

## Równania/nierówności wykładnicze, logarytmiczne, trygonometryczne

Rozwiązać równania/nierówności:

$$1) 4 \cdot 3^{|x-2|-1} - 3^{2|x-2|-2} \leq 3,$$

$$2) \log_{\sin x}(\cos x) + \log_{\cos x}(\sin x) = 2,$$

$$3) (\log_2 |2-x|)^2 - 4 \log_{\frac{1}{4}} |2-x| \geq 0,$$

$$4) 3^{\cos 2x+1} - 2 \cdot 3^{\cos^2 x+1} + 9 = 0,$$

$$5) \log_{(x-2)} \frac{1-x}{3-x} \geq 1,$$

$$6) 2^{1+2 \log_2 \cos x} - \frac{3}{4} = 9^{0,5+\log_3 \sin x},$$

$$7) 2x - \log 25 = \log 5^{2x} + 2 \log 4 - \log(1+2^x)^2,$$

$$8) \log_{(x-2)} \frac{1-\operatorname{ctg}(\operatorname{arcctg} x)}{3-x} \geq 1,$$

$$9) 3^{\sqrt{4x-8}} + 1 \leq 10 \cdot 3^{\sqrt{x-2}-1},$$

$$10) 4(\log_2(\sin x))^2 + \log_2(1 - \cos 2x) = 3,$$

$$11) 9^{x+\sqrt{x^2-1}} - 2 \cdot 3^{x+\sqrt{x^2-1}} \geq 3,$$

$$12) 2\sqrt{2}\sqrt{\log_{25}|x-1|} + \log_5 \sqrt{|x-1|} = \frac{5}{2},$$

$$13) \log_x(x^3+1) \cdot \log_{(x+1)} x < 2,$$

$$14) |\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x| = \sqrt{3}^{(-1+\log_3 16)},$$

$$15) \log 2 + \log(4^{|x-2|} + 9) < 1 + \log(2^{|x-2|} + 1),$$

$$16) \sqrt{\sin 2x + 3} + \sqrt{\sin 2x} = 3,$$

$$17) \log_2(\cos x) + \log_2(\cos x + 2) < -\log_{0,5} 3,$$

$$18) 16^{\sqrt{1-x}+x} + 4 = 5 \cdot 4^{\sqrt{1-x}+x}.$$

Odpowiedzi:

1)  $x \in (-\infty, 0) \cup \langle 1, 3 \rangle \cup \langle 4, \infty \rangle$ ,

2)  $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$ ,

3)  $x \in (-\infty, -1) \cup \langle \frac{7}{4}, 2 \rangle \cup (2, \frac{9}{4}) \cup \langle 3, \infty \rangle$ ,

4)  $x = k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$ ,

5)  $x \in (3, 3 + \sqrt{2})$ ,

6)  $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$ ,

7)  $x = 2$ ,

8)  $x \in (3, 3 + \sqrt{2})$ ,

9)  $x \in \langle 2, 3 \rangle$ ,

10)  $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \vee x = \frac{5}{6}\pi + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$ ,

11)  $x \in \langle 1, \infty \rangle$ ,

12)  $x = -4 \vee x = 6$ ,

13)  $x \in (0, 1) \cup (1, 2)$ ,

14)  $x \in \{\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{2}{3}\pi, \frac{5}{6}\pi, \frac{7}{6}\pi, \frac{4}{3}\pi, \frac{5}{3}\pi, \frac{11}{6}\pi\}$ ,

15)  $x \in (0, 2) \cup (2, 4)$ ,

16)  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$ ,

17)  $x \in (-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, 2k\pi) \cup (2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi), \quad k \in \mathbb{Z}$ ,

18)  $x \in \{\frac{-1-\sqrt{5}}{2}, 0, 1\}$ .