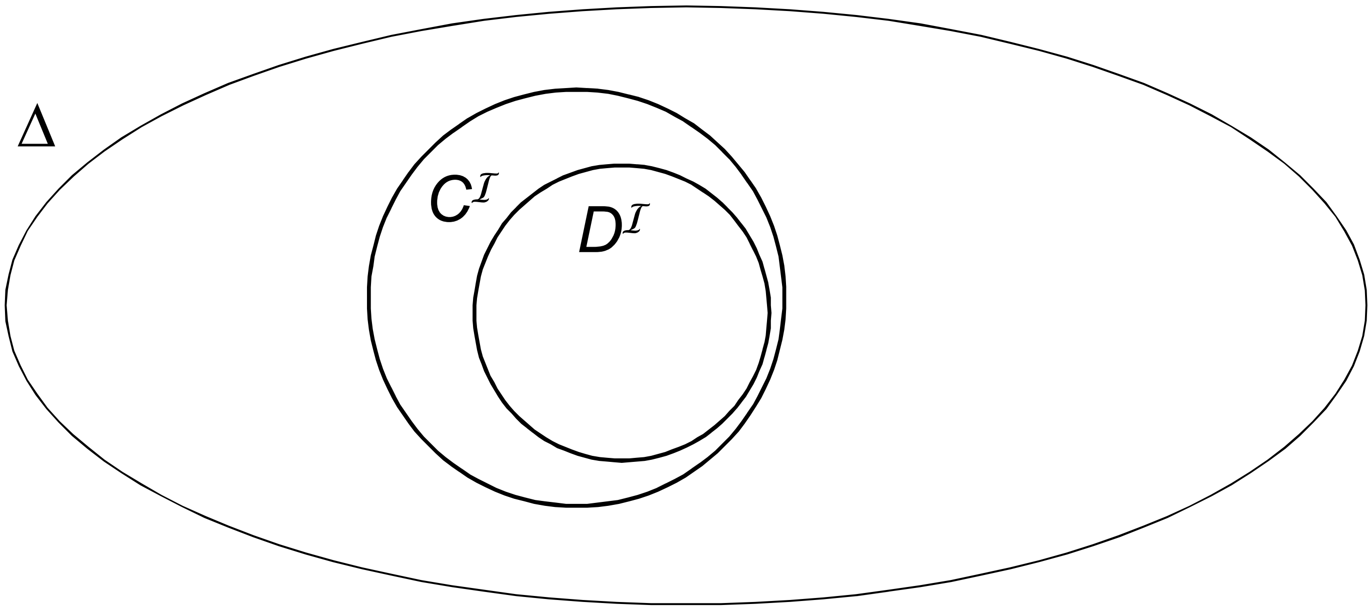
$$S \models \phi' \leftrightarrow \forall \mathcal{I}\colon \mathcal{I} \models S \rightarrow \mathcal{I} \models \phi'$$

Logika opisowa – spełnianie zdań

1. Zdania terminologiczne (*aksjomaty*):
   a) Dana interpretacja $\mathcal{I}$ spełnia zdanie $\boldsymbol{C} \sqsubseteq \boldsymbol{D}$ wtwg $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$.
   b) Dana interpretacja $\mathcal{I}$ spełnia zdanie $\boldsymbol{C} \equiv \boldsymbol{D}$ wtwg $C^{\mathcal{I}} = D^{\mathcal{I}}$.
2. Zdania opisujące fakty (*asercje*):
   a) Dana interpretacja $\mathcal{I}$ spełnia zdanie $\boldsymbol{C(a)}$ wtwg $a^{\mathcal{I}} \in C^{\mathcal{I}}$.
   b) Dana interpretacja $\mathcal{I}$ spełnia zdanie $\boldsymbol{R(a,b)}$ wtwg $(a^{\mathcal{I}},b^{\mathcal{I}}) \in R^{\mathcal{I}}$.

