

Dynamika środowiska morskiego

Dr hab. inż. Paweł Dymarski

Pokój 331A

Konsultacje środa 9:00-11:00

Zaliczenie wykładu:
kolokwium zaliczeniowe (próg 60%)

Forma kontaktu z prowadzącym

- Komunikacja z zasady powinna się odbywać za pośrednictwem Starosty
- Istnieje możliwość dyskusowania spraw organizacyjnych na zajęciach (a najlepiej przed lub po zajęciach)
- Proszę unikać indywidualnych kontaktów za pośrednictwem poczty elektronicznej (w większości przypadków taki kontakt nie ma uzasadnienia)

O czym jest ten przedmiot?

W ramach przedmiotu „Dynamika środowiska morskiego” poznamy modele opisujące ruchy mas powietrza oraz ruchy wody morskiej.

W szczególności poznamy modele:

- wiatru,
- prądów morskich,
- falowania morskiego.

Dowiemy się jak wyznaczać niestacjonarne pole prędkości powietrza oraz pole prędkości wody morskiej.

Jaki jest cel przedmiotu?

Celem przedmiotu jest przedstawienie modeli matematycznych opisujących dynamikę środowiska morskiego w celu określania (obliczania) sił działających na obiekty morskie i brzegowe takie jak:

- statki
- obiekty offshore:
 - platformy wiertnicze
 - morskie elektrownie wiatrowe (MEW):
 - konstrukcje wsporcze posadowione (bottom-fixed) MEW
 - pływające konstrukcje wsporcze MEW
- inne obiekty morskie

Zakres tematyczny przedmiotu [1/3]

1. Podstawowe równania rządzące ruchem płynów
2. Grawitacyjna stabilność mas wodnych (ruchy pionowe)
3. Postępowy ruch mas wody
4. Pływy
5. Ruch falowy morza
 - 5.1 Model liniowy falowania (model Airy'ego)
 - 5.2 Fala regularna
 - 5.2.1 Podstawowe wielkości opisujące falę regularną
 - 5.2.2 Podstawowe własności fali regularnej.

Zakres tematyczny przedmiotu [2/3]

5.3 Fala nieregularna

5.3.1 Analiza zapisu fali morskiej. Podstawowe pojęcia opisujące falę nieregularną

5.3.2. Fala nieregularna przestrzenna (wielokierunkowa) i płaska (jednokierunkowa)

5.3.3 Równanie „ogólne” falowania nieregularnego

5.3.4 Widmo energetyczne falowania. Matematyczny opis widma falowania

5.3.5 Określanie parametrów fali nieregularnej na podstawie widma falowania

5.3.6 Określanie równania fali nieregularnej na podstawie widma falowania.

5.4 Modele falowania wyższego rzędu

Zakres tematyczny przedmiotu [3/3]

