



Monitorowanie i Diagnostyka w Systemach Sterowania

Wydział Elektrotechniki i Automatyki
Katedra Elektrotechniki, Systemów Sterowania i Informatyki
dr hab. inż. Michał Grochowski

Monitorowanie i Diagnostyka w Systemach Sterowania

na studiach II stopnia specjalności: Systemy Sterowania i Podejmowania Decyzji

Sieci samoorganizujące (Self Organizing Maps- SOM)

*na podstawie: Haykin, S. Neural Networks and Learning Machines.
Pearson Prentice Hall, 2009*

Opracował: dr inż. Michał Grochowski

kiss.pg.mg@gmail.com

michal.grochowski@pg.gda.pl

tel: 58 347 23 57

Wstęp

Motywacja

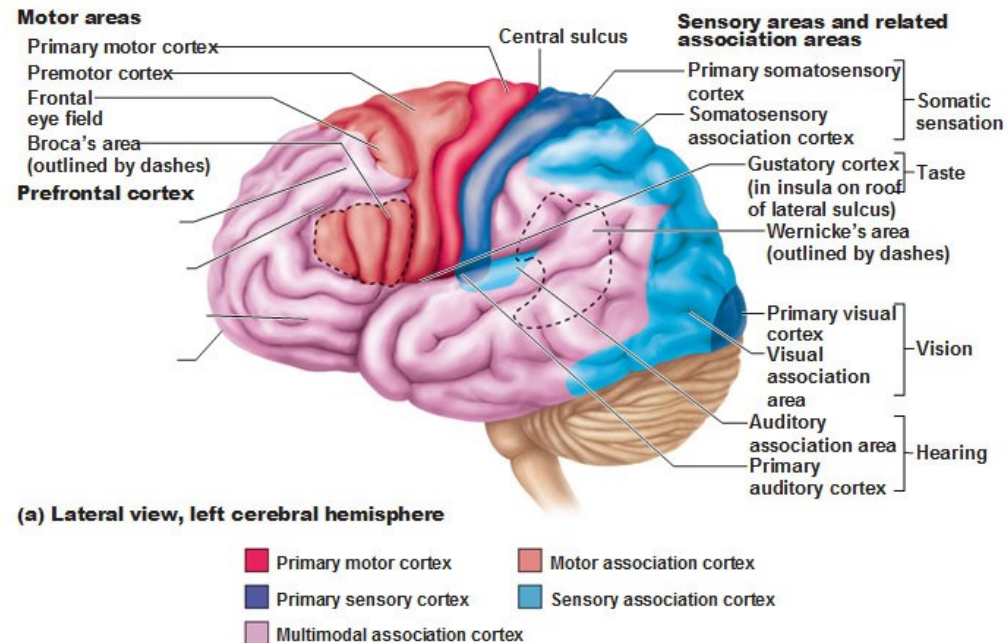
Organizacja neuronów kory mózgowej.

Nasze „czujniki” dotyku, obrazu, dźwięku, smaku są odwzorowywane (grupują się) w różnych obszarach kory mózgowej.

Ta „mapa topologiczna” neuronów stanowi podstawę funkcjonowania naszego układu nerwowego.

Neurony (grupy neuronów) stanowią swego rodzaju samodzielne mikro jednostki obliczeniowe, różniące się w niewielkim stopniu w swojej strukturze (wagi).

Functional Areas of the Cerebral Cortex



<http://antranik.org/wp-content/uploads/2011/11/left-lateral-view-functional-areas-cerebral-cortex-motor-sensory-association-areas.jpg>

Wstęp

Samoorganizacja sieci SOM (Self Organizing Maps-SOM) polega na globalnym uporządkowaniu struktury sieci poprzez lokalne działania samoorganizujące prowadzone w różnych obszarach sieci, niezależnie od siebie.

Pod wpływem sygnałów wejściowych w różnym stopniu następuje aktywacja neuronów, dostosowująca się wskutek zmiany wartości wag synaptycznych do aktywności wzorców uczących.

W procesie uczenia istnieje tendencja do wzrostu wartości wag – rodzaj dodatniego sprzężenia zwrotnego:

większe sygnały pobudzające → większe wartości wag → większa aktywność neuronów.

To prowadzi do zróżnicowania wśród grup neuronów.

Zaobserwować można współpracę neuronów z tej samej grupy oraz konkurencję z innymi grupami neuronów oraz pomiędzy neuronami tej samej grupy.

*źródło: Ossowski, S. Sieci neuronowe do przetwarzania informacji.
Oficyna wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2000.*

Wstęp

Abstrahując od mechanizmów uczenia, dużą rolę odgrywa nadmiarowość danych uczących, stanowiąca klucz do uczenia „bez nauczyciela”.

Wielokrotne pobudzanie sieci tymi samymi (podobnymi) wejściami, stanowi bazę wiedzy sieci, z której to następnie, po aktywacji sieci określonym wejściem wyciągane są na drodze skojarzeń konkluzje w postaci uaktywnienia odpowiedniego wyjścia.

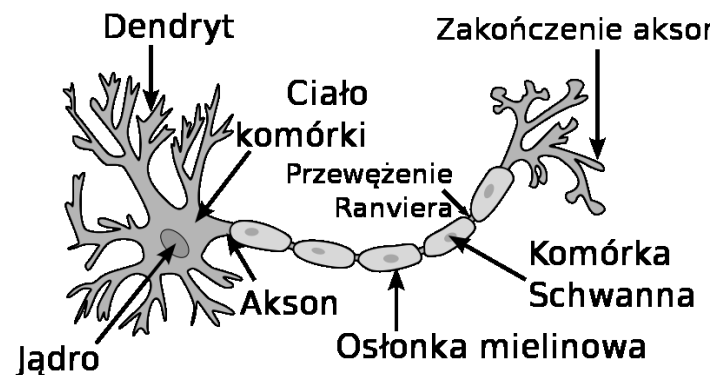
*źródło: Ossowski, S. Sieci neuronowe do przetwarzania informacji.
Oficyna wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2000.*

Wstęp

Dwa podstawowe mechanizmy samoorganizacji to: mechanizm oparty o regułę asocjacji Hebba oraz mechanizm współzawodnictwa pomiędzy neuronami Kohonena.

Reguła Hebba:

"jeżeli akson komórki A bierze systematycznie udział w pobudzeniu komórki B powodującym jej aktywację, to wywołuje to zmianę metaboliczną w jednej lub obu komórkach, prowadzącą do wzrostu skuteczności pobudzania B przez A"
(Hebb 1949)



Wstęp

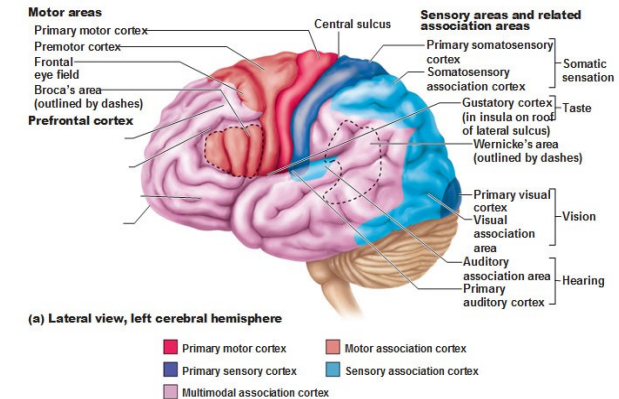
Celem naukowców było opracowanie sztucznej struktury obliczeniowej (np. w postaci „mapy topograficznej) zdolnej do samodzielnego uczenia inspirowanego neurobiologicznie, pod wpływem bodźców zewnętrznych.

W 1990 roku Kohonen sformułował tezę:

„Pozycja neuronu na mapie topograficznej neuronów koresponduje z konkretną cechą zawartą w danych wejściowych”.

Stanowiła ona neurobiologiczną motywację do powstania dwóch struktur sieci samoorganizujących: Willshaw-von der Malsburg’a oraz Kohonena.

Functional Areas of the Cerebral Cortex

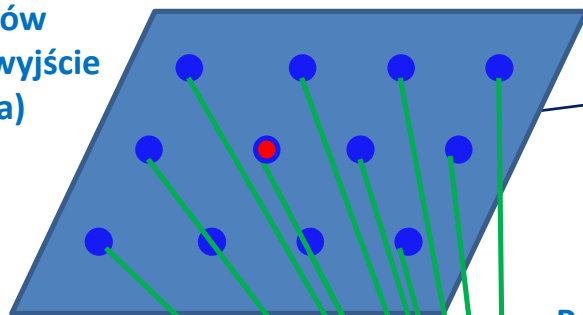


Podstawowe struktury SOM

Neurony w SOM są ułożone w „macierze” (klastry – z *ang. lattice*) 1, 2 lub więcej (rzadko) wymiarowe.

Model Willshaw-von der Malsburg’a

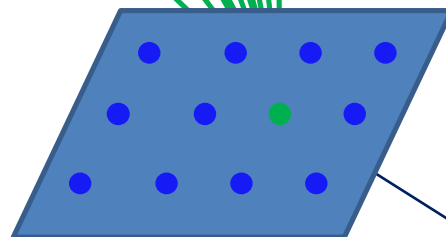
Dwuwymiarowa
macierz neuronów
po-synaptycznych wyjście
(kora mózgowa)



Zwycięski neuron
(przykład)

Przykładowe
wagi połączeń
synaptycznych
(wiązka wag)

Dwuwymiarowa
macierz neuronów
pre-synaptycznych - wejście
(sygnały z siatkówki oka)



Pobudzony neuron

Cechy:

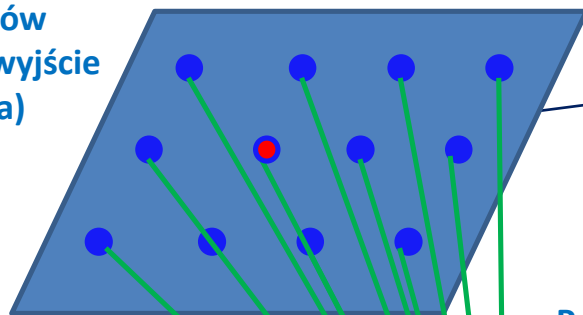
- z założenia te same rozmiary obu macierzy neuronów
- zakłada geometryczną bliskość sygnałów elektrycznych neuronów presynaptycznych
- neurony po-synaptyczne wykorzystują krótkoterminowy mechanizm pobudzający i długoterminowy mechanizm hamujący

Podstawowe struktury SOM

Neurony w SOM są ułożone w „macierze” (klastry – z *ang. lattice*) 1, 2 lub więcej (rzadko) wymiarowe.

Model Willshaw-von der Malsburg’a

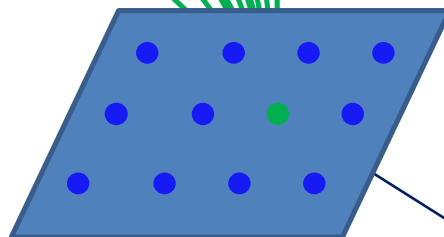
Dwuwymiarowa
macierz neuronów
po-synaptycznych wyjście
(kora mózgowa)



Zwycięski neuron
(przykład)

Przykładowe
wagi połączeń
synaptycznych
(wiązka wag)

Dwuwymiarowa
macierz neuronów
pre-synaptycznych - wejście
(sygnały z siatkówki oka)



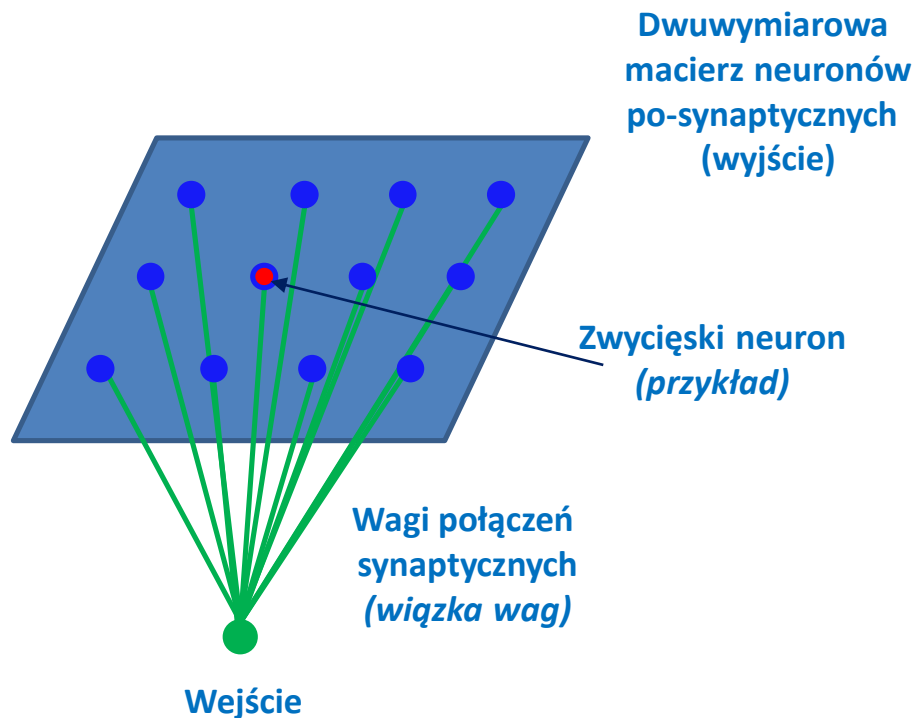
Pobudzony neuron

Cechy:

- wagi połączeń pomiędzy warstwami neuronów są modyfikowane zgodnie regułą Hebba
- WTM mechanizm współzawodnictwa
- istnieje mechanizm hamujący narastanie wag
- idea polega na mapowaniu bliskości geometrycznej neuronów pre-synaptycznych (korelacji ich sygnałów elektrycznych) w warstwie po-synaptycznej

Podstawowe struktury SOM

Model Kohonena



Cechy:

- Jest bardziej ogólnym modelem niż model Willshaw-von der Malsburg'a
- nie odwzorowuje konkretnego procesu zachodzącego w ludzkim mózgu a jedynie wzoruje się na cechach tych procesów
- umożliwia kompresję danych

Podstawowe procesy zachodzące w SOM

1. Współzawodnictwo

Dla każdego wejścia neurony konkurują pomiędzy sobą. Neuron o największym sygnale wyjściowym (discriminant function) wygrywa.
(krótkoterminowy mechanizm pobudzający)

2. Kooperacja

Zwycięski neuron determinuje sąsiedztwo topologiczne pobudzonych neuronów.
(długoterminowy mechanizm hamujący)

3. Adaptacja wag synaptycznych

Wagi synaptyczne zwycięskiego neuronu oraz jego sąsiedztwa topologicznego zostają „wzmocnione”.