Logika opisowa – spełnianie zdań

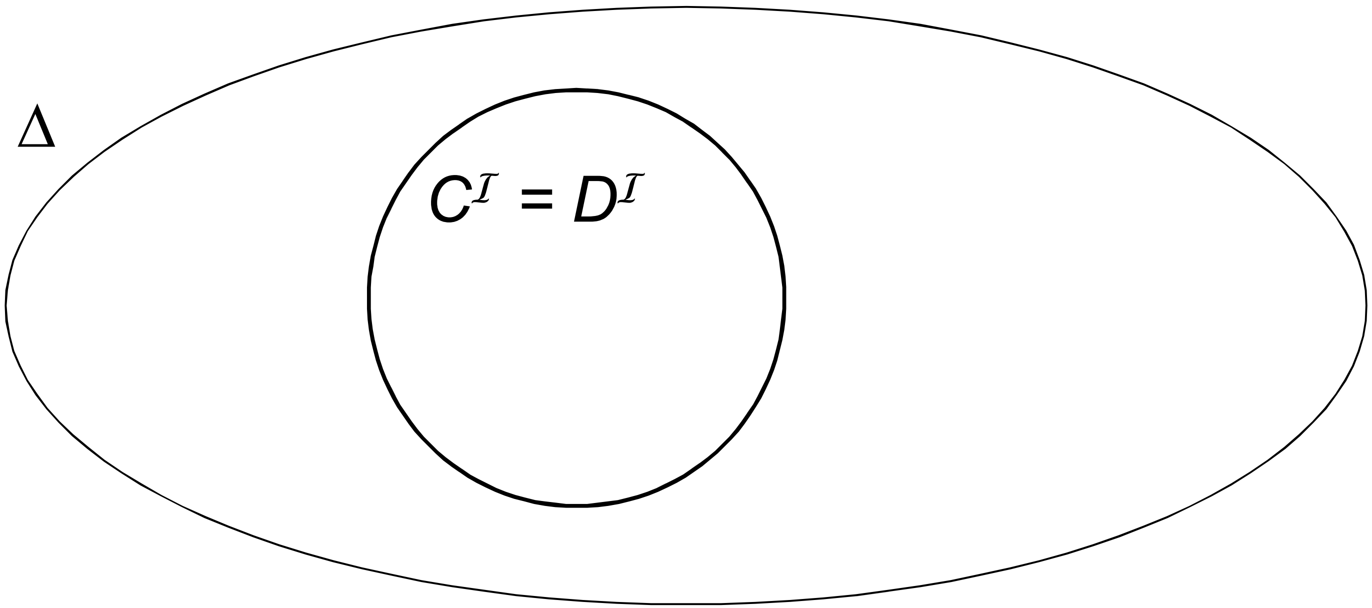
Interpretacja $\mathcal{I}$ spełnia zdanie postaci $C \sqsubseteq D$ wtwg:



POLITECHNIKA GDAŃSKA

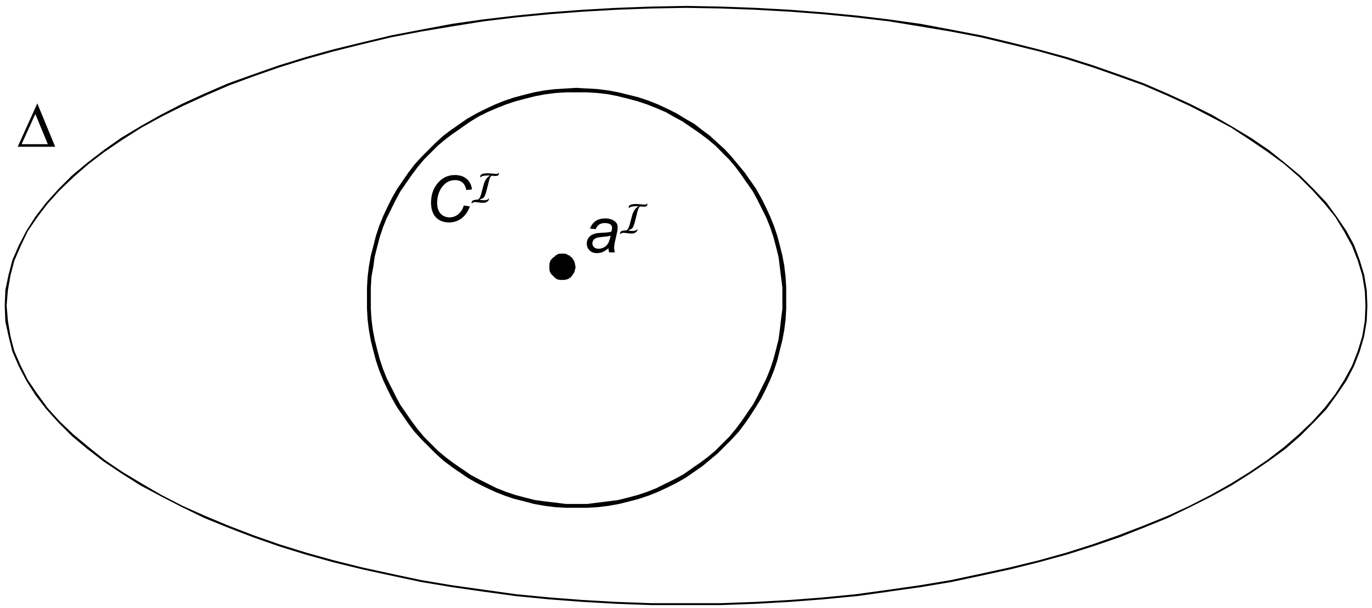
Logika opisowa – spełnianie zdań

Interpretacja $\mathcal{I}$ spełnia zdanie postaci $C \equiv D$ wtwg:



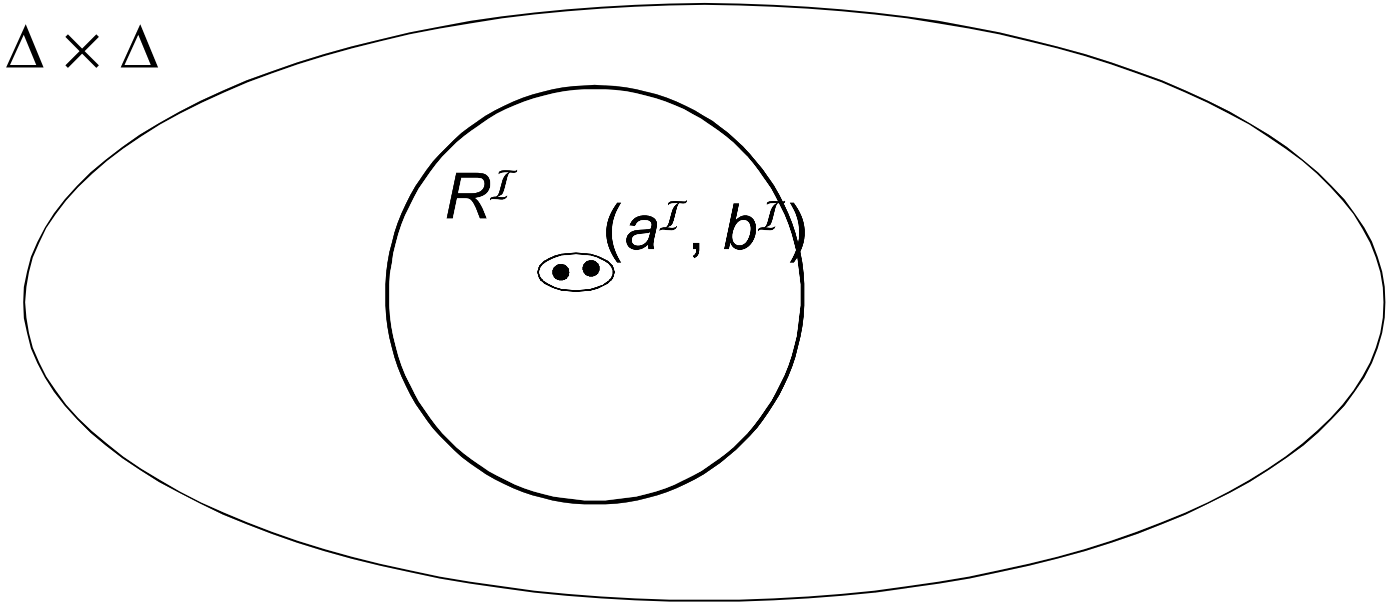
Logika opisowa – spełnianie zdań

Interpretacja $\mathcal{I}$ spełnia zdanie postaci $C(a)$ wtwg:



Logika opisowa – spełnianie zdań

Interpretacja $\mathcal{I}$ spełnia zdanie postaci $R(a,b)$ wtwg:



Logika opisowa – spełnianie zdań

Przykład „rodzinny”:

Aksjomaty:

Mężczyzna $\sqsubseteq$ Osoba

Kobieta $\sqsubseteq$ Osoba

Kobieta $\sqcap$ Mężczyzna $\equiv \perp$

Rodzic $\equiv$ Osoba $\sqcap$ $\exists$maDziecko.Osoba

Ojciec $\equiv$ Mężczyzna $\sqcap$ Rodzic

Matka $\equiv$ Kobieta $\sqcap$ Rodzic

Asercje:

Kobieta (Anna)

Kobieta (Joanna)

Mężczyzna (Karol)

maDziecko (Anna, Joanna)

maDziecko (Anna, Karol)

Logika opisowa – spełnianie zdań

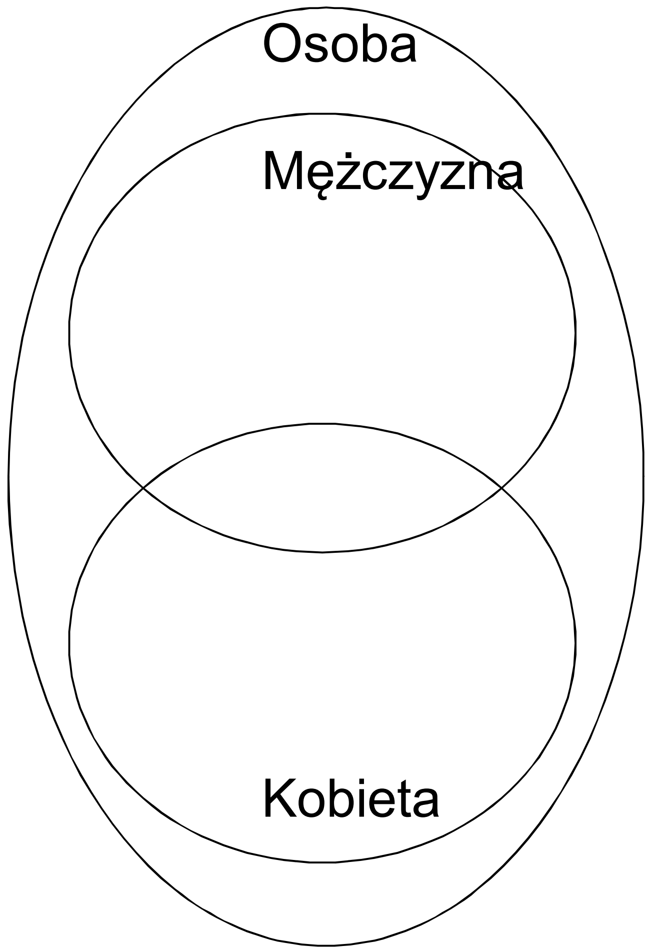
Przykład „rodzinny”:

Aksjomaty:

Mężczyzna $\sqsubseteq$ Osoba

Kobieta $\sqsubseteq$ Osoba

Koncepty Mężczyzna i Kobieta dziedziczą od konceptu Osoba, więc ich interpretacje muszą zawierać się w obszarze będącym interpretacją konceptu Osoba.
Nie wiemy jednak, jak te dwa koncepty mają się do siebie nawzajem. W takim przypadku ich interpretacje powinny się przecinać.



Logika opisowa – spełnianie zdań

Przykład „rodzinny”:

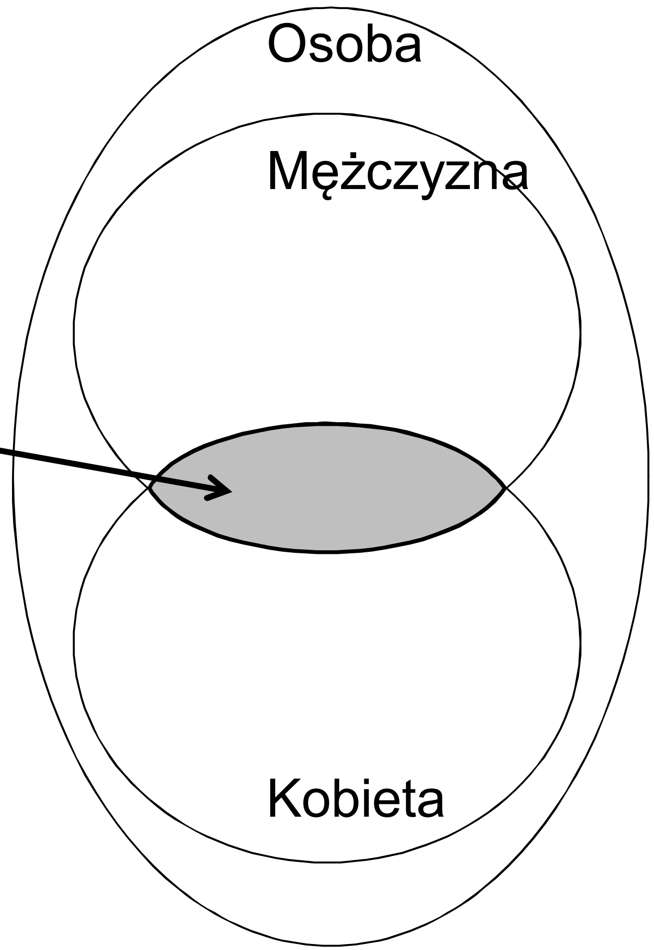
Aksjomaty:

Mężczyzna $\sqsubseteq$ Osoba

Kobieta $\sqsubseteq$ Osoba

Kobieta $\sqcap$ Mężczyzna $\equiv \bot$

Eliminuje ten obszar



Logika opisowa – spełnianie zdań

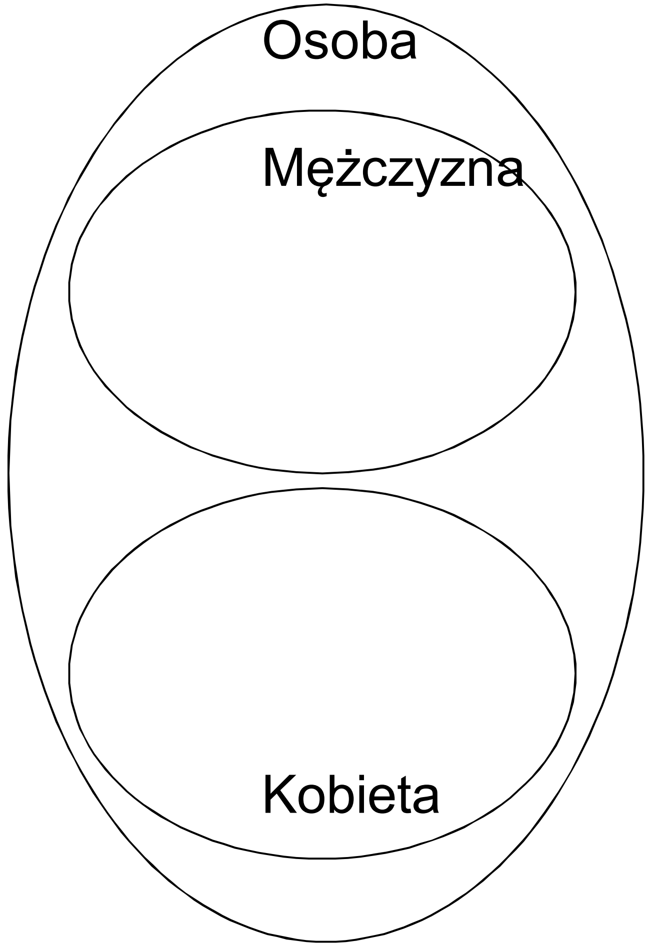
Przykład „rodzinny”:

Aksjomaty:

Mężczyzna $\sqsubseteq$ Osoba

Kobieta $\sqsubseteq$ Osoba

Kobieta $\sqcap$ Mężczyzna $\equiv \bot$



Logika opisowa – spełnianie zdań

Przykład „rodzinny”:

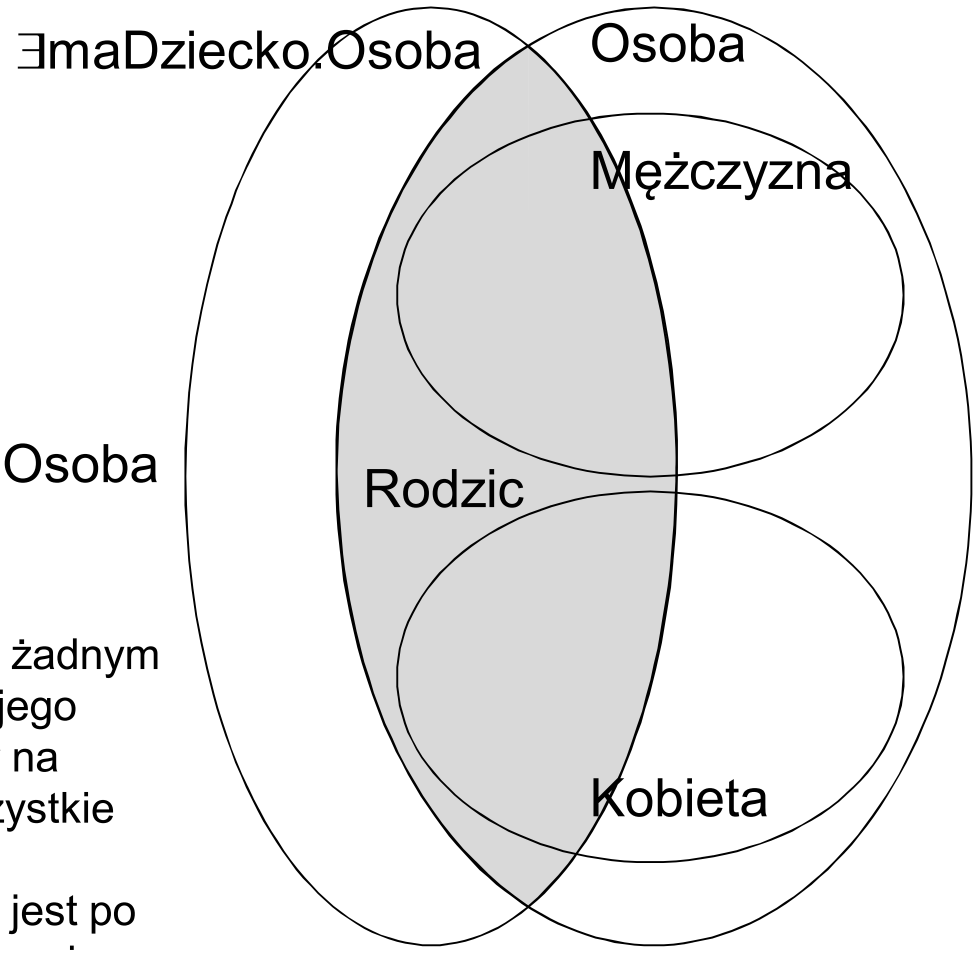
Aksjomaty:

Mężczyzna $\sqsubseteq$ Osoba

Kobieta $\sqsubseteq$ Osoba

Kobieta $\sqcap$ Mężczyzna $\equiv \bot$

Rodzic $\equiv$ Osoba $\sqcap$ $\exists$maDziecko.Osoba



Nowy koncept opisany konstruktorem $\exists$maDziecko.Osoba nie ma związku z żadnym konceptem istniejącym dotąd. Zatem jego interpretacja (czyli odpowiedni obszar na diagramie Venna) musi przecinać wszystkie istniejące dotąd obszary.
Obszar interpretujący koncept Rodzic jest po prostu wspólną częścią nowego obszaru i obszaru odpowiadającego konceptowi Osoba.

Logika opisowa – spełnianie zdań

Przykład „rodzinny”:

Aksjomaty:

$\text{Mężczyzna} \sqsubseteq \text{Osoba}$

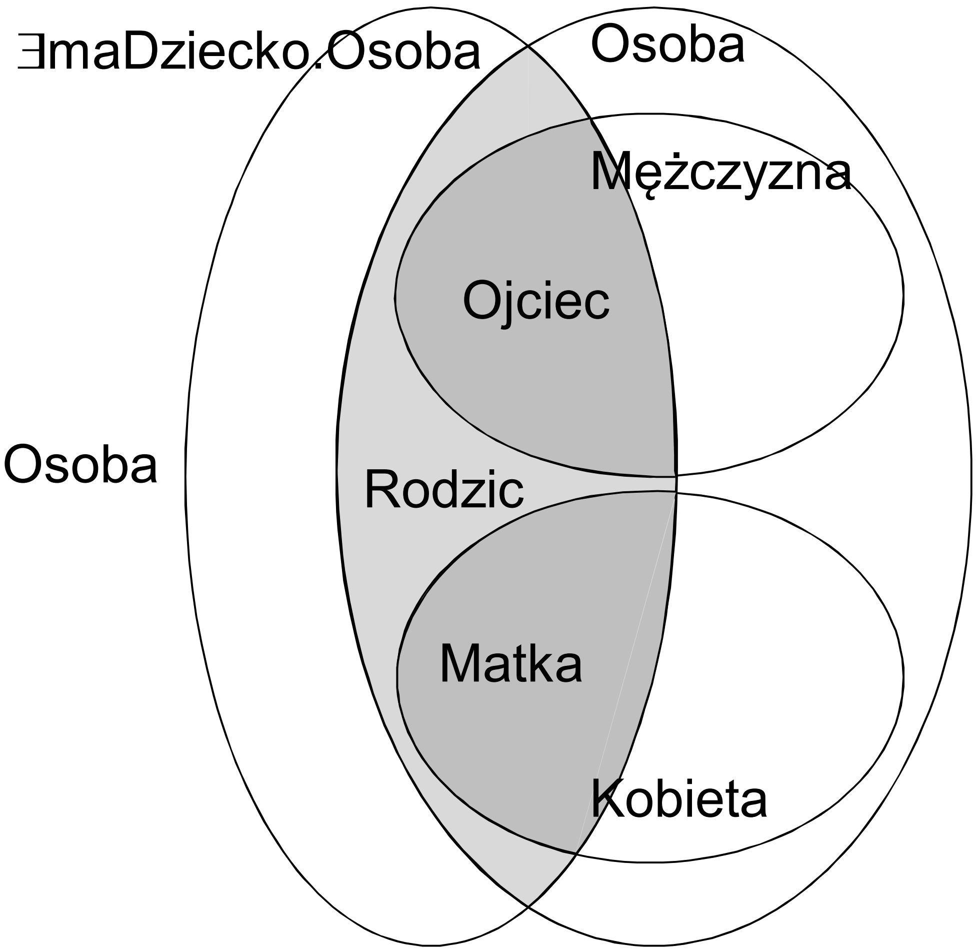
$\text{Kobieta} \sqsubseteq \text{Osoba}$

$\text{Kobieta} \sqcap \text{Mężczyzna} \equiv \bot$

$\text{Rodzic} \equiv \text{Osoba} \sqcap \exists \text{maDziecko.Osoba}$

$\text{Ojciec} \equiv \text{Mężczyzna} \sqcap \text{Rodzic}$

$\text{Matka} \equiv \text{Kobieta} \sqcap \text{Rodzic}$



Logika opisowa – spełnianie zdań

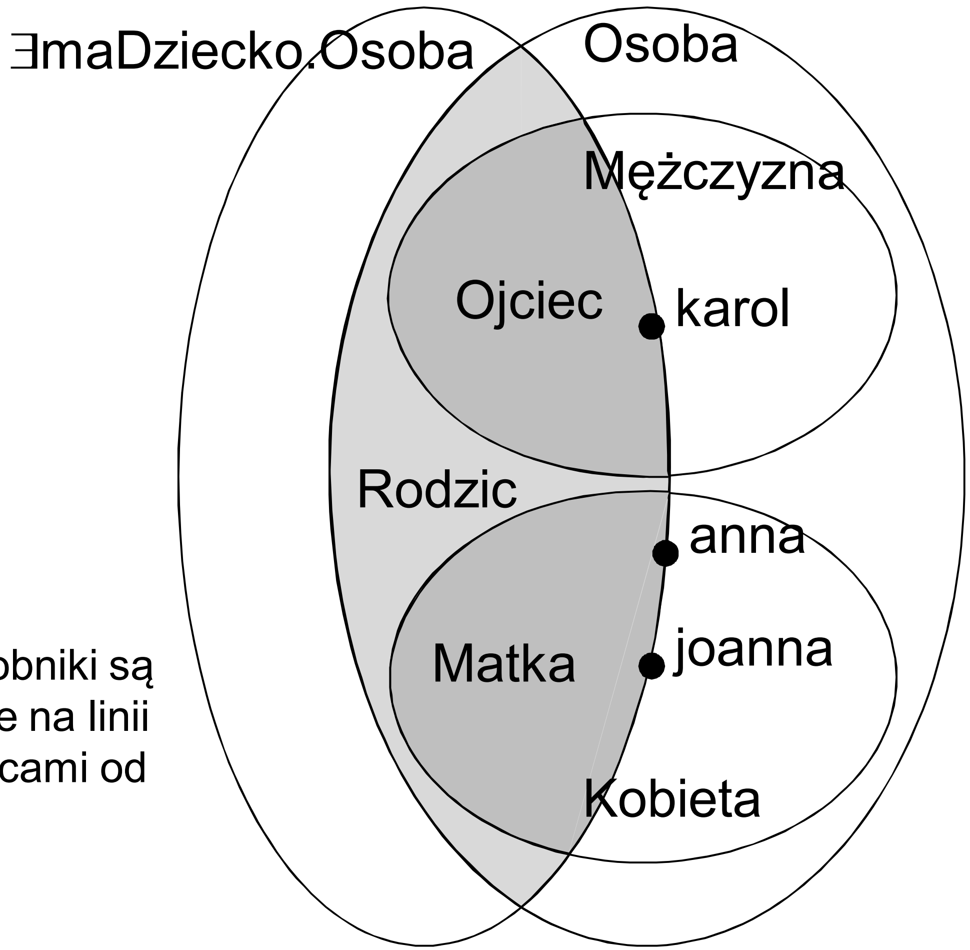
Przykład „rodzinny”:

Asercje:

Kobieta (anna)

Kobieta (joanna)

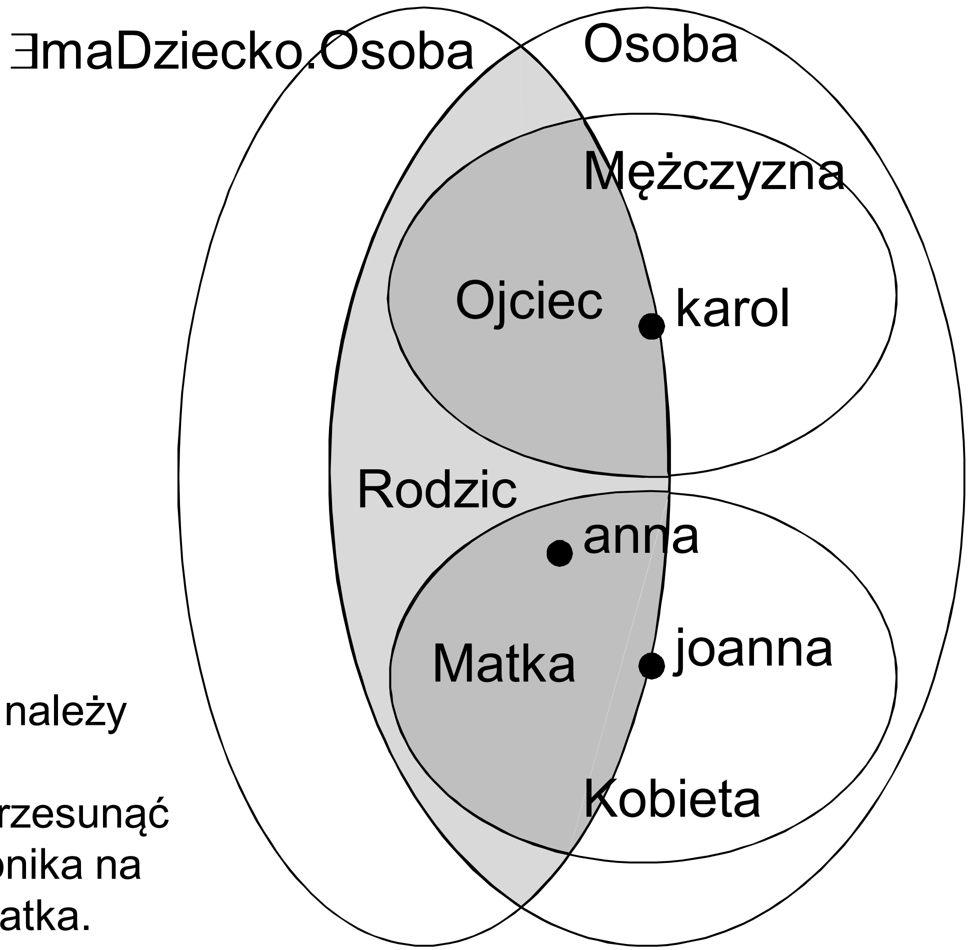
Mężczyzna (karol)



Nie wiadomo, czy wprowadzone osobniki są rodzicami, więc zostały umieszczone na linii odgraniczającej osoby będące rodzicami od osób nie będących rodzicami.

Logika opisowa – spełnianie zdań

Przykład „rodzinny”:



Asercje:

Kobieta (anna)

Kobieta (joanna)

Mężczyzna (karol)

maDziecko (anna, joanna)

maDziecko (anna, karol)

Teraz już wiadomo, że osobnik anna należy od obszaru interpretującego koncept ∃maDziecko.Osoba. Możemy więc przesunąć punkt będący interpretacją tego osobnika na obszar odpowiadający konceptowi Matka.