6. Wiatr

6.1 Prawa rządzące ruchem powietrza (atmosfery)

6.2. Podstawowe modele wiatru (ujęcie stacjonarne). Równania profilu prędkości

6.3. Wiatr jako zjawisko niestacjonarne

6.4.1 Analiza zapisu prędkości mas powietrza w funkcji czasu

6.4.2 Funkcja gęstości widmowej energii wiatru. Matematyczne modele widma energii wiatru

6.4.3 Równanie prędkości jednokierunkowego niestacjonarnego przepływu powietrza

6.4.4 Modele złożone opisujące przepływ powietrza

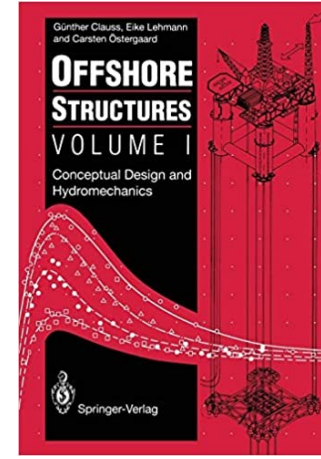
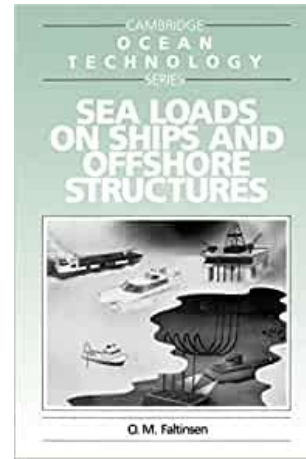
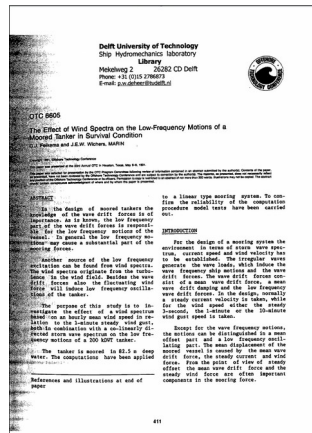
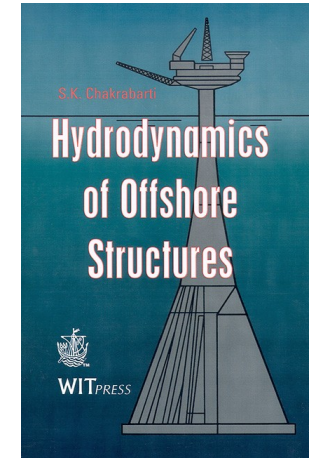
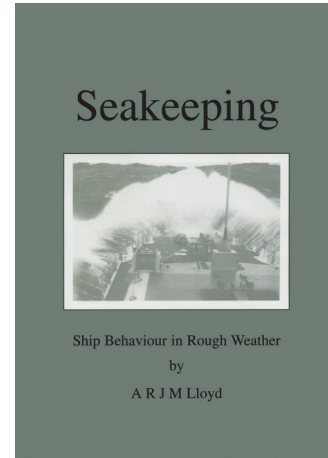
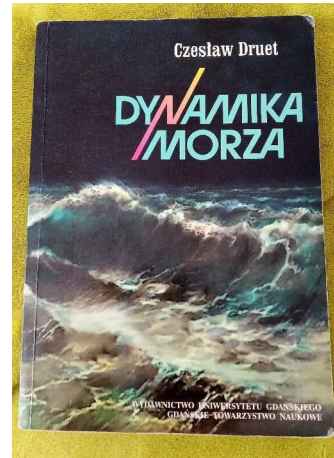
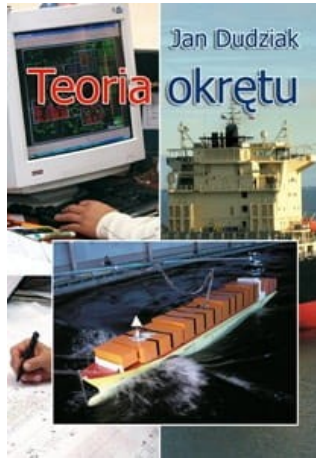
7. Wstęp do opisu fizyki dna morskiego. Oddziaływanie dno-pal

8. Oddziaływanie środowiska morskiego na obiekty o prostej geometrii. Podstawowe modele matematyczne do obliczania sił hydrodynamicznych. Wprowadzenie do modelowania obciążeń na obiektach offshore.

Literatura

1. Jan Dudziak „*Teoria okrętu*”, rozdział „Dynamika środowiska”
2. Czesław Druet „*Dynamika morza*”. Gdańsk 2000
3. A.R.J.M. Lloyd „*SEAKEEPING: Ship Behaviour in Rough Weather*”
4. S.K. Chakrabarti „*Hydrodynamics of Offshore Structures*”
5. G.J Feikema, J.E.W. Wichers „*The Effect of Wind Spectra on the Low-Frequency Motions of a Tanker in Survival Condition*”. OTC 1991
6. O.M. Faltinsen „*Sea Loads on Ships and Offshore Structures*”
7. G.Clauss, E.Lehmann, C.Östergaard „*Offshore Structures*” vol. 1

Literatura



Podstawowe równania, pojęcia i wielkości

Zasolenie [1/3]

Zasolenie wód jest miarą zawartości soli w wodzie. Jest to łączna masa substancji rozpuszczonych z pominięciem gazów, koloidów, zawiesiny i materii organicznej [Druet]

W wodzie morskiej skład głównych substancji chemicznych tej domieszki jest w przybliżeniu stały i reprezentuje następujące proporcje:

NaCl – 77,76%, MgCl – 10,88%, MgSO – 4,74%, CaSO – 3,6%,

K₂SO₄ – 2,46%, CaSO₄ – 3,6 % i inne (poniżej 1%)

Ogólny wzór na zasolenie (S) wody morskiej formułuje się na podstawie ilości chlorku: $S=1,80655 C_{Cl^-}$,

gdzie C_{Cl^-} to stężenie jonów chlorkowych w promilach

Podstawowe równania, pojęcia i wielkości

Zasolenie [2/3]

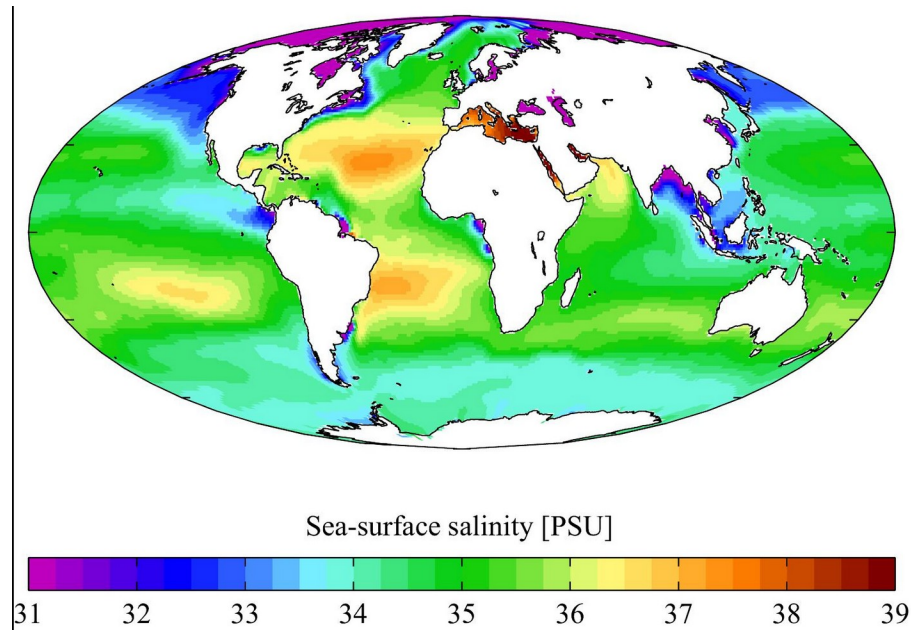
Zasolenie wód morskich waha się od $S=0$ u ujściach rzek i w obszarach topienia się lodów oraz na powierzchniowych warstwach morza podczas ulewnych deszczów, do $S=40$ ‰ (promili) w głębokich warstwach oceanu
[\[Druet\]](#)

Średnie zasolenie oceanu światowego wynosi około $S=35$ ‰ (promili), co oznacza, że w 1 kg wody znajduje się 35 g soli

Zasolenie Bałtyku waha się od $S=2$ ‰ do $S=20$ ‰, średnio $S=7$ ‰
[\[Wikipedia\]](#)

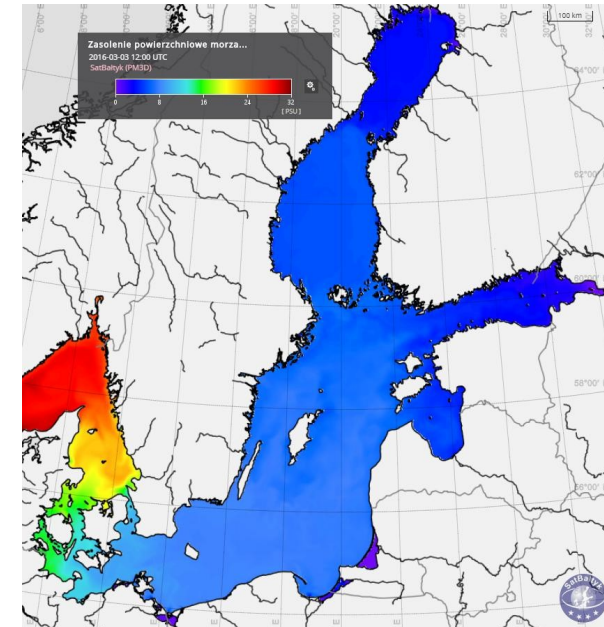
Podstawowe równania, pojęcia i wielkości

Zasolenie [3/3]



Rys. 1. Mapa zasolenia wszechoceanu (2001)

[\[Wikipedia\]](#)



Rys. 2. Zasolenie powierzchniowe Bałtyku

[\[satbaaltyk.pl\]](#)

Podstawowe równania, pojęcia i wielkości

Gęstość wody morskiej [1/5]

Gęstość (masa właściwa) – stosunek masy pewnej ilości substancji do zajmowanej przez nią objętości.