Wstęp

Mechanizm współzawodnictwa:

- *algorytm WTA (Winner Takes All) – Zwycięzca bierze wszystko*
W algorytmie tym wszystkie neurony pobudzane są tymi samymi sygnałami wejściowymi, a neuron którego wyjście osiągnie najwyższy poziom staje się zwycięskim i tylko jego wagi podlegają adaptacji.
- *algorytm WTM (Winner Takes Most) – Zwycięzca bierze większość*
W algorytmie tym wszystkie neurony pobudzane są tymi samymi sygnałami wejściowymi, a neuron którego wyjście osiągnie najwyższy poziom staje się zwycięskim. W algorytmie WTM oprócz neuronu zwycięskiego również wagi sąsiadujących z nim neuronów podlegają adaptacji.

Proces współzawodnictwa w SOM

Przyjmijmy wektor wejściowy postaci:

$$x = [x_1, x_2, \dots, x_m]^T$$

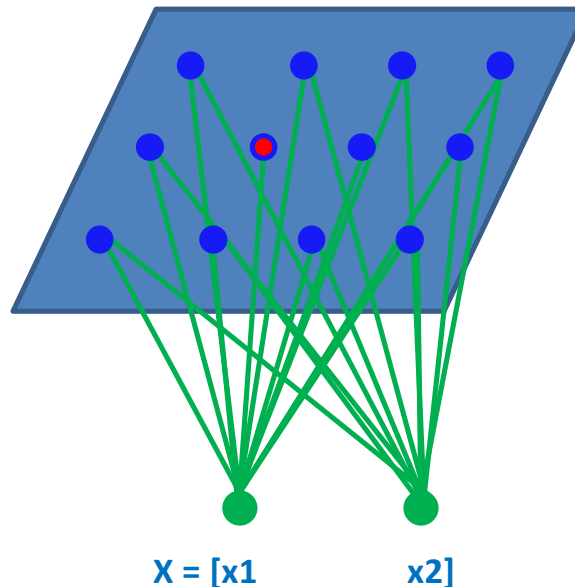
Przyjmijmy wektor wag synaptycznych neuronu j :

$$w_j = (w_{j1}, w_{j2}, \dots, w_{j,m})^T$$

$$j = 1, 2, \dots, l$$

np:

l - liczba neuronów



Proces współzawodnictwa w SOM

Zadanie polega na znalezieniu najlepszego dopasowania pomiędzy \mathbf{x} oraz \mathbf{w}_j

\mathbf{x} „będzie szukało” najlepszego dopasowania z każdym wektorem \mathbf{w}_j .
Waga o zwycięskim indeksie j będzie podlegała adaptacji.

Obliczamy: $\mathbf{w}_j^T \mathbf{x}$ dla każdego $j=1,2, \dots, l$ i wybieramy największe (j)

Maksymalizujemy : $\mathbf{w}_j^T \mathbf{x}$

co jednocześnie oznacza minimalizację: $\|\mathbf{x} - \mathbf{w}_j\|$

Przyjmijmy index $i(\mathbf{x})$:

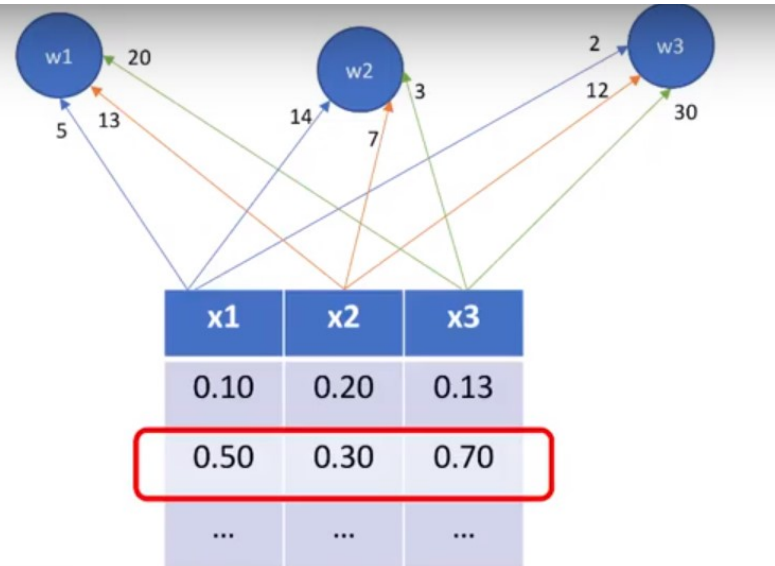
$$i(\mathbf{x}) = \arg \min_j \|\mathbf{x} - \mathbf{w}_j\| \quad j \in A$$

takie j jest indeksem zwycięskiego neuronu a \mathbf{w}_j jest najbliższym \mathbf{x} wektorem.

Proces współzawodnictwa w SOM

Training Process

1. Initialize neural network weights
2. Randomly select an input
3. Select the winning neuron using Euclidean distance
4. Update neuron weights
5. Go back to 2 until done training



$$d_1 = \sqrt{\sum_i^3 (x_i - w_{1,i})^2} = \sqrt{(0.5 - 5)^2 + (0.3 - 13)^2 + (0.7 - 20)^2} = 23.5$$

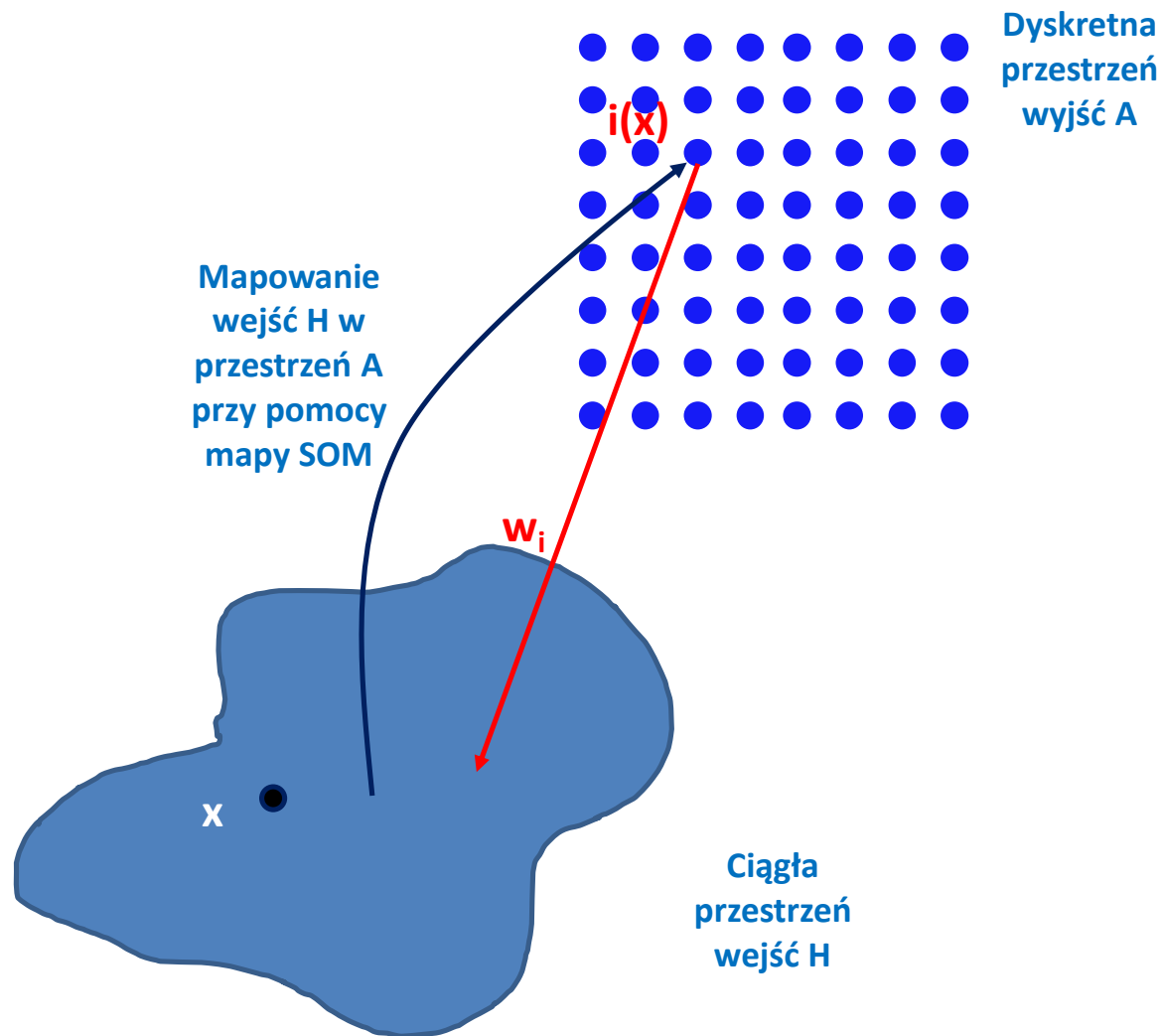
$$d_2 = \sqrt{\sum_i^3 (x_i - w_{2,i})^2} = \sqrt{(0.5 - 14)^2 + (0.3 - 7)^2 + (0.7 - 3)^2} = 15.2$$

$$d_3 = \sqrt{\sum_i^3 (x_i - w_{3,i})^2} = \sqrt{(0.5 - 2)^2 + (0.3 - 12)^2 + (0.7 - 30)^2} = 31.6$$

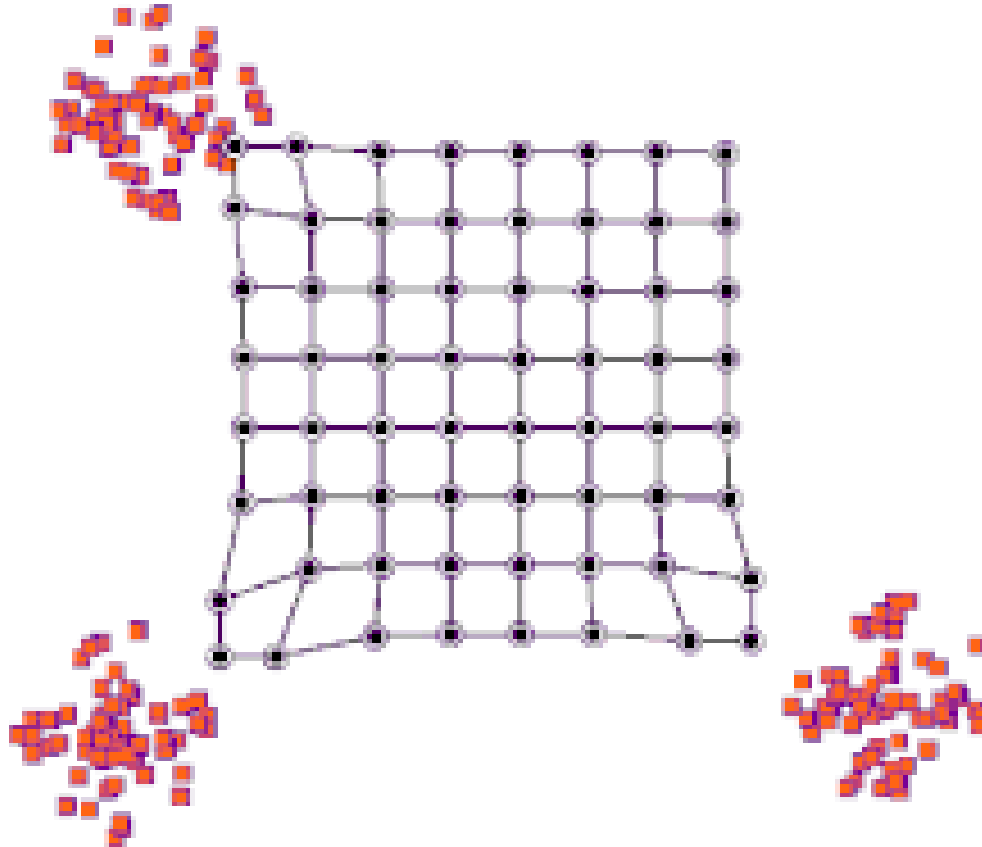
Proces współzawodnictwa w SOM

Ciągła przestrzeń wejść (wzorców pobudzających) jest mapowana w dyskretną przestrzeń wyjść poprzez proces współzawodnictwa pomiędzy neuronami.

