Politechnika Gdańska
Wydział Elektrotechniki i Automatyki
Katedra Elektrotechniki, Systemów Sterowania i Informatyki

Modelowanie i identyfikacja

Identyfikacja parametrów modeli -
metoda ważonych najmniejszych kwadratów

Zadania do ćwiczeń laboratoryjnych – zajęcia nr T1

Opracowanie:
Kazimierz Duzinkiewicz, dr hab. inż.
Michał Grochowski, dr inż.

Zadanie 1

Dany jest modelu obiektu, wyrażonego równaniem różniczkowym w następującej postaci:

$$\frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_0 u(t)$$

gdzie: *y(t)* – *zmienna wyjściowa*
u(t) – *zmienna wejściowa (sterowanie)*
a_0, b_0 – *parametry;* $a_0, b_0 \in R$

Znając aproksymację struktury modelu w postaci dyskretnej, nie znamy wartości jej parametrów. Dla ich estymacji zebrano dane wykonując pomiary w dyskretnych chwilach czasu. Czujniki pomiarowe, którymi wykonano pomiary charakteryzują się różną dokładnością w zależności od przedziału, do jakiego należy wartość mierzonej wielkości. W związku z tym planując rozwiązanie zadania estymacji część z posiadanych informacji pomiarowych traktujemy jako dane obarczone mniejszym błędem, a część jako dane obarczone błędem większym. Rozróżnienie to jest wynikiem wspomnianej cechy wykorzystanych czujników.

Należy:

1. Wyprowadzić postać dyskretną modelu poprzez lewostronną aproksymację pochodnych występujących w równaniu różniczkowym (powstały model w postaci równania różnicowego przedstawić w postaci ogólnej).
2. Wykorzystując metodę ***ważonych najmniejszych kwadratów***, wyznaczyć „optymalne” wartości współczynników dyskretnej aproksymacji modelu obiektu wskazanego na początku i ocenić jakość ich estymacji.

w tym celu:

3. Zestaw danych pomiarowych należy *podzielić na dwie części*. Korzystając z jednej części danych, należy wykonać identyfikację (estymację) parametrów dyskretnego modelu obiektu, natomiast całość danych powinna zostać wykorzystana do weryfikacji modelu.
4. Dla każdego zestawu wartości estymowanych parametrów otrzymanych w wyniku realizacji dalszych punktów, *oceń zgodność replikatywną i predykatywną* otrzymanego modelu obiektu, wykorzystując jako wskaźniki zgodności: *wartość średnią błędu*, *błąd średniokwadratowy i wariancję z próby błędów resztkowych*.
5. Spośród danych wykorzystywanych do estymacji nieznanych wartości parametrów wyodrębnij te mierzone przez ‘*czujnik1*’ z błędem większym oraz mniejszym. Zakres jego dokładniejszych wskazań jest ograniczony do: (y_{min1} – y_{max1}). .
6. *Zaproponuj odpowiednią macierz wag W* dla pomiarów wykorzystywanych do estymacji. Zdecyduj, m.in. czy będzie to macierz diagonalna czy pełna.

7. Powtórz proces estymacji _dla 3 różnych_ macierzy wagowych *W1*, *W2* oraz *W3* różniących się coraz wyraźniejszym „docenianiem" grupy pomiarów dokładniejszych w stosunku do grupy pomiarów mniej dokładnych.
8. Napisz _transmitancje operatorowe_ zidentyfikowanego obiektu dla przyjętych macierzy wagowych i _porównaj ich odpowiedzi z danymi pomiarowymi_.
9. Wyobraź sobie, że po jakimś czasie wykonano taką samą serię pomiarów jak '*czujnikiem1*', tym razem drugim czujnikiem pomiarowym '*czujnik2'*. Czujnik ten charakteryzuje się większą dokładnością w stosunku do *czujnika1,* ale zakres jego dokładniejszych wskazań jest zawężony do: (y_{min2} – y_{max2}).
10. _Ile danych (dokładnych) „wystarczy" do poprawnej estymacji parametrów przy użyciu obu czujników? Porównaj wyniki z MNK bez macierzy wag_.
11. Dla '*czujnika2'* powtórz punkty: 3 – 10.

Dodatkowe informacje i wskazówki:

1. Znany zestaw danych pomiarowych, w postaci odpowiednich wektorów, zapisano w pliku: *mii_lab_T1.mat*
   - wektor danych wyjściowych (struktury z czasem): ***y_cz1; y_cz2***
   - wektor danych wejściowych (struktury z czasem): ***u***
   - krok dyskretyzacji: ***td***
2. Zakresy poprawnej pracy czujników (y_{min1} – y_{max1}), (y_{min2} – y_{max2}) oraz dane pomiarowe zostaną podane przez prowadzących laboratorium na zajęciach.
3. Jako materiał pomocniczy proszę traktować wykłady.