

LOGARYTMY

Zadanie 1.89. Obliczyć wartości podanych wyrażeń.

a) $\log_3 27$

h) $\log_{\frac{1}{3}} 3 \sqrt[3]{3}$

o) $(\sqrt[3]{4})^{\frac{3}{2 \log_3 2}}$

b) $\log_{27} 3$

i) $\log_{\frac{1}{3}} \frac{3}{\sqrt[3]{9}}$

p) $1000^{\frac{1}{3} - \log \sqrt[3]{3}}$

c) $\log_{\sqrt{2}} 16$

j) $\log_{\sqrt{6}} \frac{\sqrt[3]{6}}{216}$

q) $\log_9 5 \cdot \log_{25} 27$

d) $\log_2 \frac{1}{8}$

k) $16^{\log_2 3}$

r) $3^{\log_6 4 + 2 \log_6 3}$

e) $\log_4 0,5$

l) $10^{2+2 \log 7}$

s) $9^{2 \log_3 2 + 4 \log_9 2}$

f) $\log_{\sqrt{2}} 0,25$

m) $8^{1 - \log_2 3}$

t) $10 \cdot 100^{\frac{1}{2} \log 9 - \log 2}$

g) $\log_{\frac{2}{3}} 2,25$

n) $4^{2 - \log_4 5}$

u) $(\frac{1}{x})^{\log_x 8}$

Zadanie 1.90. Obliczyć $\log_{35} 28$, jeżeli wiadomo, że $\log_{14} 2 = a$ i $\log_{14} 5 = b$.

Zadanie 1.91. Podać przykład liczby wymiernej i niewymiernej zawartej między liczbami $\sqrt[3]{6}$ i $\log_2 5$.

Zadanie 1.92. Rozwiązać równania.

a) $2^x = 3$

g) $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3\sqrt{2}) = -\frac{1}{2}$

b) $e^x = 5$

h) $\log_x 3\sqrt{3} = \frac{1}{2}$

c) $3 \cdot 8^{x-1} = 6^{x+1}$

i) $\log_{2x+1} \frac{2}{3} = -1$

d) $6^{x+1} - 2^{x-1} = 6^x$

j) $\log_{x^2-x-\frac{1}{2}} 4 = -2$

e) $\ln(5x - e) = 1$

k) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{x-2}{2x+3} = -2$

f) $\log_{1,5}(2x - \sqrt[3]{1,5}) = \frac{1}{3}$

l) $\log_{\frac{1}{2}}(1 - \frac{x-2}{2x-5}) = -1$

m) $\log_{\frac{1}{2}} [5 - 2(x-1)^2] = -1$

p) $\log_2 [\log_{\frac{1}{2}}(\log_2 x)] = 0$

n) $\log_{\sqrt{2}-1} (\sqrt{2}x^2 - 4x + 3) = 2$

q) $\log_{\frac{1}{2}} [\log_2(\log_4 x)] = -1$

o) $\ln(\log_2 x) = 0$

r) $\log_{\frac{1}{4}} [\log_2(\log_{\sqrt{2}}(x^2 - 5x + 8))] = -\frac{1}{2}$

Zadanie 1.93. Rozwiązać równania.

a) $\log_3(x + \sqrt{3}) = -\log_3(x - \sqrt{3})$

l) $\log_x 2 + \log_2 x = 2,5$

b) $\log_3(5x + 1) - \log_3(x - 1) = 2$

m) $x^{\log x} = 10$

c) $\log_3(5x + 2) - \log_3(8 - x) = 2$

n) $10^{\log^2 x} + x^{\log x} = 20$

d) $\log_4 x + \log_4(12 - 2x) = 2$

o) $2x^{\log_{\frac{1}{2}} x} = \sqrt[4]{\frac{32}{3}}$

e) $\log(2x + 5) + \log(2,6 - x) = 0$

p) $(\log_3 x)^2 = \frac{1}{2} \log_3 x$

f) $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}}(\frac{3}{4} - x) = 3$

q) $(\log_2 x)^3 = \log_2 x$

g) $\log_{\frac{1}{2}}(x + 10) + \log_{\frac{1}{2}}(7 - 2x) = -4$

r) $\log^2 x + 2 \log(10x) = 17$

h) $\frac{\log 2x}{\log(4x-15)} = 2$

s) $\frac{2}{2+\log_2 x} - \frac{1}{\log_2 x - 1} = 0$

i) $\log(5 - x) + 2 \log \sqrt{x - 3} = 0$

t) $\frac{2}{\log_3 x - 1} + 1 = 6 \log_3 x$

j) $\frac{1}{2} \log(2x + 7) + \log \sqrt{7x + 5} = 1 + \log \frac{9}{2}$

u) $\frac{1}{5 - \log x} + \frac{2}{\log x + 1} = 1$

k) $\log_3 x + \log_5 x = \frac{\log 15}{\log 3}$

v) $\log_x(5x^2) \cdot (\log_5 x)^2 = 1$

Zadanie 1.97. Rozwiązać nierówności.

a) $\log(x - 3) - \log(27 - x) \leq -\log 5 - 1$

e) $8^{\log_2 x} - 2x^2 \geq x - 2$

b) $\log_{\frac{1}{2}}(\log_5 x) \geq 0$

f) $2 \log_3(x - 1) + \log_3(x - 5)^2 \leq 2$

c) $\log_{\frac{1}{2}}(|x| - 1) > -2$

g) $x^{2 \log_5 6} - 13 \cdot 6^{\log_5 x} + 42 \leq 0$

d) $2^{\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 4x - 4)}$

m) $\left| \log_{\frac{1}{2}} \frac{x-1}{x+1} \right| < 3$
 n) $\left| \log_{\frac{1}{2}} \left(5 - \frac{2}{x-2} \right) \right| < 1$
 o) $(\log_2(2-x))^2 - 8 \log_{\frac{1}{2}}(2-x) \geq 0$
 p) $\left| \log |x - 1| + 1 \right| \geq 2$