W zależności od potrzeb (aplikacji) odpowiedzią (wyjściem) z sieci może być indeks zwycięskiego neuronu lub wektor wag synaptycznych najbliższy wektorowi wejściowemu w sensie odległości Euklidesowej.



Przykład



<https://en.wikipedia.org/wiki/File:TrainSOM.gif>

Proces kooperacji w SOM

Czy tylko zwycięski neuron powinien mieć możliwość adaptacji wag ?

Okazuje się, iż znacznie lepsze rezultaty przynosi umożliwienie adaptacji wag również sąsiadom zwycięskiego neuronu.

Pozostaje jednak pytanie: które neurony mają posiadać ten przywilej ?

Intuicyjnie czujemy że neurony leżące najbliżej zwycięskiego powinny mieć możliwość pełniejszej adaptacji wag a te leżące dalej, mniejszej.

Niech $h_{i,j}$ oznacza sąsiedztwo topologiczne, którego środkiem jest zwycięski neuron i . Niech j oznacza jedne z pobudzonych neuronów sąsiedztwa.

Niech $d_{i,j}$ oznacza odległość pomiędzy zwycięskim neuronem i oraz pobudzonym j .

Proces kooperacji w SOM

Możemy założyć że $h_{i,j}$ jest unimodalną funkcją $d_{i,j}$ spełniającą dwa warunki:

1. $h_{i,j}$ jest symetryczna względem maksimum zdefiniowanego dla $d_{i,j} = 0$, co ma miejsce dla zwycięskiego neuronu i .
2. Amplituda $h_{i,j}$ maleje monotonicznie wraz ze wzrastaniem odległości $d_{i,j}$ i osiąga wartość 0 przy $d_{i,j} \rightarrow \infty$.

Jest to warunek konieczny zbieżności algorytmu uczenia !

Dobrym wyborem funkcji $h_{i,j}$ jest funkcja Gaussa.

Proces kooperacji w SOM

Funkcja Gaussa

$$h_{j,i(x)} = \exp\left(-\frac{d_{j,i}^2}{2\sigma^2}\right) \quad j \in A$$

gdzie 2σ jest parametrem.

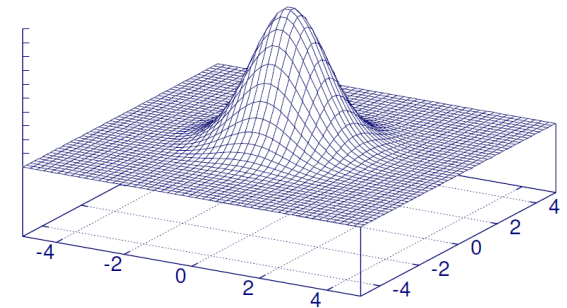
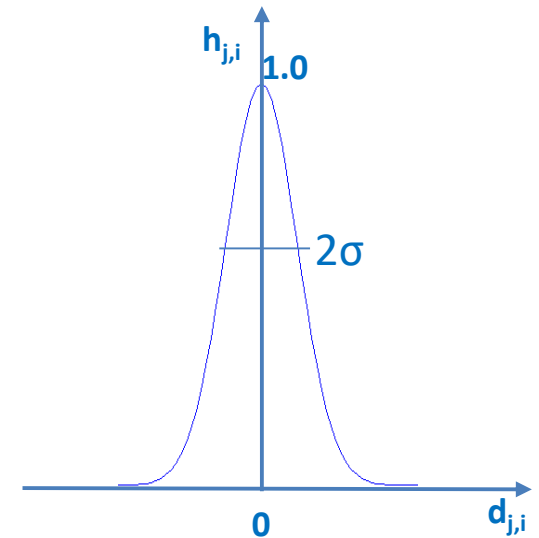
Funkcja $h_{j,i}$ nie zależy od położenia zwycięskiego neuronu !!

W 1D SOM $d_{i,j}$ można zapisać jako $d_{i,j} = |j - i|$.

Natomiast w przypadku 2D SOM $d_{i,j}$ można zapisać jako:

$$d_{j,i}^2 = \|r_j - r_i\|^2$$

Gdzie r_j jest dyskretnym wektorem definiującym pozycję pobudzonego neuronu j a r_i , definiującym pozycję zwycięskiego neuronu i .



Proces kooperacji w SOM

Ważną cechą algorytmu uczenia SOM jest fakt że rozmiar sąsiedztwa topologicznego neuronów zawęża się z czasem (krokiem iteracji).

Najczęściej przyjmuje się $\sigma(n)$ postaci:

$$\sigma(n) = \sigma_0 \exp\left(-\frac{n}{\tau_1}\right) \quad n = 0,1,2,\dots$$

Gdzie σ_0 jest wartością początkową σ , a τ_1 jest stałą czasową.

Tak więc, zmienna w czasie, „zawężająca się” funkcja sąsiedztwa topologicznego h_{ij} , jest zdefiniowana jako:

$$h_{j,i(x)}(n) = \exp\left(-\frac{d_{j,i}^2}{2\sigma^2(n)}\right) \quad n = 0,1,2,\dots$$

Proces adaptacji wag synaptycznych SOM

Neurony określone przez funkcję sąsiedztwa topologicznego zwycięskiego neuronu mają przywilej adaptacji swoich wag w kierunku wektora wejściowego \mathbf{x} .

Powstaje pytanie w jaki sposób te wagi zmieniać ?

Klasyczna reguła Hebba prowadzi w przypadku uczenia nienadzorowanego do sytuacji w której zmiany wag następują jedynie w kierunku ich wzrostu, co szybko prowadzi do procesu saturacji sieci.

Aby zniwelować ten problem, do algorytmu wprowadzono współczynnik „zapominania”:

$$g(y_j)w_j$$

Gdzie $g(y_j)$ jest dodatnią liczbą będącą funkcją odpowiedzi y_j .

Przyjmujemy że $g(y_j)=0$ dla $y_j = 0$.

W rezultacie zmiana wag neuronu j przebiega zgodnie z:

$$\Delta w_j = \eta y_j x - g(y_j)w_j$$

Gdzie η jest współczynnikiem szybkości uczenia.

Proces adaptacji wag synaptycznych SOM

Przyjmując:

$$g(y_j)w_j = \eta y_j$$

Dla zwycięskiego neuronu $i(x)$, możemy przyjąć :

$$y_j = h_{j,i(x)}$$

I w rezultacie:

$$\Delta w_j = \eta h_{j,i(x)} (x - w_j)$$

W postaci dyskretnej, wagi neuronu j w kolejnych krokach iteracji wynoszą:

$$w_j(n+1) = w_j(n) + \eta(n)h_{j,i(x)}(n)(x(n) - w_j(n))$$

W ten sposób powinny zostać zmienione wagi wszystkich neuronów sąsiedztwa topologicznego neuronu zwycięskiego i .

Proces adaptacji wag synaptycznych SOM

Formuła:

$$w_j(n+1) = w_j(n) + \eta(n)h_{j,i(x)}(n)(x(n) - w_j(n))$$

Prowadzi do systematycznego „przesuwania” się wag w_j neuronu zwycięskiego w kierunku wektora wejściowego x .

Generalnie, algorytm prowadzi do topologicznego uporządkowania mapy neuronów na podobieństwo wektora wejść.

Również współczynnik szybkości uczenia powinien maleć wraz z krokami iteracji, np:

$$\eta(n) = \eta_0 \exp\left(-\frac{n}{\tau_2}\right) \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

τ_2 jest kolejną stałą czasową

Proces adaptacji wag synaptycznych SOM

Proces adaptacji wag synaptycznych można podzielić na dwie fazy:

1. Fazę samoorganizacji lub uporządkowywania
2. Fazę zbieżności

Proces adaptacji wag synaptycznych SOM

Faza samoorganizacji lub uporządkowywania

W tej fazie następuje faktyczne porządkowanie topologiczne wektorów wag.

- proces ten trwa przeważnie ponad 1000 iteracji;
- współczynnik szybkości uczenia powinien startować z wartości bliskich 0.1 i stopniowo się zmniejszać. Nie powinien on jednak spadać poniżej wartości 0.01. Można to osiągnąć poprzez przyjęcie $\eta_0 = 0.1$ oraz $\tau_2 = 1000$.

$$\eta(n) = \eta_0 \exp\left(-\frac{n}{\tau_2}\right) = 0.1 \exp\left(-\frac{n}{1000}\right)$$

- funkcja sąsiedztwa $h_{i,j}(n)$ powinna początkowo obejmować prawie wszystkie neurony i następnie zmniejszać się z czasem, tak aby finalnie „obejmowała” kilka lub nawet tylko zwycięski neuron.
- można więc przyjąć wartość σ_0 równą promieniowi macierzy neuronów (przypadek 2D SOM), oraz:

$$\tau_1 = \frac{1000}{\log \sigma_0}$$

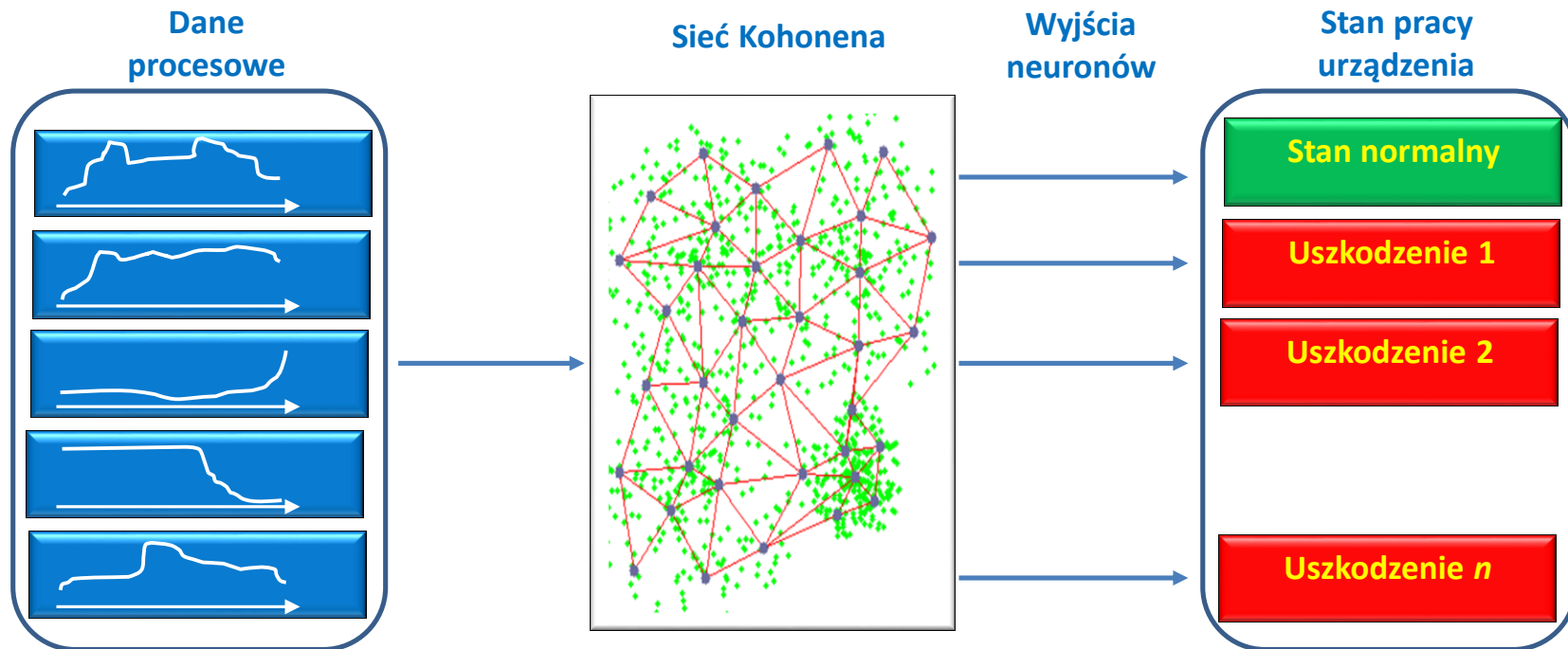
Proces adaptacji wag synaptycznych SOM

Faza zbieżności

W tej fazie następuje tuning położenia neuronów na mapie SOM.

- ilość iteracji niezbędnych do zbieżności procesu jest silnie uzależniony od rozmiaru wektora wejść. Przyjmuje się, że proces zbieżności algorytmu powinien trwać przynajmniej 500 razy ilość neuronów.
- współczynnik szybkości uczenia powinien się utrzymywać na wartościach ok. 0.01, nie powinien jednak nigdy spadać do zera !
- funkcja sąsiedztwa $h_{i,j}(n)$ „obejmować” kilka najbliższych neuronów zwycięzcy lub tylko zwycięzki neuron czyli $h_{i,j}(n) = 0$.