W przypadku substancji jednorodnych porcja ta może być wybrana dowolnie. Jeśli masa równa jest m a jej objętość V , to gęstość ρ substancji wynosi [\[Encyklopedia fizyki, 1973\]](#):

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Podstawowe równania, pojęcia i wielkości

Gęstość wody morskiej [2/5]

Gęstość substancji niejednorodnych jest zależna od miejsca w przestrzeni i określana jest dla każdego punktu, jako stosunek masy Δm do objętości ΔV , przy zmniejszaniu objętości obejmującej dany punkt:

$$\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V} \quad , \text{ lub „bardziej formalnie”}: \quad \rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V}$$

Δm – masa płynu wypełniającego objętość ΔV ,

ΔV – „niewielka” objętość obejmująca dany punkt (w którym określamy lokalnie gęstość).

Podstawowe równania, pojęcia i wielkości

Gęstość wody morskiej [3/5]

Gęstość wody morskiej ρ zależy od temperatury T i zasolenia S oraz ciśnienia p . Ze względu na fakt iż główny wpływ na gęstość mają temperatura i zasolenie, to związek między ρ , T i S może być opisany wzorem Knudseny:

$$\rho(T, S) = \rho(4, 0) \left[1 + \sigma_t \cdot 10^{-3} \right] \quad (1.1)$$

Gdzie $\rho(4, 0)$ wyraża gęstość wody destylowanej w temp. $T=4^\circ\text{C}$, σ_t wyraża wyraża względną zmianę gęstości wody (w promilach):

$$\sigma_t = \sigma_T + \sigma_S$$

Podstawowe równania, pojęcia i wielkości

Gęstość wody morskiej [4/5]

$$\sigma_t = \sigma_T + \sigma_S$$

Gdzie:

$$\sigma_S = -0,093 + 0,8149 S - 0,000482 S^2 + 0,0000068 S^3$$

$$\sigma_T = A_0 - 0,1324 + (\sigma_S + 0,1324) [A_1 - A_2 (\sigma_S + 0,1324)]$$

$$A_0 = \frac{(T - 3,98)^2 T + 283}{503,57 T + 67,26}$$

$$A_1 = T (4,7867 - 0,098185 T + 0,0010843 T^2) \cdot 10^{-3}$$

$$A_2 = T (18,03 - 0,8164 T + 0,01667 T^2) \cdot 10^{-6}$$

Podstawowe równania, pojęcia i wielkości

Gęstość wody morskiej [5/5]

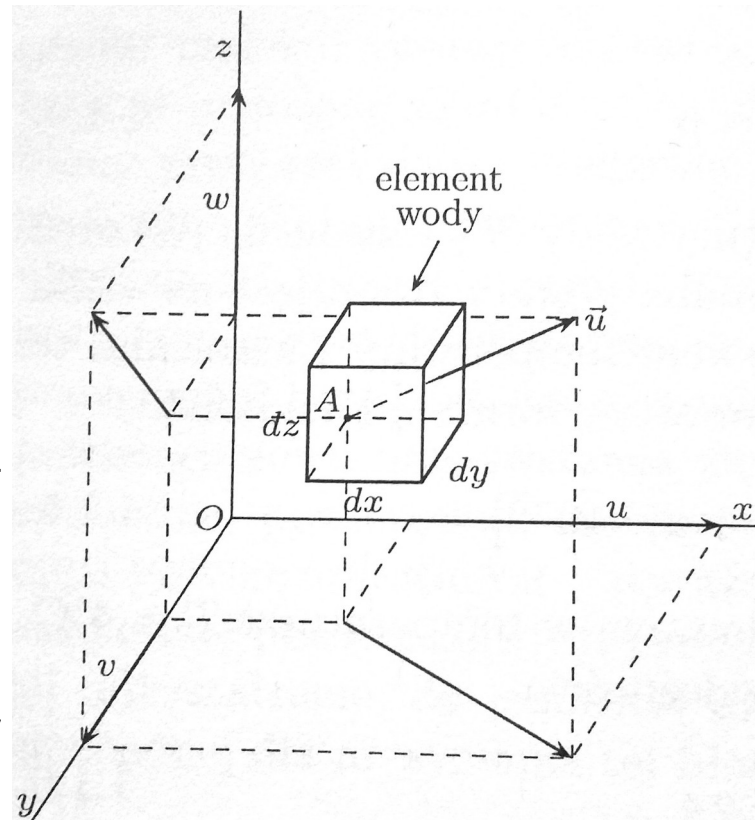
W oceanie gęstość wody zmienia się od wartości $\rho=998 \text{ kg/m}^3$ do 1070 kg/m^3

