

Politechnika Gdańska
Wydział Elektrotechniki i Automatyki
Katedra Elektrotechniki, Systemów Sterowania i Informatyki

Modelowanie i identyfikacja

Identyfikacja parametrów modeli -
sekwencyjna metoda najmniejszych kwadratów

Zadania do ćwiczeń laboratoryjnych – zajęcia nr T2

Opracowanie:
Kazimierz Duzinkiewicz, dr hab. inż.
Michał Grochowski, dr inż.
Tomasz Rutkowski, dr inż.

Zadanie 1

Dla modelu obiektu, wyrażonego równaniem różniczkowym w następującej postaci:

$$\frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_0 u(t) \quad (1)$$

gdzie: $y(t)$ – zmienna wyjściowa
 $u(t)$ – zmienna wejściowa (sterowanie)
 a_0, b_0 – parametry; $a_0, b_0 \in R$

wyprowadzić postać dyskretną modelu poprzez lewostronną aproksymację pochodnych występujących w równaniu różniczkowym (powstały model w postaci równania różnicowego przedstawić w postaci ogólnej).

Zakładamy, że dysponujemy dostępem do danych pomiarowych w trybie on-line, zbieranych w k -tych chwilach czasowych (dane te mogą być archiwizowane).

Wykorzystując **kowariancyjną formę równania sekwencyjnej estymacji metodą najmniejszych kwadratów**, należy wyznaczyć uaktualniane sekwencyjnie wartości współczynników dyskretnej aproksymacji modelu obiektu (1) dla kolejnych k -tych chwil czasowych.

W tym celu należy:

1. Zaimplementować w postaci odpowiedniego m-pliku algorytm **sekwencyjnej metody najmniejszych kwadratów**, dany następującymi wzorami:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \hat{\mathbf{x}}_k + K_{k+1} (\tilde{\mathbf{y}}_{k+1} - H_{k+1} \hat{\mathbf{x}}_k)$$

gdzie:

$$K_{k+1} = P_k H_{k+1}^T (H_{k+1} P_k H_{k+1}^T + W_{k+1}^{-1})^{-1}$$

$$P_{k+1} = [I - K_{k+1} H_{k+1}] P_k$$

2. Przeanalizować trzy następujące metody **inicjalizacji** obliczeń (inicjalizacji algorytmu z punktu 1):

- I) **Metoda 1:** zainicjalizować obliczenia wykorzystując jedynie dane z pierwszej chwili czasu ($k=1$):

$$P_1 = \left[\frac{1}{\alpha} I + H_1^T W_1 H_1 \right]^{-1}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_1 = P_1 \left[\frac{1}{\alpha} \boldsymbol{\beta} + H_1^T W_1 \tilde{\mathbf{y}}_1 \right]$$

gdzie: α jest bardzo „dużą” liczbą, a $\boldsymbol{\beta}$ jest wektorem bardzo „małych” liczb.

- II) **Metoda 2:** Zainicjalizować obliczenia wykorzystując znane *a priori* (w pierwszej chwili czasu, $k=1$) wartości „początkowe” wektora parametrów modelu $\hat{\mathbf{x}}_1$ oraz poszczególne wartości „początkowe” elementów macierzy P_1 (inne niż te wyznaczone za pomocą Metody 1).

III) **Metoda 3:** Zainicjalizować obliczenia wykorzystując pakiet pierwszych q danych do wyznaczenia wartości „początkowych” (w q -tej chwili czasu, $k=q$) wektora parametrów modelu $\hat{\mathbf{x}}_q$ oraz poszczególne wartości „początkowe” elementów macierzy P_q :

$$\hat{\mathbf{x}}_q = (H_q^T W_q H_q)^{-1} H_q^T W_q \tilde{\mathbf{y}}_q$$

$$P_q = [H_q^T W_q H_q]^{-1}$$

Wskazówki:

- należy przeanalizować trzy różne wartości q podane przez prowadzącego,
- do wyznaczenia $\hat{\mathbf{x}}_q$ i P_q należy wykorzystać skrypty z poprzednich laboratoriów związane z ważoną metodą najmniejszych kwadratów,
- sekwencyjna estymacja parametrów modelu metodą najmniejszych kwadratów jest kontynuowana dla $k \geq q$.

3. Przedstawić w postaci graficznej sekwencyjnie estymowane wartości parametrów otrzymane przy wykorzystaniu wszystkich trzech metod opisanych w punkcie 2, dla danych pozbawionych szumów pomiarowych (u, y) oraz obarczonych szumem (u_e, y_e).
4. Otrzymane rezultaty odpowiednio skomentować.
5. Odpowiedzieć na pytania:
 - Jaki wpływ na sekwencyjnie wyznaczanie estymat parametrów mają różne wartości „początkowe” wektora parametrów modelu $\hat{\mathbf{x}}_1$ oraz elementów macierzy P_1 , przyjęte jako znane *a priori* dla potrzeb inicjalizacji obliczeń (Metoda 2)?
 - Jaki wpływ na sekwencyjnie wyznaczanie estymat parametrów ma liczba pierwszych q danych służąca do wyznaczenia wartości „początkowych” wektora parametrów modelu $\hat{\mathbf{x}}_q$ oraz elementów macierzy P_q przyjętych dla potrzeb inicjalizacji obliczeń (Metoda 3)?
 - Jaki jest wpływ szumów pomiarowych na osiągnięte rezultaty ?

Dodatkowe informacje i wskazówki:

1. Dane pomiarowe oraz dokładne wartości parametrów modelu (1) znajdują się w załączonym do laboratorium pliku z danymi.
2. Jako zasadniczy materiał pomocniczy należy traktować wykłady.
3. Należy wykorzystać skrypty napisane w trakcie poprzedniego laboratorium.