Wykorzystanie SOM w diagnostyce procesowej

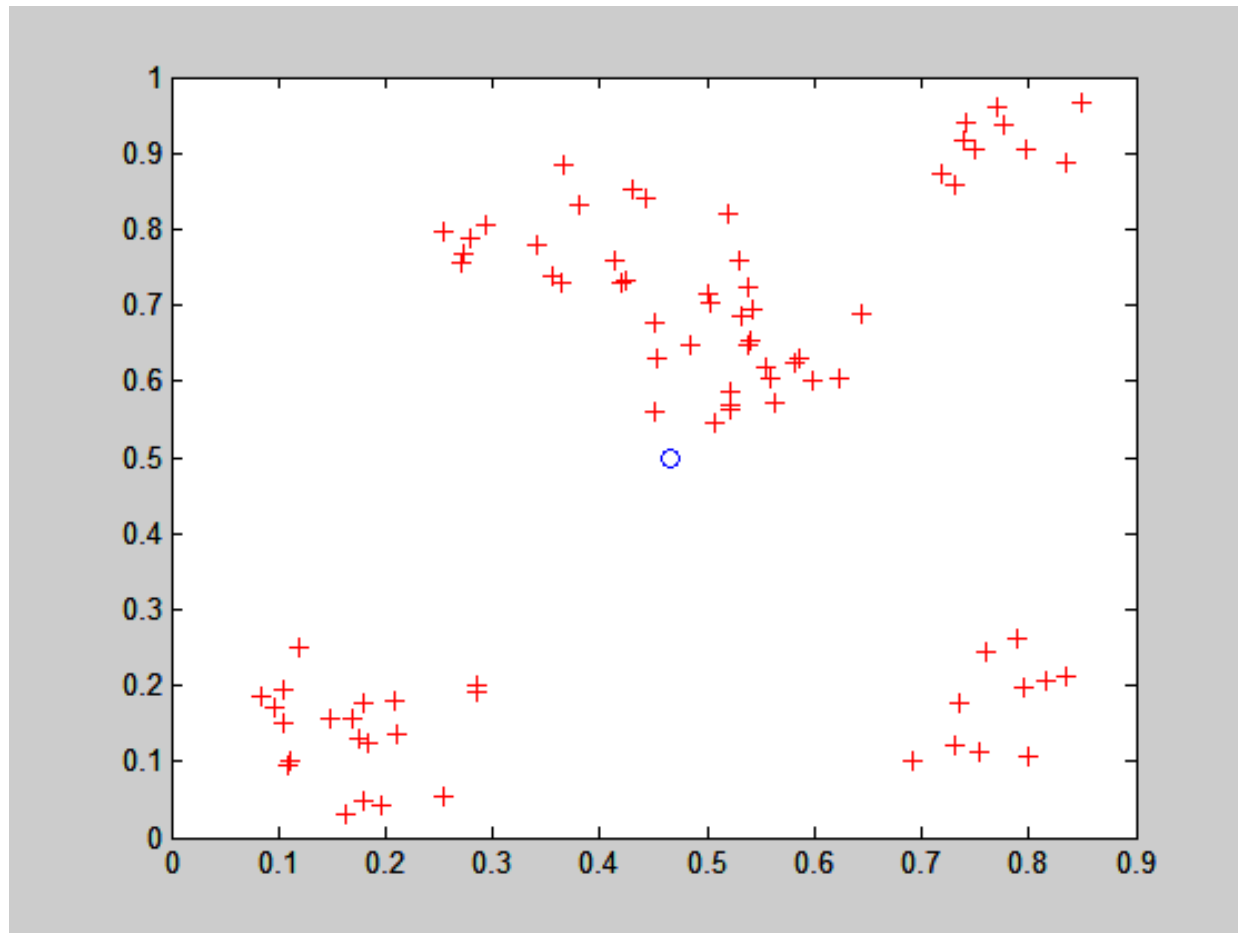


Zwycięski neuron (obszar) wskazuje uszkodzenie lub stan (operacyjny) pracy układu

źródło: Ossowski, S. Sieci neuronowe do przetwarzania informacji.
Oficyna wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2000.