Podstawowe równania, pojęcia i wielkości

Równanie stanu [1/3]

Element wody – jest objętością na tyle dużą, aby można było w jej obrębie dokonać operacji uśredniania cech fizycznych (wymóg statystycznej reprezentatywności losowego zbioru danych), a jednocześnie objętością na tyle małą w stosunku do zbioru analogicznych objętości otaczających element, aby można było w ramach takiej konstrukcji hydrofizycznego pola zastosować operacje różniczkowe.

Prostopadłościenny element wody o wymiarach dx dy dz będzie zdolny do wykonania dowolnego ruchu i odkształcenia. Zakładamy że w elemencie wody gęstość temperatura i zasolenie są stałe. [Druet]



Rys. element wody w ukł. Kartezjańskim [Druet]

Podstawowe równania, pojęcia i wielkości

Równanie stanu [2/3]

Przy założeniu, że woda jest nieściśliwa, każda zmiana temperatury dT i zasolenia dS w elemencie wody $dx dy dz$ będzie powodować zmianę jej gęstości.

Termodynamiczne równanie stanu, uwzględniające wpływ tych zmian, można sformułować w postaci [Druet]:

$$\rho = \rho_0 + d\rho = \rho_0 - \alpha \rho_0 dT + \beta \rho_0 dS \quad (1.2)$$

gdzie:

$$\alpha = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_{p,S} ; \quad \beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial S} \right)_{p,T}$$

Współczynnik α określa rozszerzalność termiczną elementu wody przy stałym ciśnieniu i zasoleniu. Współczynnik β opisuje zmiany objętości elementu wody wywołaną zmianą zasolenia w danych warunkach p i T .

ρ_0, T_0, S_0 – są własnościami elementu wody przed zmianą.

Podstawowe równania, pojęcia i wielkości

Równanie stanu [3/3]

Jeżeli zastąpimy różniczki różnicami skończonymi:

$$\Delta T = T - T_0 \quad ; \quad \Delta S = S - S_0$$

To dla małych przyrostów ΔT i ΔS możemy przyjąć, że współczynniki α i β są stałe. Można wtedy równanie stanu napisać w bardziej praktycznej postaci:

$$\rho = \rho_0 \left[1 - \alpha (T - T_0) + \beta (S - S_0) \right] \quad (1.3)$$

gdzie:

$\alpha = 2 \cdot 10^{-4} \text{ (}^\circ\text{C)}^{-1}$ przy ciśnieniu atmosferycznym i zasoleniu $S = 35\text{‰}$,

$\beta = 0,8 \cdot 10^{-2}$ przy ciśnieniu atmosferycznym i temperaturze zmieniającej się od 4°C do 20°C .