Zadanie 1.98. Wyznaczyć dziedzinę funkcji.

a) $f(x) = \log_7 [\log_{0,5}(x^2 - 7x + 12) + 1]$

b) $f(x) = \sqrt{\log_{0,5}(x^2 - 5x + 6) + 1}$

c) $f(x) = \log_3 [\log_{0,5}(x + 2) + 2]$

d) $f(x) = \sqrt{\log_{0,5}(x + 1) + 3} + \sqrt{x^2 - 2x}$

i) $\log_x [\log_2(4^x - 6)] \leq 1$

j) $\log_{x^2}(x + 6) \geq 1$

k) $2 \log_5(x - 3a + 2) - \log_{\sqrt{5}}(x - 1) \leq 4$

l) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{2x+1}{3x+2} > 3$

1.89.

- | | | | |
|-------------------|--------------------|-------------------|-------------------|
| a) 3 | g) -2 | m) $\frac{8}{27}$ | s) 64 |
| b) $\frac{1}{3}$ | h) $-\frac{2}{3}$ | n) $\frac{16}{5}$ | t) $\frac{45}{2}$ |
| c) 8 | i) $-\frac{1}{3}$ | o) 3 | u) $\frac{1}{8}$ |
| d) -3 | j) $-\frac{16}{3}$ | p) $\frac{10}{3}$ | |
| e) $-\frac{1}{2}$ | k) 81 | q) $\frac{3}{4}$ | |
| f) -4 | l) 4900 | r) 9 | |

1.90. $\frac{a+1}{b-a+1}$ 1.91. np. 2 i $\sqrt[3]{7}$

1.92.

- | | |
|------------------------------|--|
| a) $x = \log_2 3$ | j) $x^1 = -1, x_2 = 2, x_{3,4} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ |
| b) $x = \ln 5$ | k) $x = -2$ |
| c) $x = \log_4 16$ | l) $x = \frac{11}{5}$ |
| d) $x = -\frac{1}{\log_3 3}$ | m) $x_1 = 0, x_2 = 2$ |
| e) $x = \frac{2}{5}e$ | n) $x = \sqrt{2}$ |
| f) $x = \sqrt[3]{1,5}$ | o) $x = 2$ |
| g) $x = \pm 2\sqrt[4]{2}$ | p) $x = \sqrt{2}$ |
| h) $x = 27$ | q) $x = 256$ |
| i) $x = \frac{1}{4}$ | r) $x_1 = 1, x_2 = 4$ |

1.93.

- | | |
|---|---|
| a) $x = 2$ | j) $x = 10$ |
| b) $x = \sqrt[3]{2,5}$ | k) $x = 5$ |
| c) $x = 5$ | l) $x_1 = \sqrt{2}, x_2 = 4$ |
| d) $x_1 = 2, x_2 = 4$ | m) $x_1 = 0, 1, x_2 = 10$ |
| e) $x_1 = 2, 5, x_2 = -2, 4$ | n) $x_1 = 0, 1, x_2 = 10$ |
| f) $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = \frac{1}{4}$ | o) $x_1 = \frac{\sqrt{6}}{2}, x_2 = \frac{\sqrt{6}}{3}$ |
| g) $x_1 = -1, x_2 = -\frac{11}{2}$ | p) $x_1 = 1, x_2 = \sqrt{3}$ |
| h) $x = \frac{9}{2}$ | q) $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = \frac{1}{2}$ |
| i) $x = 238$ | r) $x_1 = 0, 00001, x_2 = 1000$ |

1.97.

- | | |
|--|--|
| a) $x \in \langle 11, 27 \rangle \left(3, 3\sqrt[3]{7} \right)$ | j) $x \in (-2, -1) \cup (1, 3)$ |
| b) $x \in (1, 5)$ | k) Gdy $a < 1$, to $x \geq \frac{9-a}{8}$; gdy $a \geq 1$, to $x > 3a - 2$ |
| c) $x \in (-10, -1) \cup (1, 10)$ | l) $x \in \left(-\frac{1}{2}, -\frac{6}{13}\right)$ |
| d) $x \in (-\infty, -1) \cup (5, \infty)$ | m) $x \in \left(-\infty, -\frac{35}{19}\right) \cup \left(\frac{35}{19}, \infty\right)$ |
| e) $x \in (0, 1) \cup (2, \infty)$ | n) $x \in \left(\frac{56}{23}, \frac{14}{5}\right) \left(\frac{32}{13}, \frac{18}{7}\right)$ |
| f) $x \in (1, 2) \cup (4, 5) \cup (5, 3 + \sqrt{7})$ | o) $x \in (\infty, 0) \cup \left(\frac{63}{32}, 2\right)$ |
| g) $x \in \langle 5, 5^{\log_6 7} \rangle$ | p) $x \in (-\infty, -9) \cup (0, 999; 1) \cup (1; 1, 001) \cup (11, \infty)$ |
| h) $x \in (-\infty, 0) \cup \langle \log_6 5, 1 \rangle$ | |
| i) $x \in (\log_2 \sqrt{7}, \log_2 3)$ | |