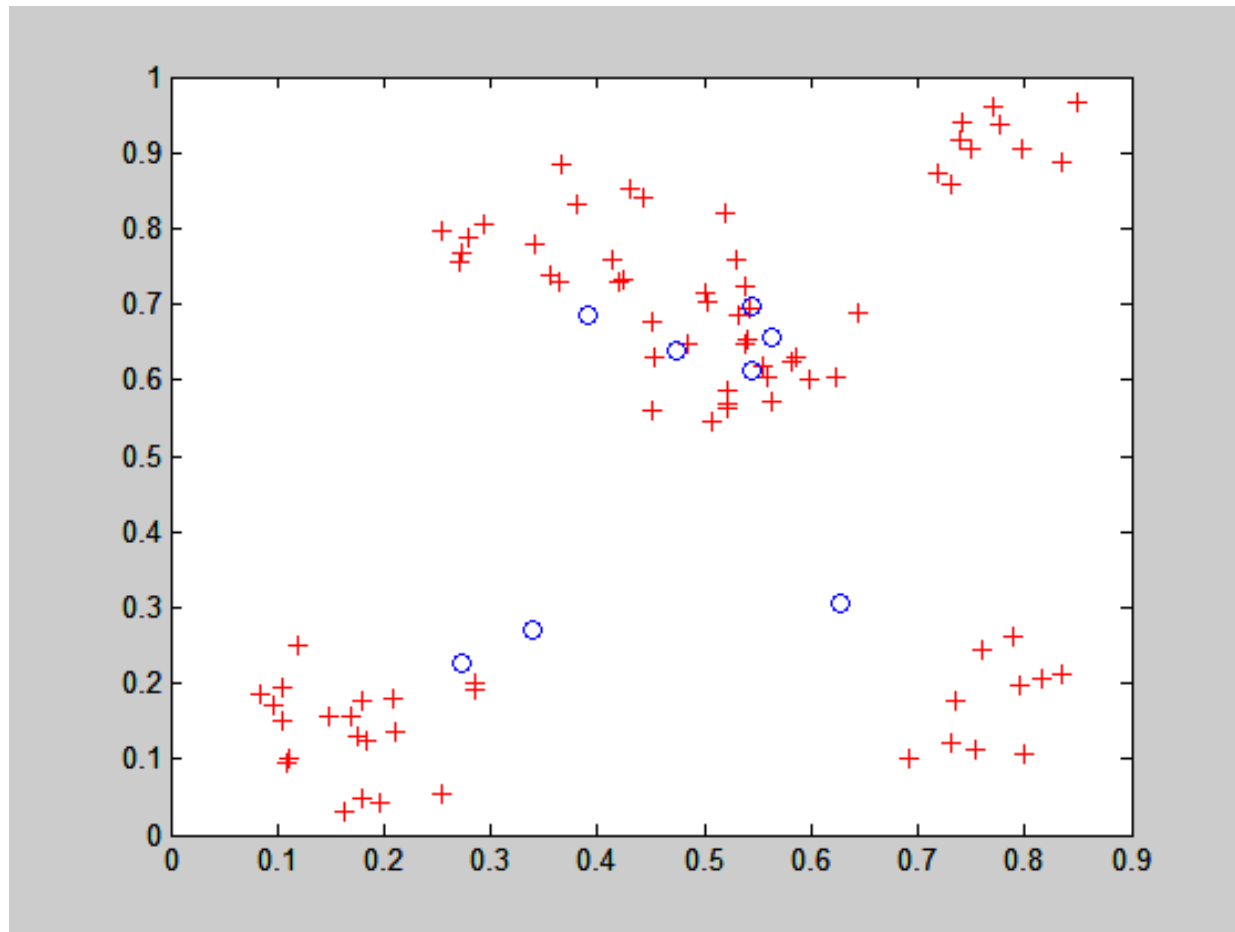
SOM w Matlabie

Inicjalizacja wag sieci



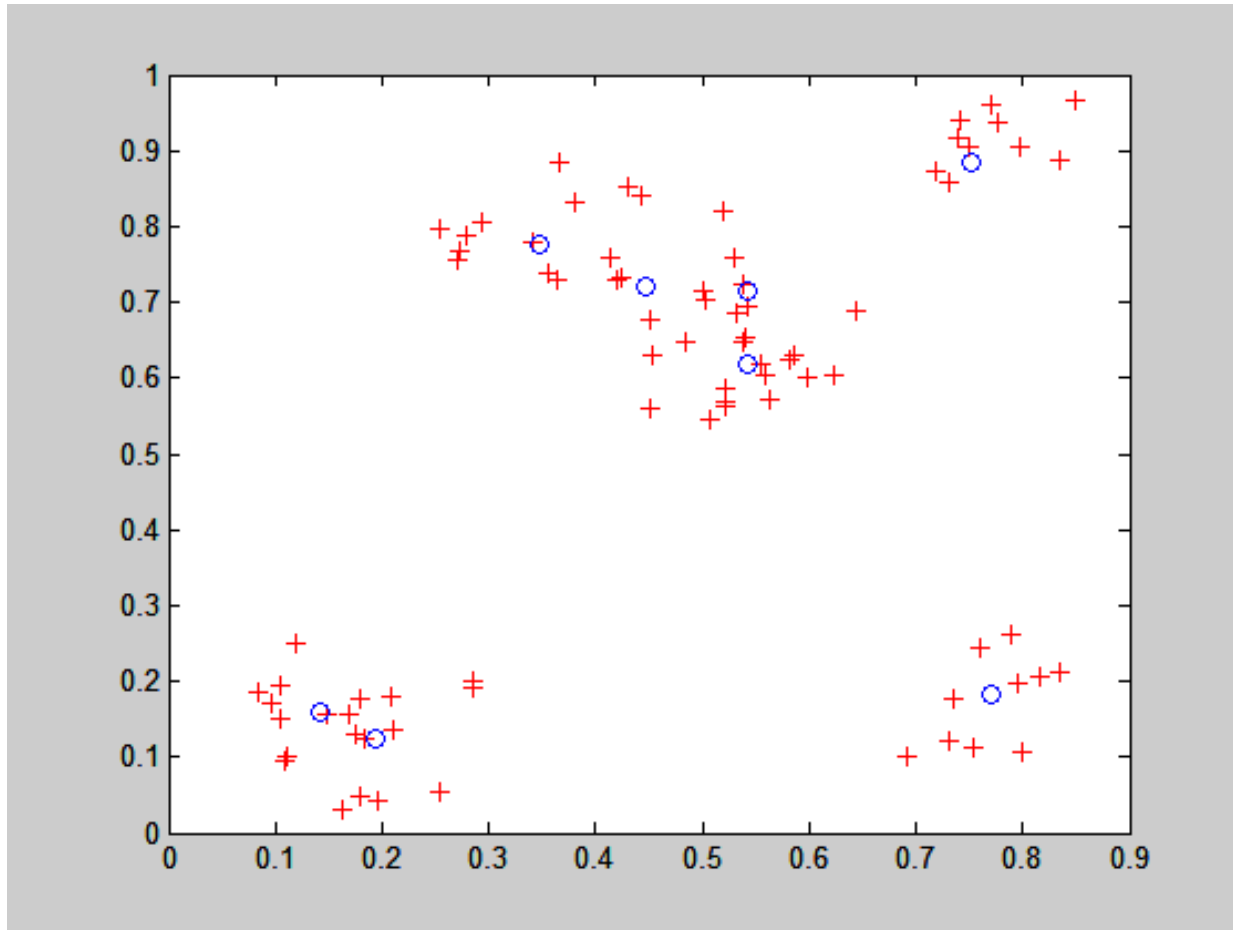
SOM w Matlabie

Wagi sieci po 1 epoce



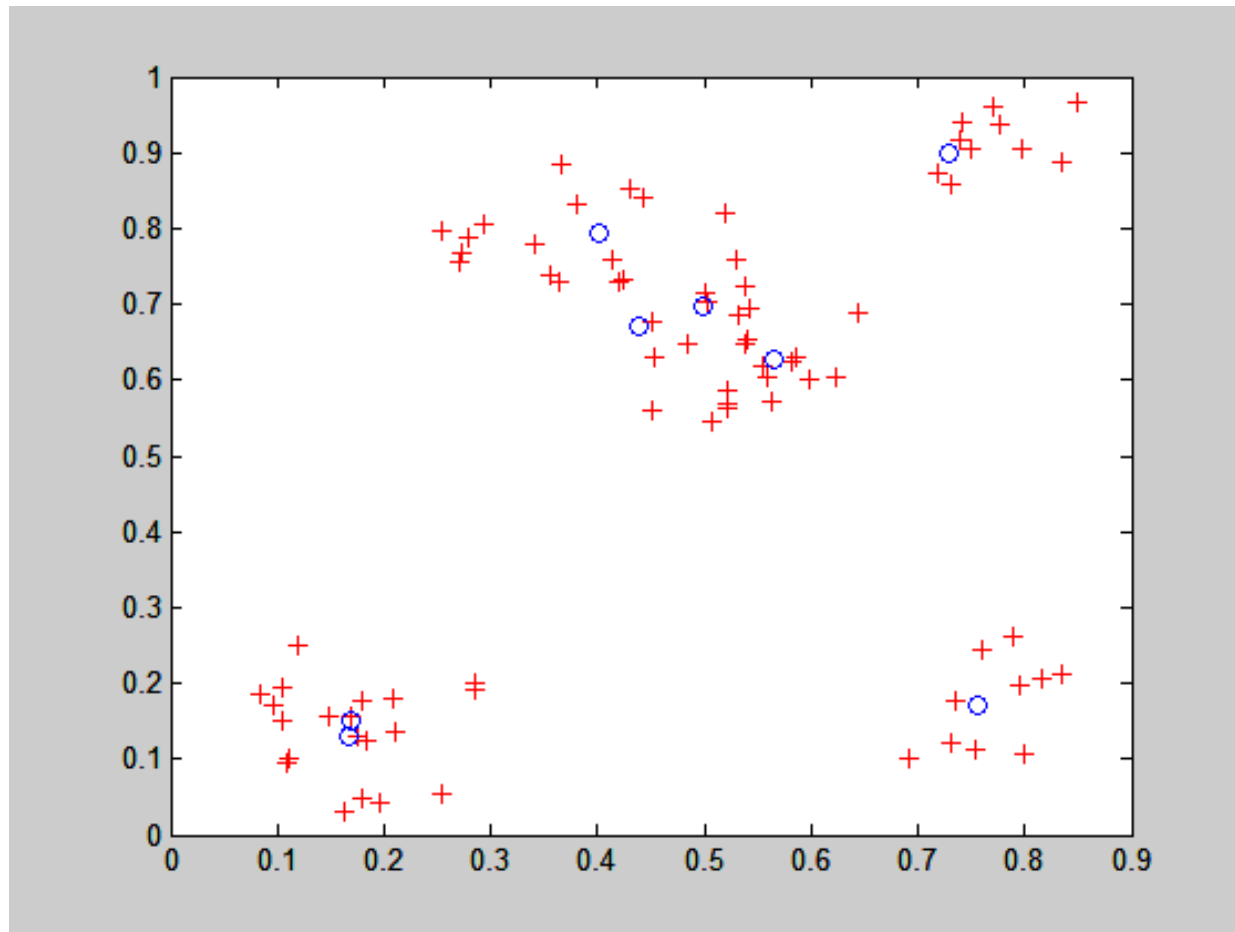
SOM w Matlabie

Wagi sieci po 10 epokach



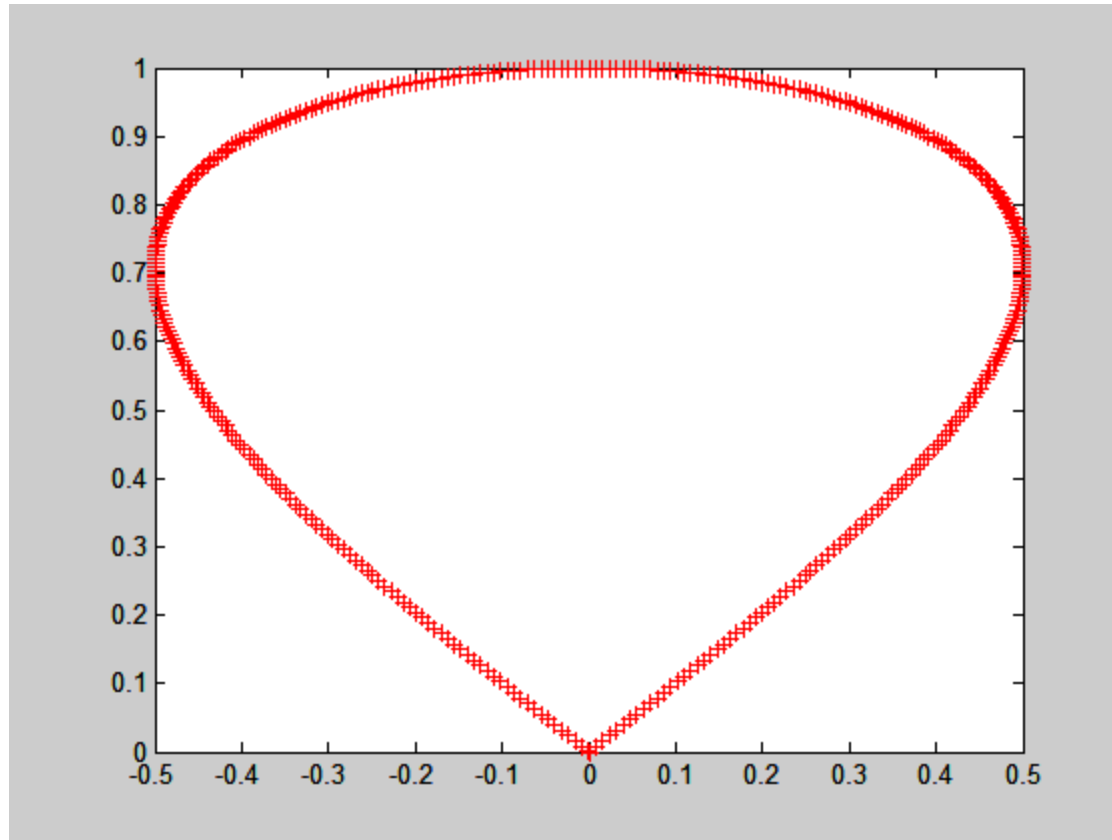
SOM w Matlabie

Wagi sieci po 300 epokach



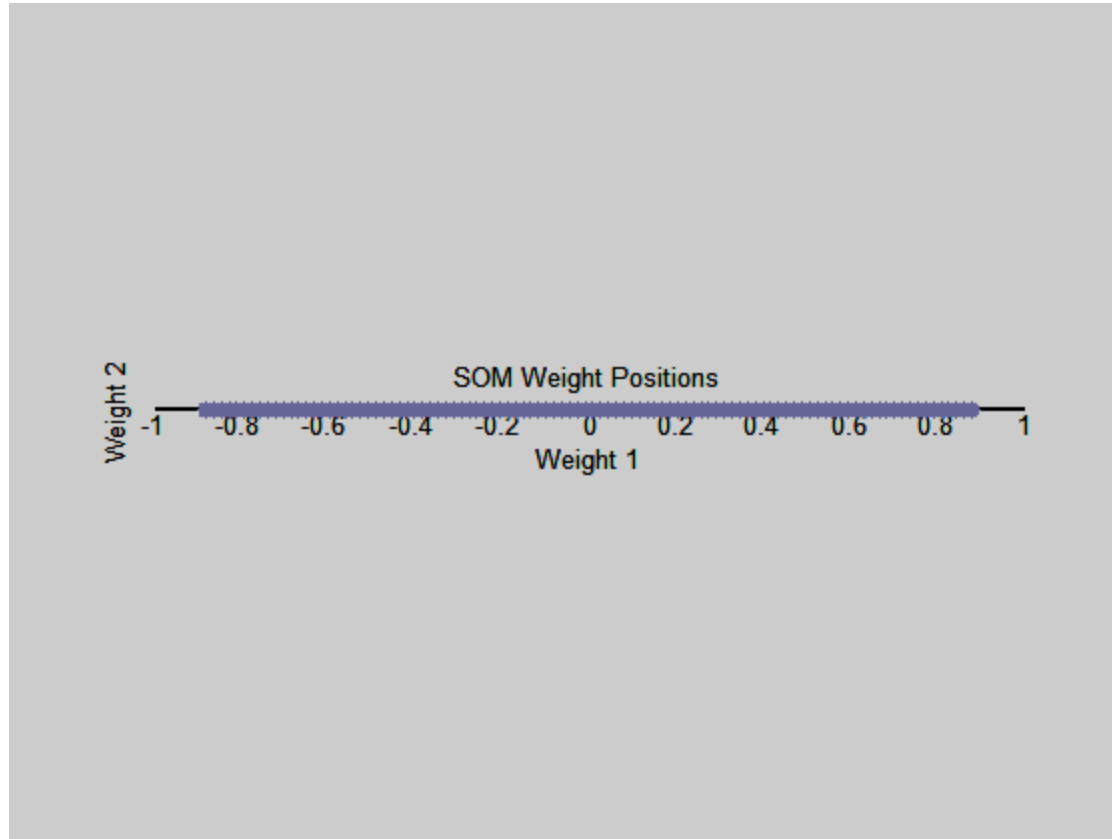
SOM w Matlabie

Wejście



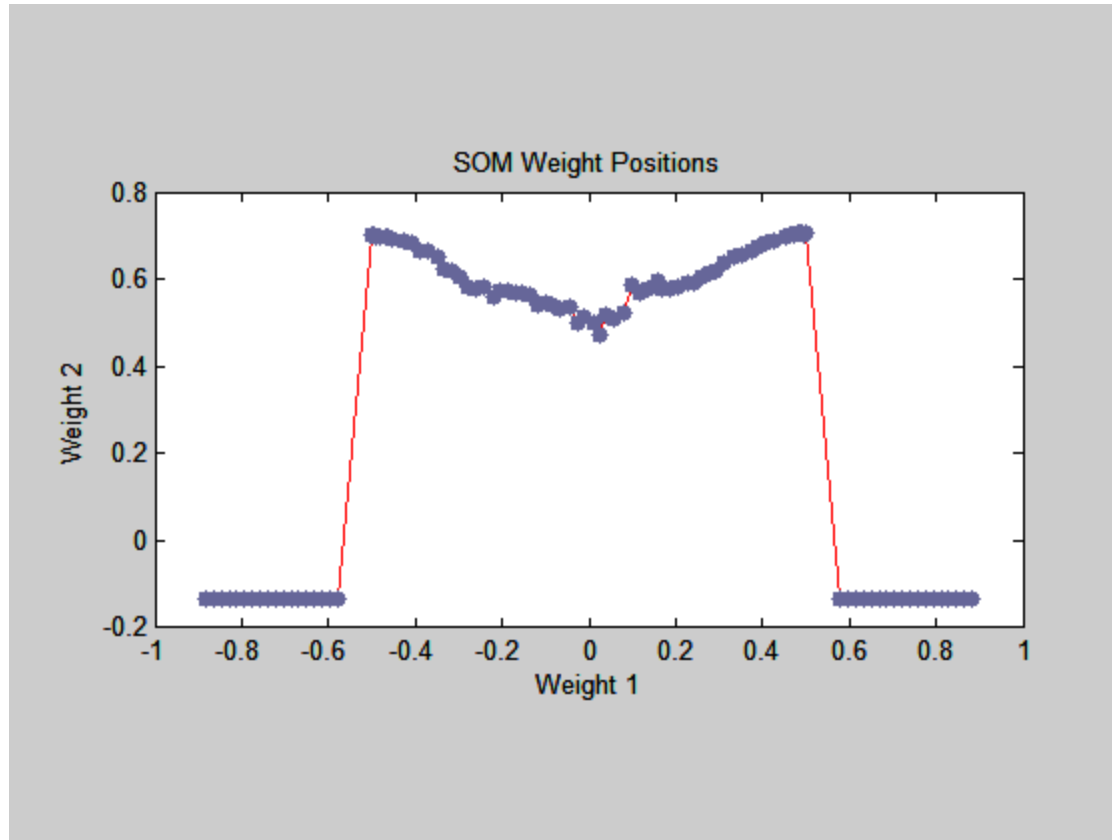
