

Politechnika Gdańska
Wydział Elektrotechniki i Automatyki
Katedra Inżynierii Systemów Sterowania

Monitorowanie i diagnostyka w systemach sterowania

Analiza Składników Głównych (PCA)

Zadania do ćwiczeń laboratoryjnych – zajęcia nr 2 oraz 3

Opracowanie:

dr inż. Michał Grochowski

Zadanie 1

Utwórz macierz korelacji danych i pokaż przy jakich założeniach jest ona równa macierzy kowariancji. Dane (X) znajdują się w przestrzeni roboczej Matlab: *dane_zad1.mat*.

Zadanie 2

Dla macierzy korelacji danych:

$$R = \begin{bmatrix} 4 & -8 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$$

należy policzyć "ręcznie" wartości własne i skojarzone z nimi wektory własne.

Obliczenia "ręczne" potwierdź w Matlabie.

Zadanie 3

W przestrzeni roboczej Matlab: *dane_zad1.mat* znajdują się dwa zestawy danych:

X - dane treningowe oraz

XT - dane testowe.

Dane te pochodzą z eksperymentu opisanego w: *Jackson, J.E., A User's Guide to Principal Components, Wiley-Interscience (New York), 1991.*

Należy:

1. Na podstawie danych treningowych zbudować model PCA.
2. Dokonać rzutowania tych danych na przestrzeń składników głównych (PCs).
3. Policzyć miary SPE oraz T2 modelu.
4. Zrekonstruować dane pomiarowe przy pomocy zbudowanego modelu PCA.
5. Porównać wyniki z danymi oryginalnymi.
6. Dokonać redukcji wymiaru przestrzeni danych do $R=1$.
7. Dokonać rzutowania tych danych na zredukowaną przestrzeń składników głównych (PCs).
8. Zrekonstruować dane pomiarowe przy pomocy zbudowanego modelu PCA.
9. Porównać wyniki z danymi oryginalnymi.
10. Policzyć miary SPE oraz T2 dla danych testowych (dla modelu PCA o rozmiarze $R=1$ oraz $R=2$).
11. Wszystkie z powyższych punktów zobrazować graficznie.

Odpowiedz na pytania:

1. Co określają wartości własne i wektory własne ?
2. W jakiej relacji pozostają w stosunku do siebie kolejne wektory własne ?
3. W jakiej relacji do siebie są czynniki główne oraz wektory własne ?
4. Co określają miary SPE i T2 ?
5. Jakie są główne ograniczenia modeli PCA ?

Zadanie 4

W pliku: *dane_zad4.mat* znajdują się dwa zestawy danych:

X - dane treningowe oraz

XT - dane testowe.

Należy:

1. Napisać plik umożliwiający budowę modelu PCA. Model powinien posiadać "elastyczną strukturę" tzn. umożliwiać wprowadzanie danych wejściowych oraz parametrów modelu w dowolnych rozmiarach. Jest to ważne ponieważ model ten będzie wykorzystywany w kilku następujących laboratoriach.
2. Dokonać rzutowania tych danych na przestrzeń składników głównych (PCs).
3. Policz miary SPE oraz T2 modelu.
4. Zrekonstruować dane pomiarowe przy pomocy zbudowanego modelu PCA.
5. Porównać wyniki z danymi oryginalnymi.
6. Dokonać redukcji wymiaru przestrzeni danych przy pomocy dwóch metod opisanych na wykładach. Policz jaki procent informacji o procesie niesie zbudowany model PCA dla różnych ilości składników głównych. Porównać wyniki.
7. Dokonać rzutowania tych danych na zredukowaną przestrzeń składników głównych (PCs).
8. Zrekonstruować dane pomiarowe przy pomocy zbudowanego modelu PCA.
9. Porównać wyniki z danymi oryginalnymi.
10. Policz graniczne miary błędów SPE (wykorzystaj komendę: `norminv`) oraz T2 (wykorzystaj komendę: `finv`).
11. Policz i wykreśl miary `SPE/SPE_limit` oraz `T2/T2_limit` dla danych treningowych oraz testowych.
12. Przeanalizuj wyniki działania modelu i wskaż wynikające z nich wnioski.