Grawitacyjna stabilność mas wody. Ruchy pionowe

Kryteria grawitacyjnej stabilności [1/8]

Wprowadzając do równania stanu (1.2) współczynniki α i β otrzymamy:

$$d\rho = \frac{\partial \rho}{\partial T} dT + \frac{\partial \rho}{\partial S} dS \quad (2.1)$$

Zakładając, że oś pionowa Oz skierowana jest „w górę” i dzieląc obustronnie to równanie przez $-\rho dz$ otrzymamy **równanie stabilności Hesselberga** dla cieczy nieściśliwej:

$$He = -\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dz} = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \frac{dT}{dz} + \frac{\partial \rho}{\partial S} \frac{dS}{dz} \right) \quad (2.2)$$

Rozkład mas wodnych wzdłuż pionowej osi Oz będzie stabilny wówczas, gdy gęstość elementów wody leżących głębiej będzie większa od gęstości elementów zlokalizowanych wyżej, czyli wówczas gdy [Druet]:

$$\frac{d\rho}{dz} < 0$$

Grawitacyjna stabilność mas wody. Ruchy pionowe

Kryteria grawitacyjnej stabilności [2/8]

Zatem:

- Dla $He > 0$ – gęstość wody rośnie z głębokością i rozkład mas wodnych jest stabilny;
- Dla $He < 0$ – gęstość wody maleje z głębokością i rozkład mas wodnych jest niestabilny;
- Dla $He = 0$ – gęstość wody nie zmienia się z głębokością i stabilność mas wodnych jest neutralna

Grawitacyjna stabilność mas wody. Ruchy pionowe

Kryteria grawitacyjnej stabilności [3/8]

W warunkach stabilnego rozkładu gęstości element wody o jednostkowej objętości, wytrącony ze swego położenia równowagi, będzie zawsze wracał do tego położenia ruchem oscylacyjnym na skutek działania siły gęstościowego wyporu oraz siły bezwładności.

Różnica siły wyporu \bar{D} i siły ciężkości \bar{P} odniesionych do jednostki objętości płynu określona jest wzorem:

$$\bar{D} - \bar{P} = g \rho_2 - g \rho_1 = g (\rho_2 - \rho_1) = g \Delta \rho \quad (2.3)$$

Formułując II zasadę dynamiki dla elementu płynu otrzymamy:

$$\rho_1 \frac{d^2 z}{dt^2} = g \Delta \rho \quad (2.4)$$

Grawitacyjna stabilność mas wody. Ruchy pionowe

Kryteria grawitacyjnej stabilności [4/8]

Zmianę gęstości po wysokości (wzdłuż osi Oz) można zapisać następująco:

$$\Delta \rho = \frac{d\rho}{dz} z \quad ; \quad (\text{jest to zmiana względem gęstości } \rho \text{ w } z=0)$$

Co po podstawieniu do równania (2.4) i uporządkowaniu da nam:

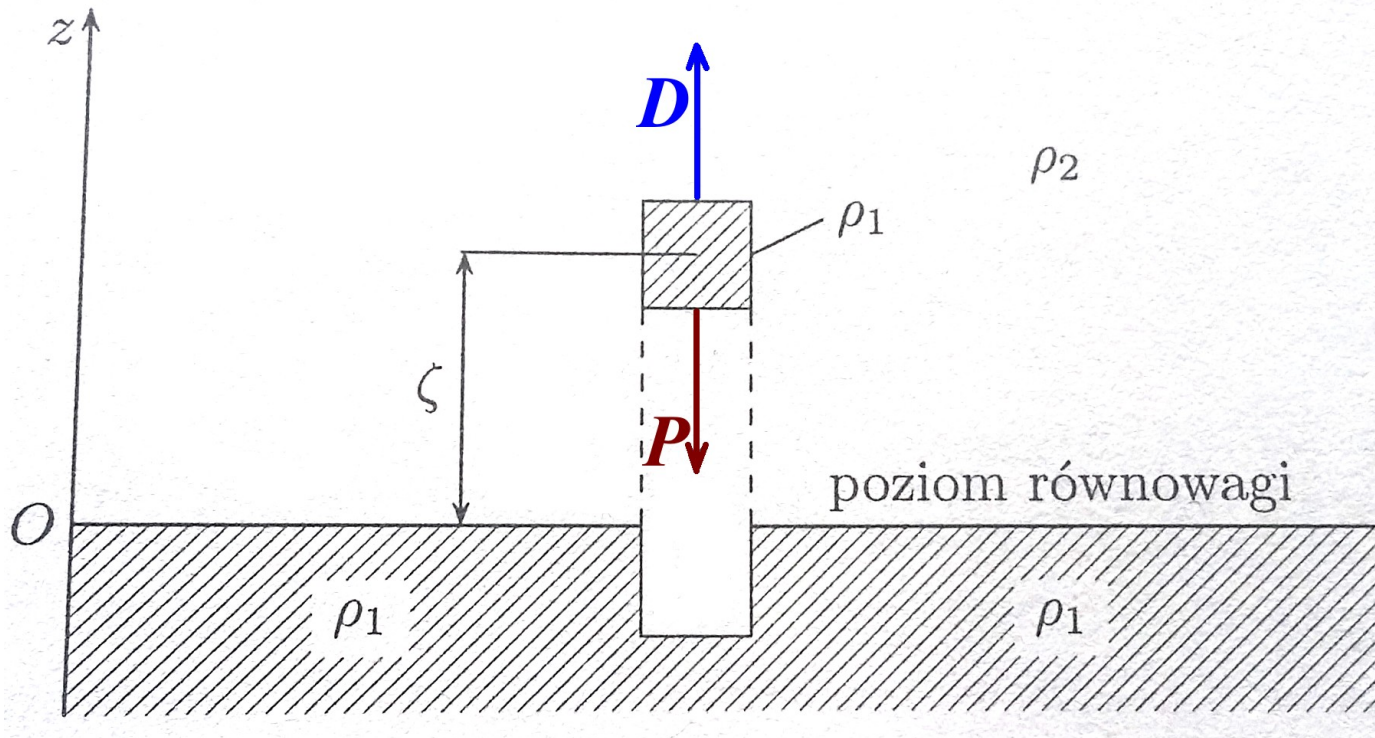
$$\rho_1 \frac{d^2 z}{dt^2} - g \frac{d\rho}{dz} z = 0 \quad (2.5)$$