SOM w Matlabie

Inicjalizacja wag sieci



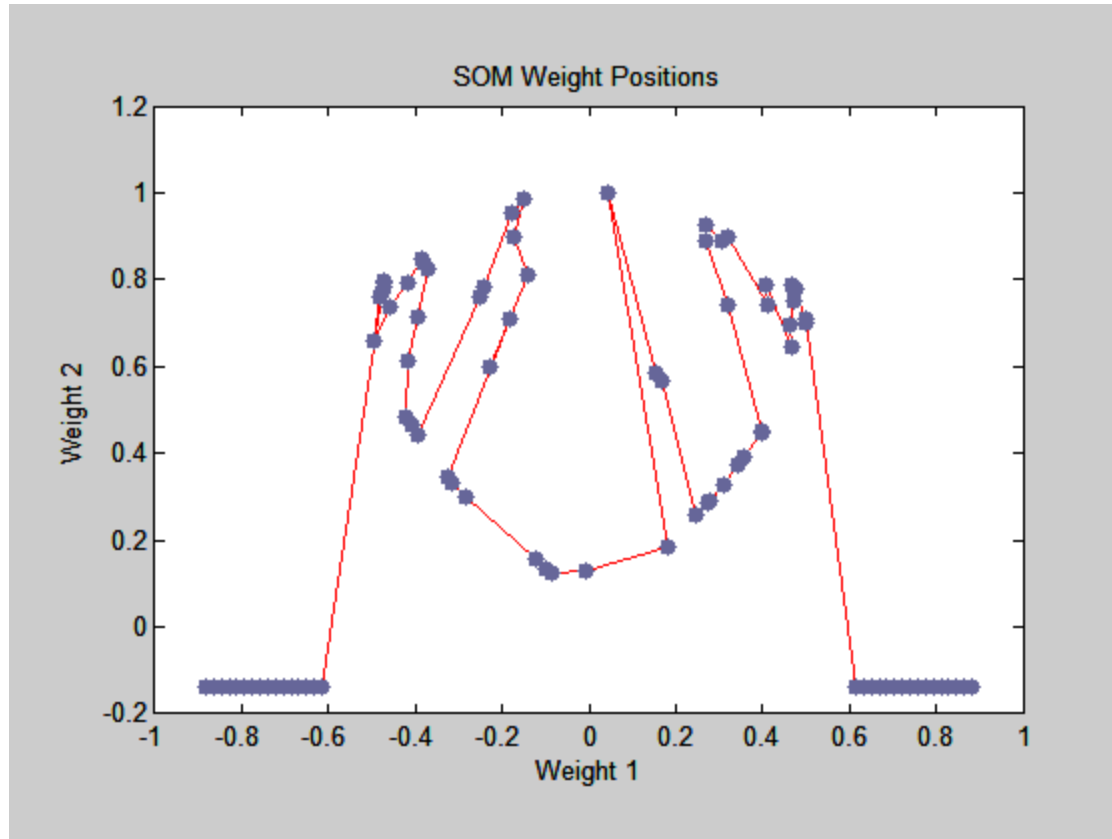
SOM w Matlabie

Wagi sieci po 1 epoce



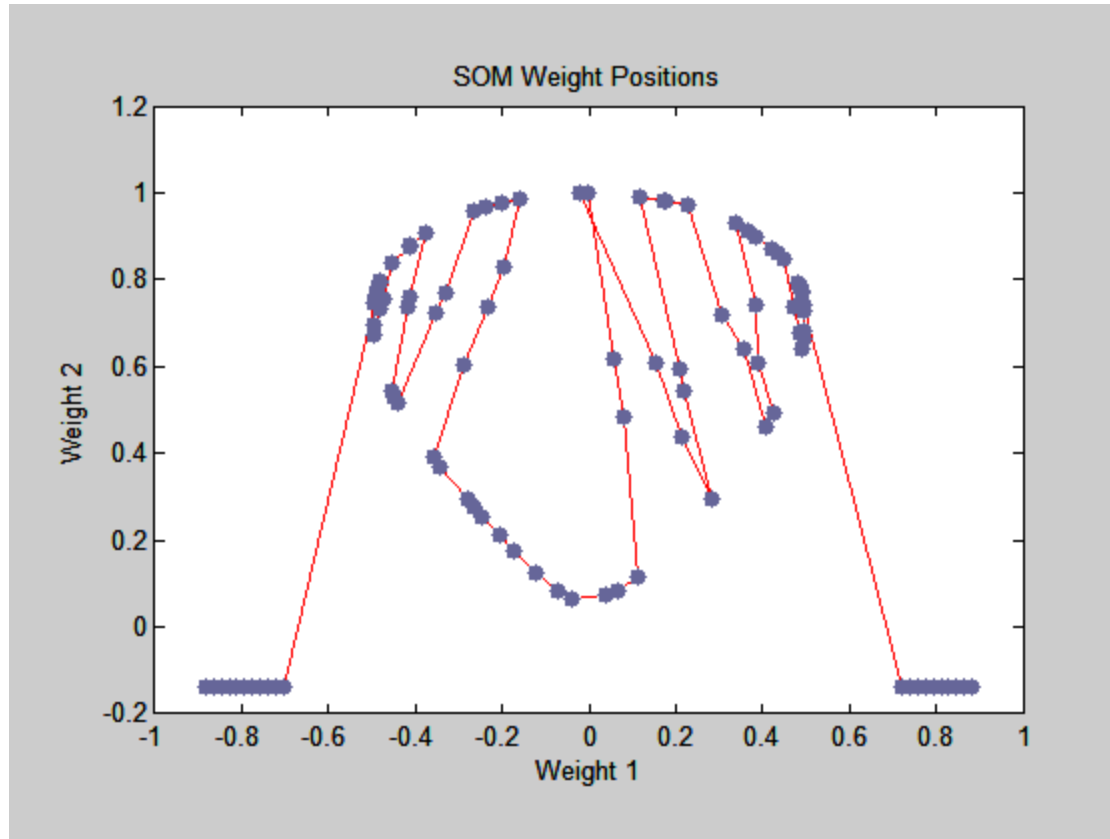
SOM w Matlabie

Wagi sieci po 2 epokach



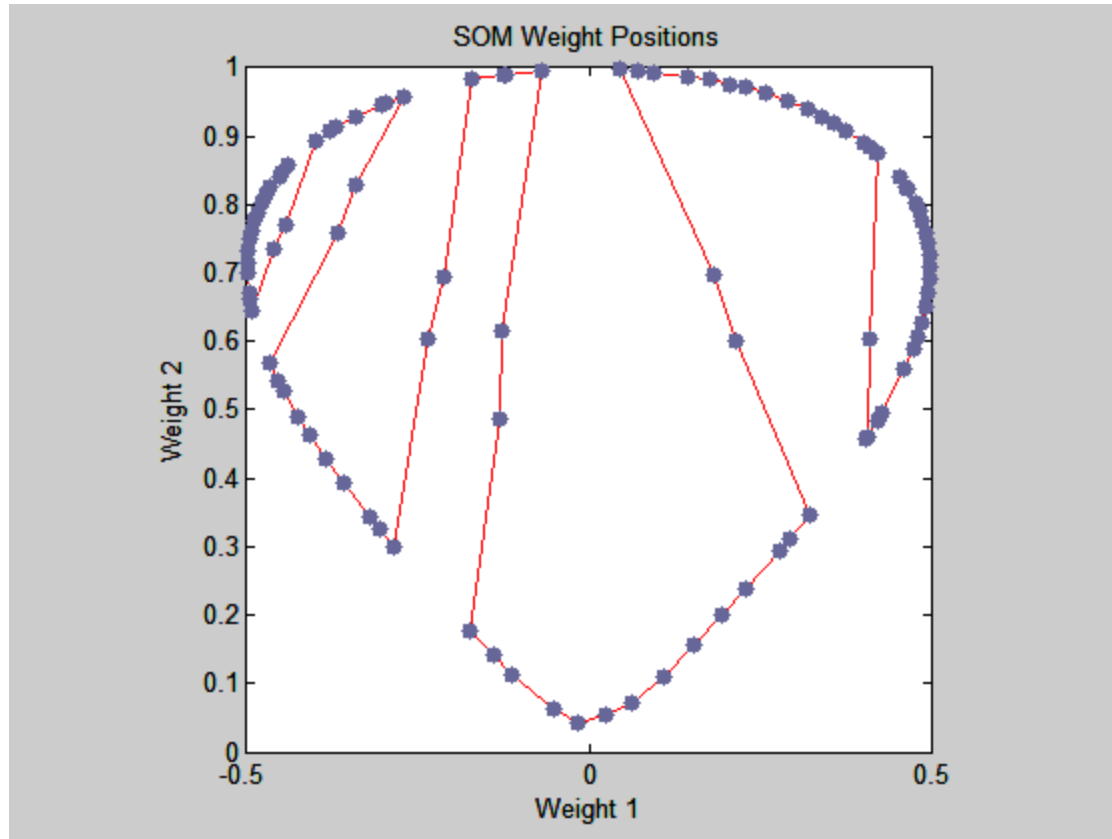
SOM w Matlabie

Wagi sieci po 5 epokach



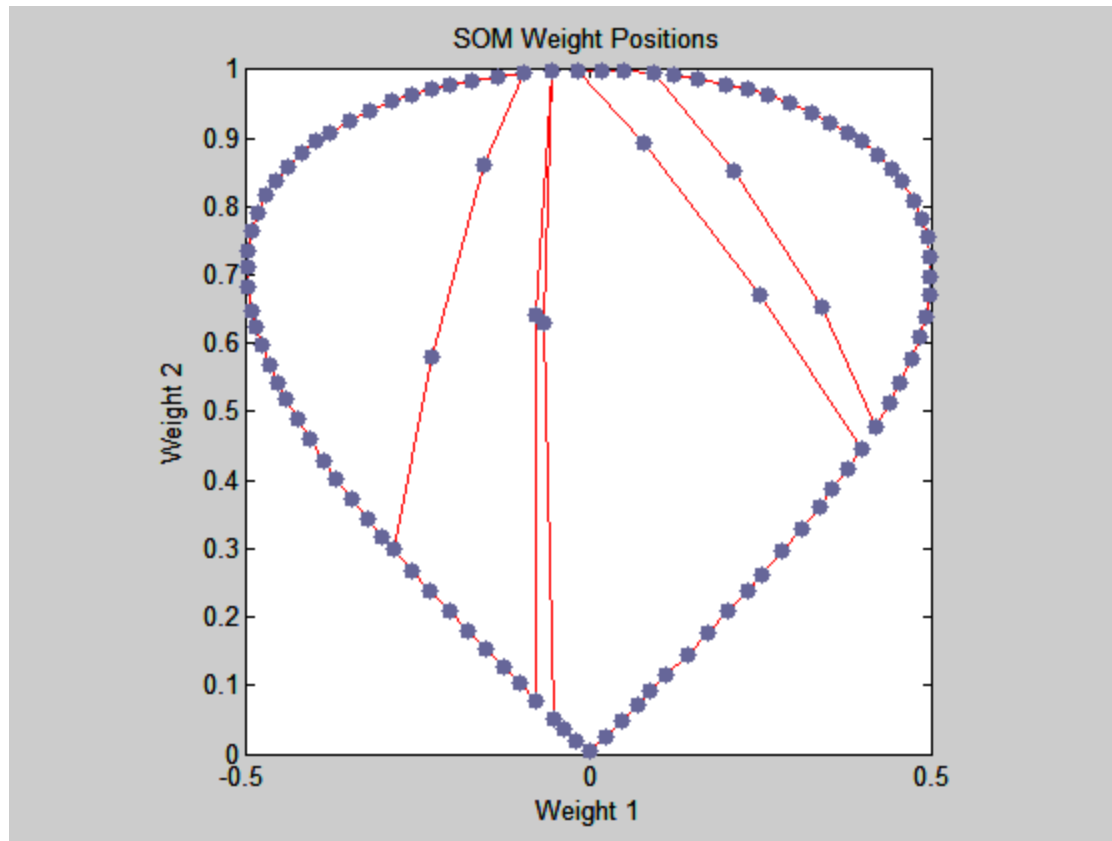
SOM w Matlabie

Wagi sieci po 20 epokach



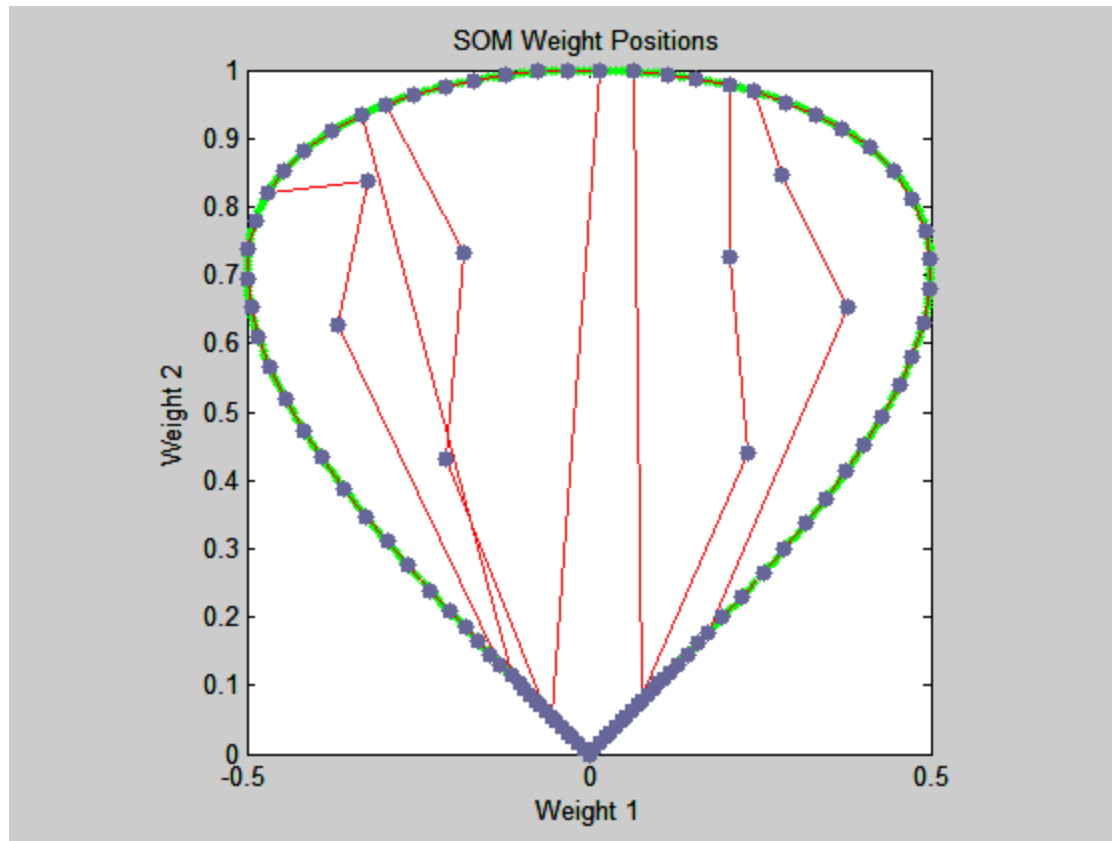
SOM w Matlabie

Wagi sieci po 200 epokach



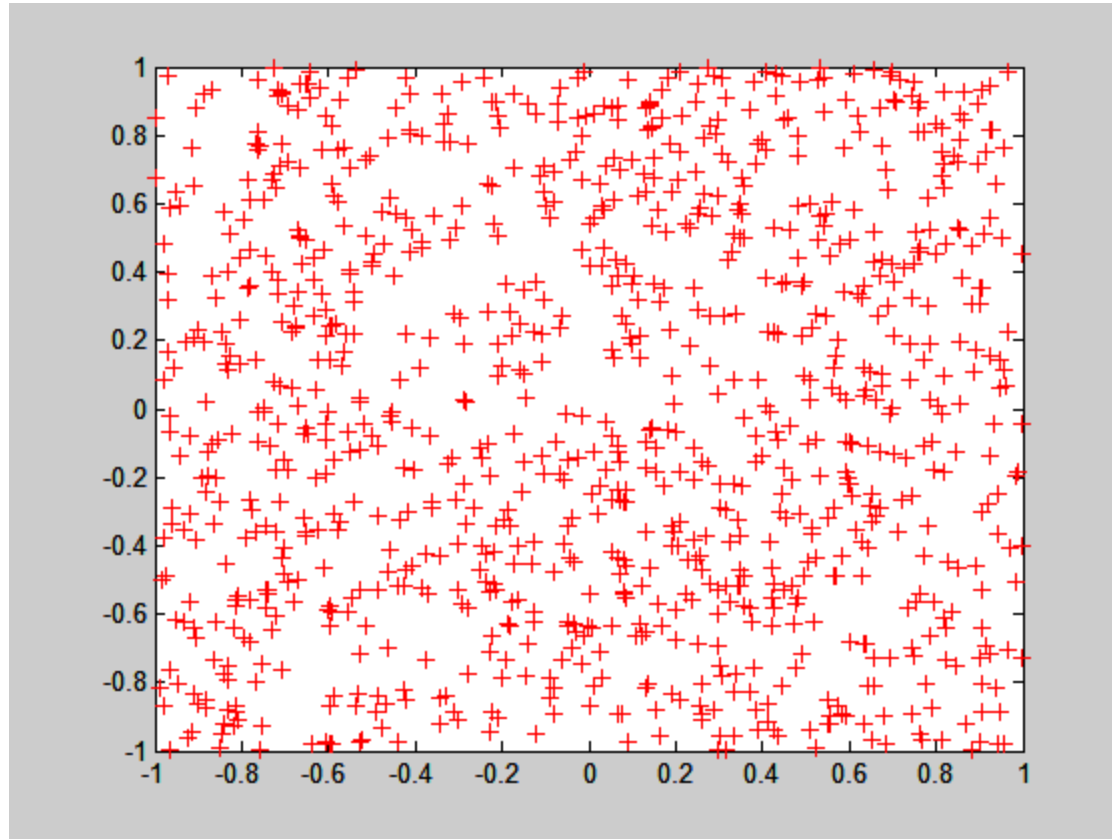
SOM w Matlabie

Wagi sieci po 200000 epokach



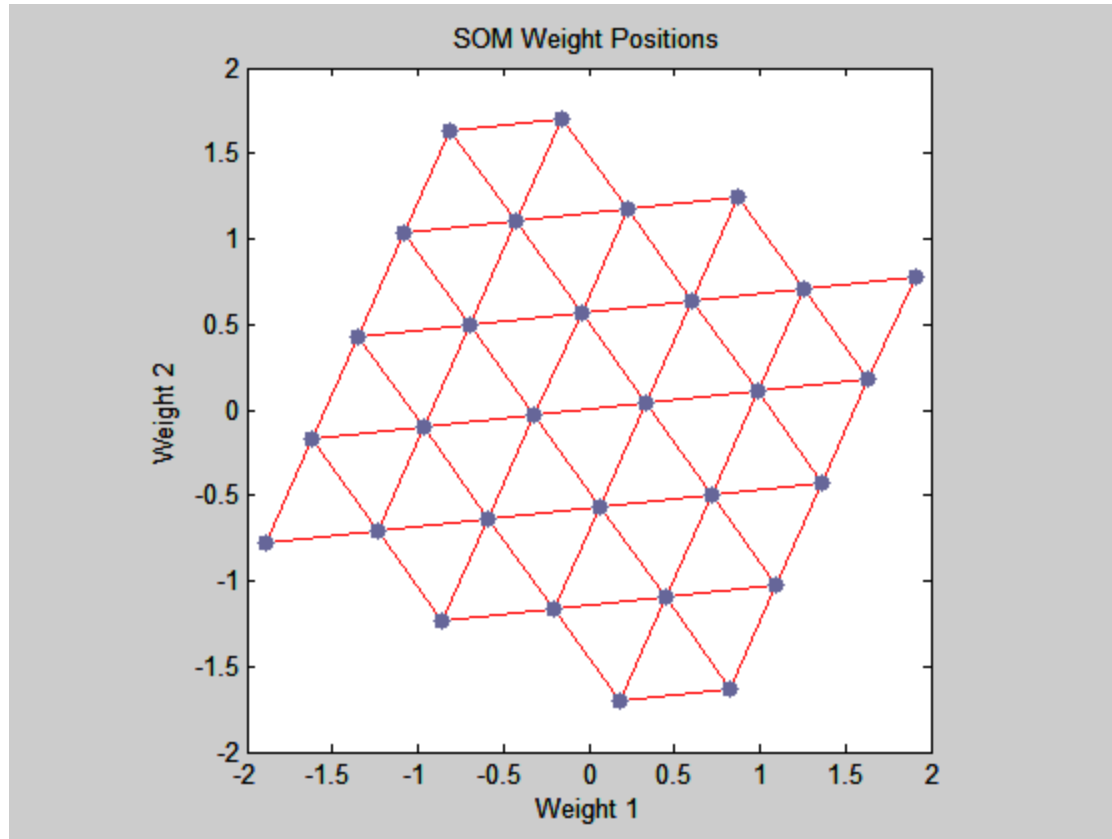
SOM w Matlabie

Wejście



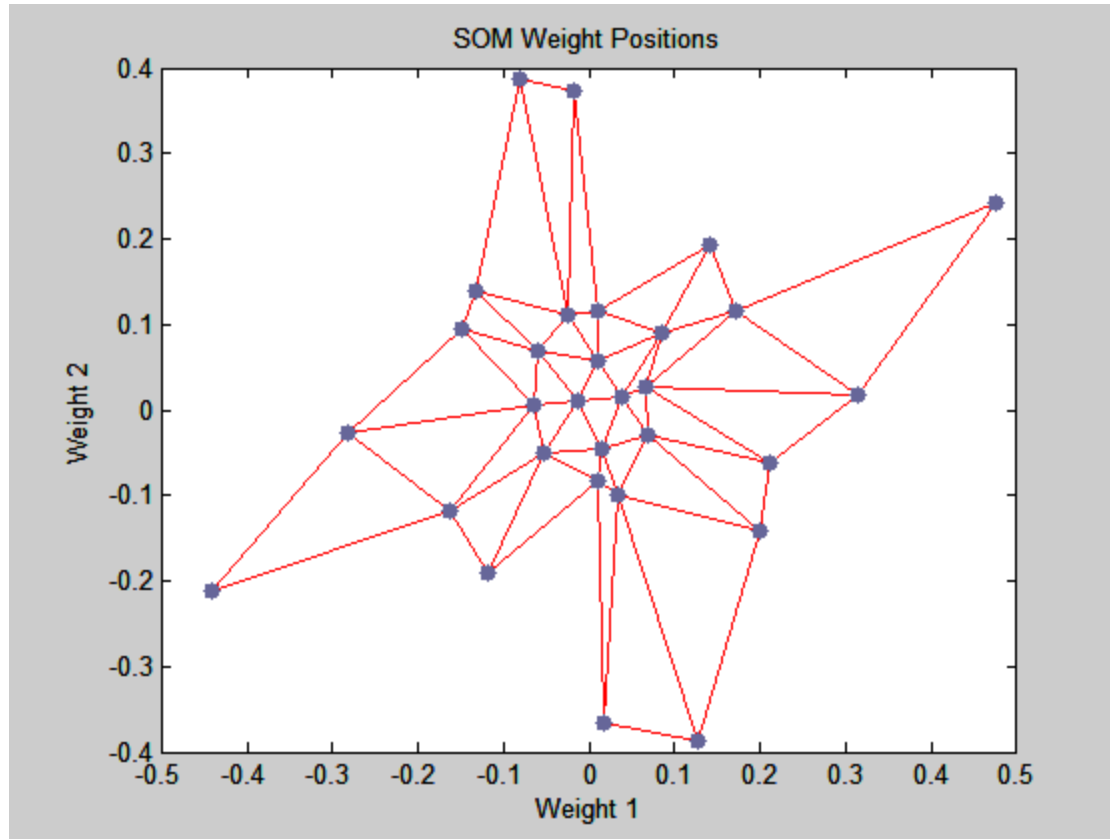
SOM w Matlabie

Inicjalizacja wag sieci



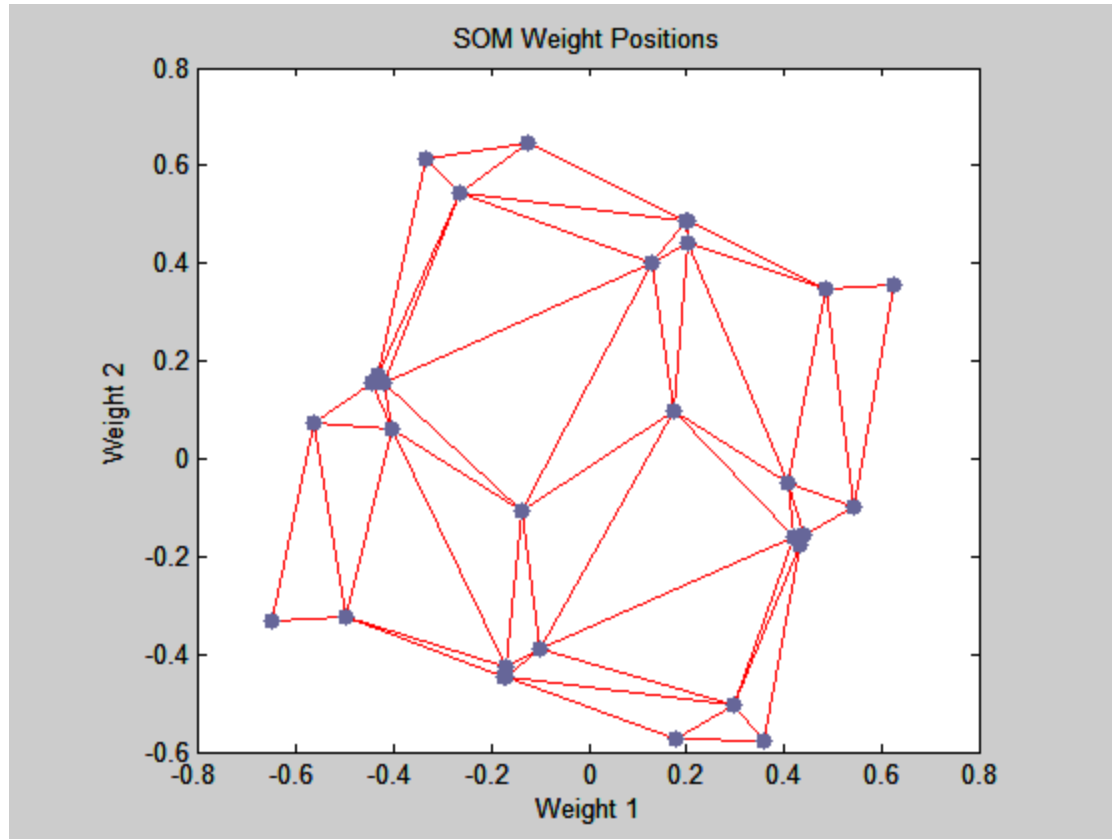
SOM w Matlabie

Wagi sieci po 1 epoce



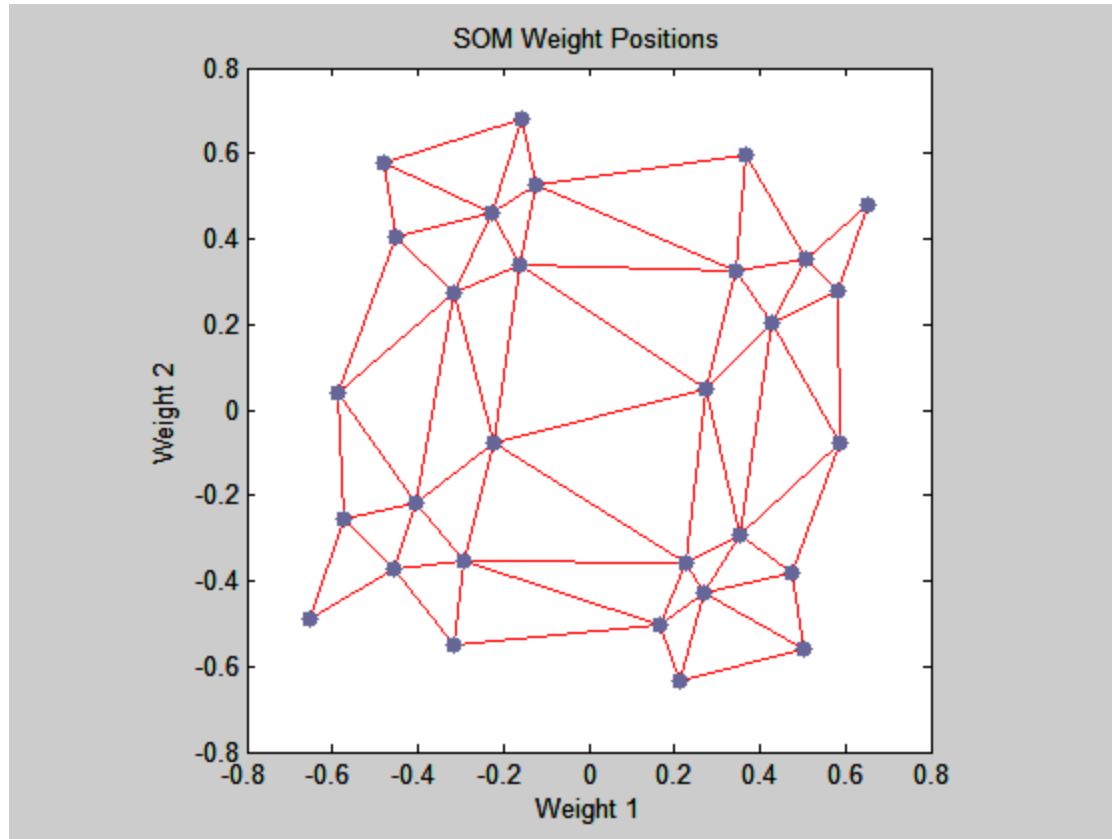
SOM w Matlabie

Wagi sieci po 2 epokach