Jest to klasyczne równanie harmoniczne zmiany rzędnej położenia elementu wody względem poziomu równowagi. Kwadrat częstości oscylacji jest ilorazem sztywności układu i jego inercji, i zwany jest częstością waporową nazywaną **parametrem Vaisali-Brunta**:

$$\omega^2 \equiv N^2 = -\frac{g}{\rho_1} \frac{d\rho}{dz} = g \text{ He} \quad (2.6)$$

Grawitacyjna stabilność mas wody. Ruchy pionowe

Kryteria grawitacyjnej stabilności [5/8]



Rys. Schemat działania sił ciężkości i gęstościowego wyporu w ruchu konwekcyjnym [Druet]

Grawitacyjna stabilność mas wody. Ruchy pionowe

Kryteria grawitacyjnej stabilności [6/8]

Parametr Vaisali-Brunta może być również wykorzystany jako kryterium stabilności grawitacyjnej:

dla $N^2 > 0$ – rozkład masy jest stabilny,

dla $N^2 < 0$ – rozkład masy jest niestabilny,

dla $N^2 = 0$ – rozkład masy jest gęstościowo jednorodny i hydrostatycznie obojętny.

Z równania stanu (1.2) wynika, że im element wody jest cieplejszy i mniej zasolony tym jest lżejszy i na odwrót.

Grawitacyjna stabilność mas wody. Ruchy pionowe

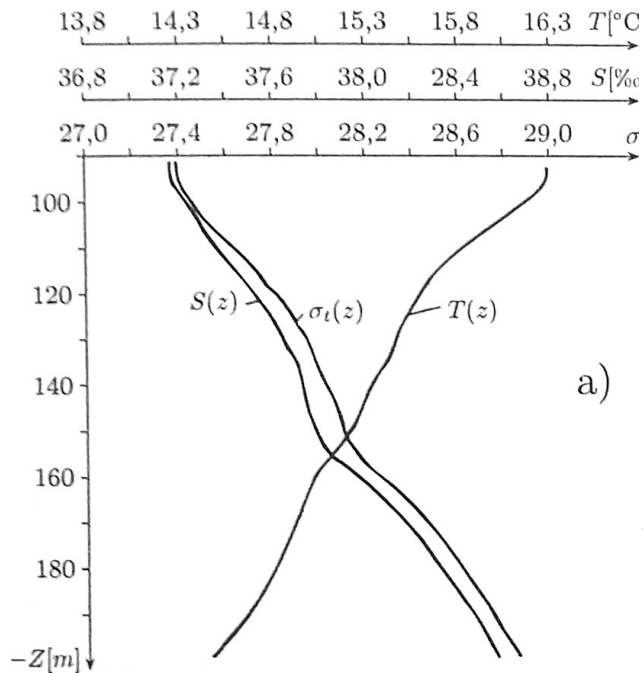
Kryteria grawitacyjnej stabilności [7/8]