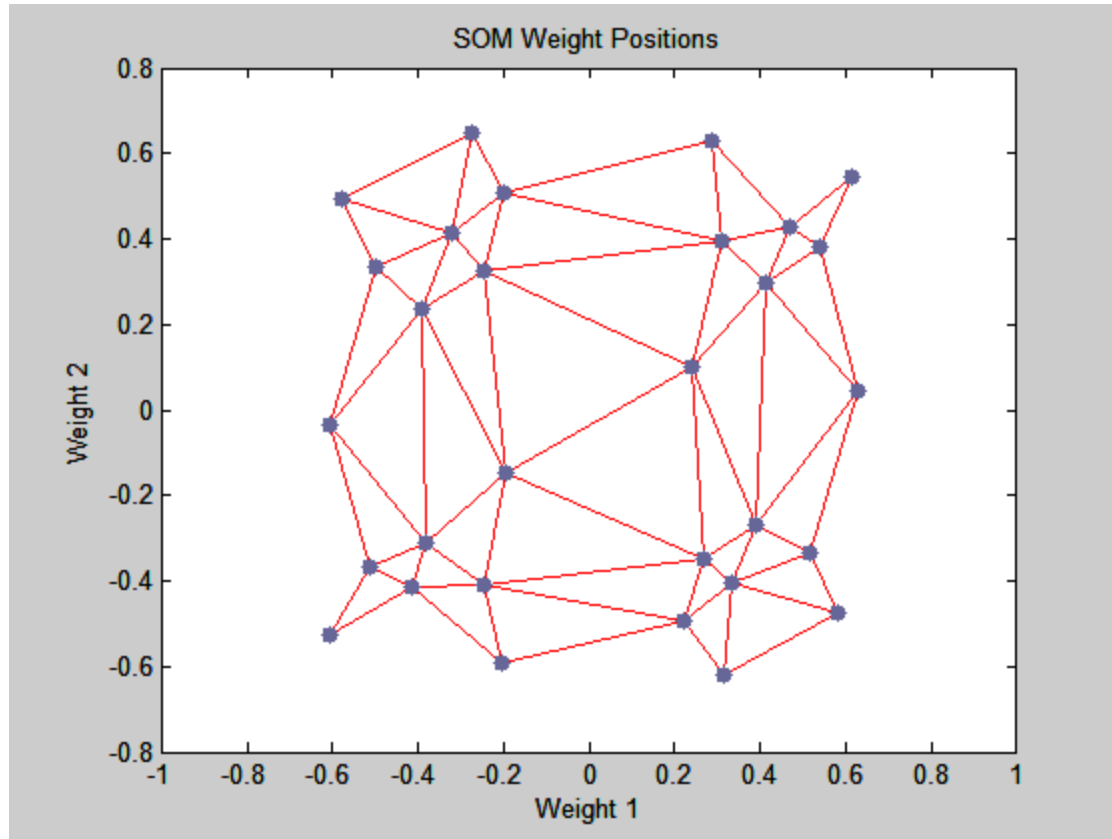
SOM w Matlabie

Wagi sieci po 5 epokach



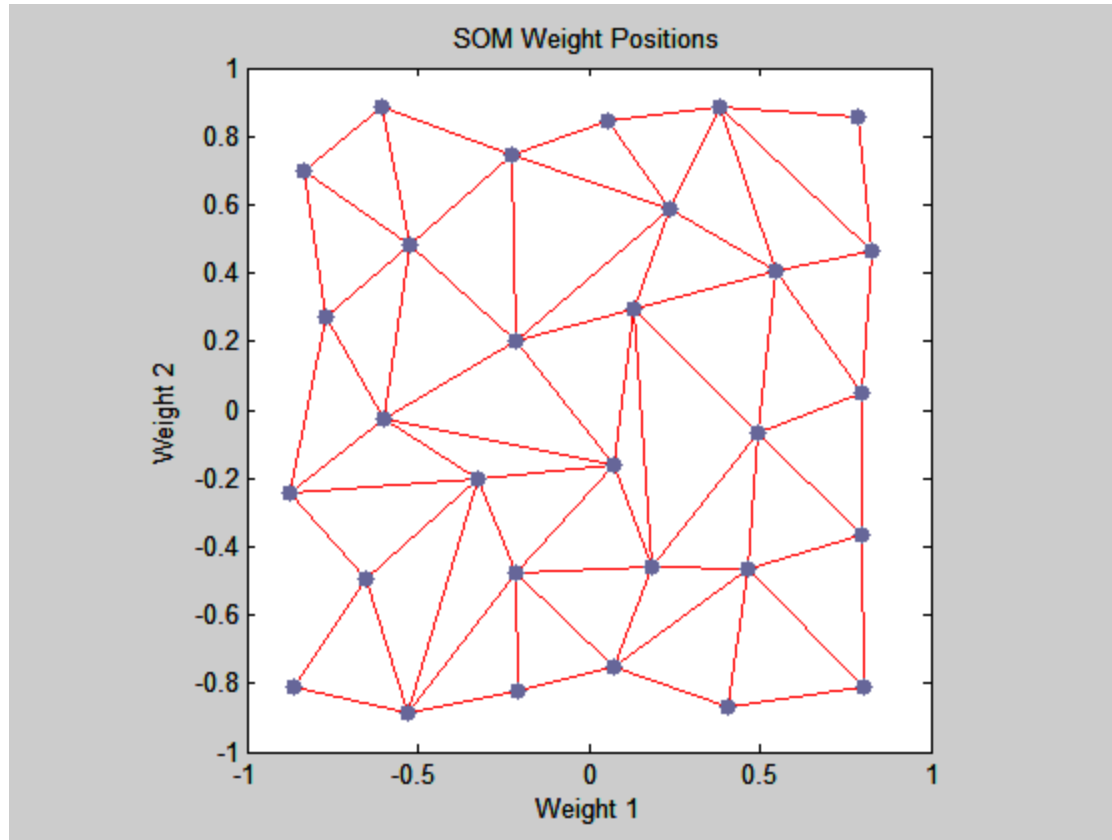
SOM w Matlabie

Wagi sieci po 50 epokach



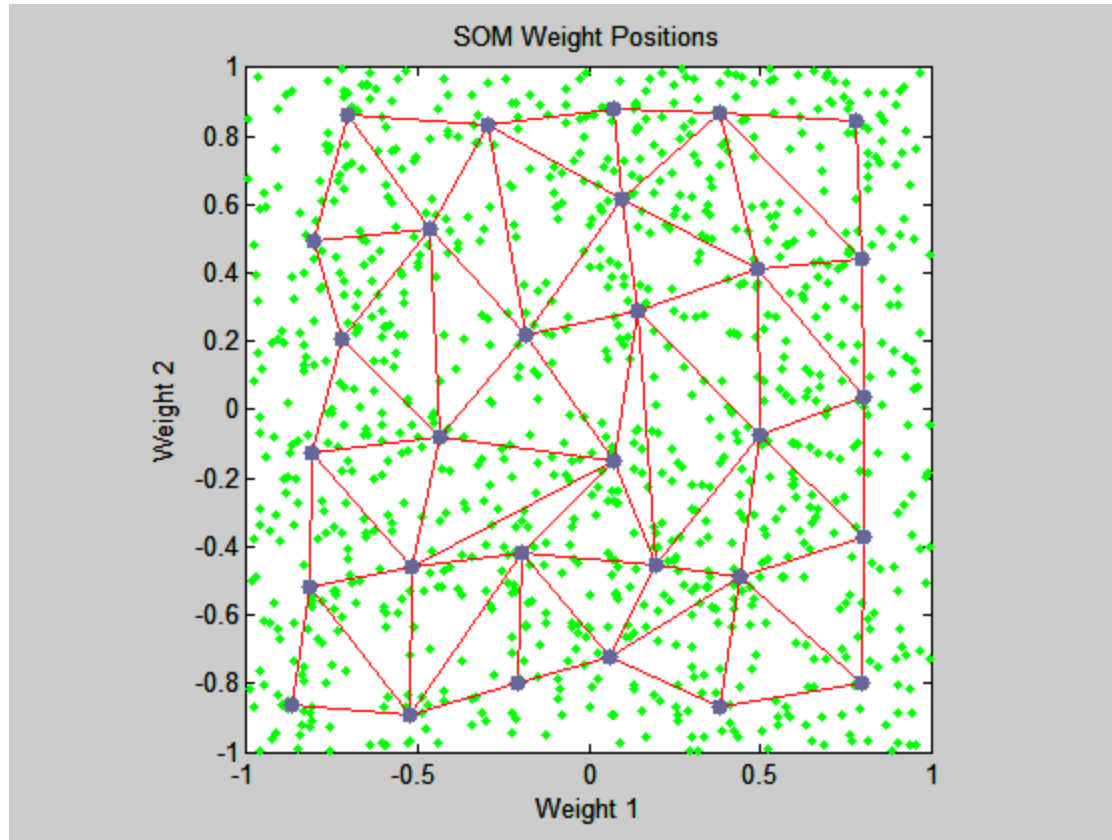
SOM w Matlabie

Wagi sieci po 5000 epokach



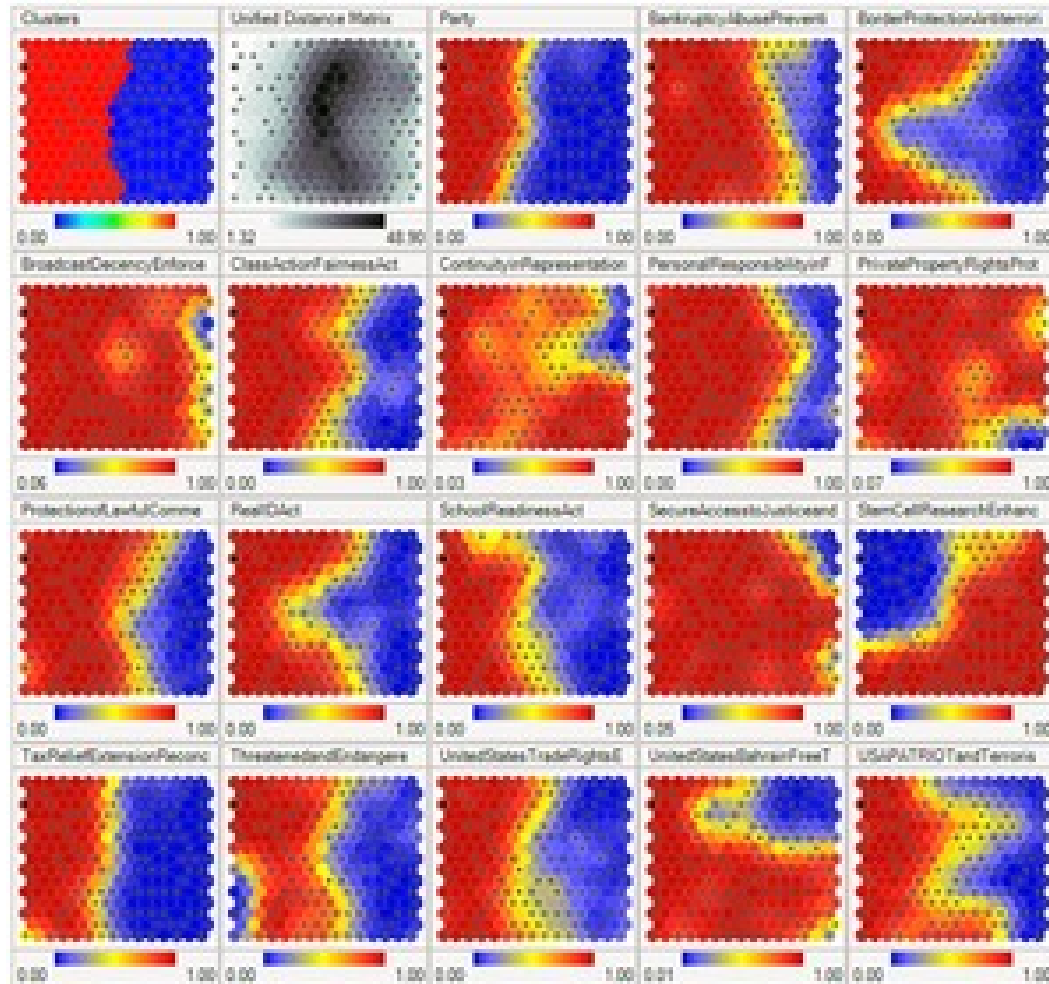
SOM w Matlabie

Wagi sieci po 50000 epokach



Przykłady

Głosowania w Senacie USA



https://en.wikipedia.org/wiki/Self-organizing_map