Oznacza to, że stabilny rozkład gęstości wody może zaistnieć w trzech przypadkach:

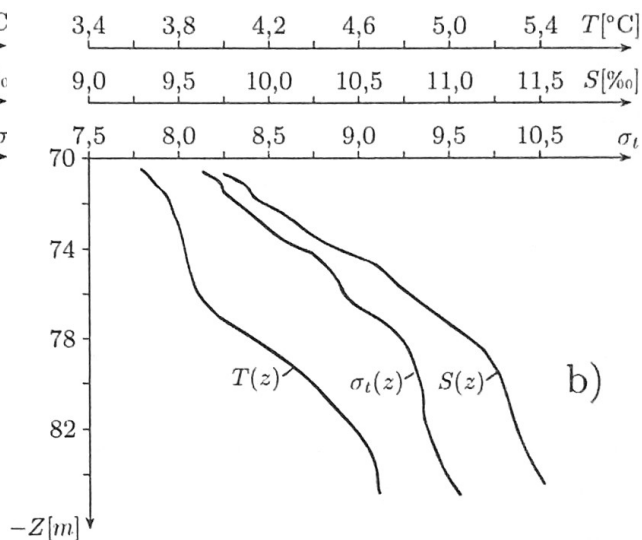
- gdy zasolenie rośnie ze wzrostem głębokości $\partial S/\partial z < 0$ a temperatura maleje $\partial T/\partial z > 0$ mamy **stabilny bezwzględnie** rozkład gęstości $\partial \rho/\partial z < 0$ (rys. a),
- gdy temperatura rośnie ze wzrostem głębokości ($\partial T/\partial z < 0$ – destabilizująca rozkład gęstości inwersja termiczna), ale stabilizujący wzrost zasolenie wraz z głębokością $\partial S/\partial z < 0$ jest na tyle znaczny, że gęstość wody w miarę wzrostu głębokości też wzrasta: $\partial \rho/\partial z < 0$, rozkład **stabilny względnie**, rys. b,
- gdy rozkład zasolenia jest niestabilny, czyli zasolenie maleje wraz z głębokością, $\partial S/\partial z > 0$, ale stabilizujące obniżanie się temperatury jest na tyle znaczące, że gęstość wody w miarę głębokości wzrasta, $\partial \rho/\partial z < 0$, mamy rozkład **stabilny względnie**, rys. c.

Grawitacyjna stabilność mas wody. Ruchy pionowe

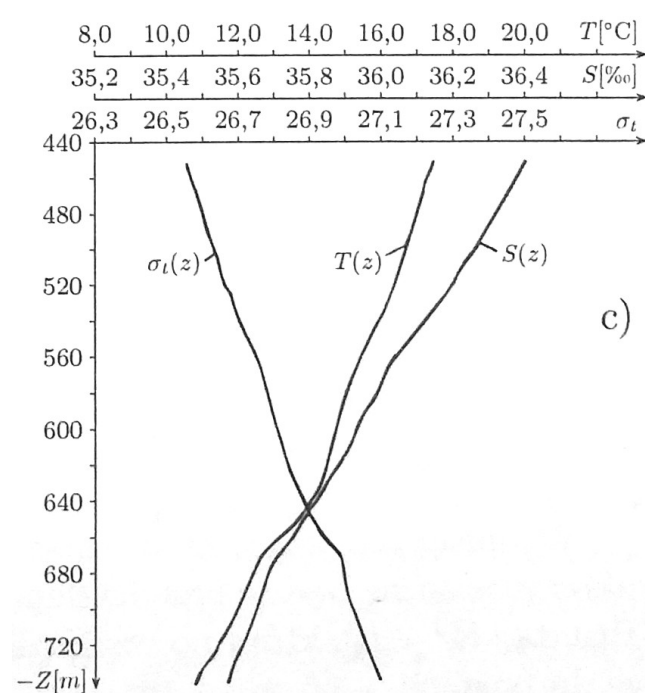
Kryteria grawitacyjnej stabilności [8/8]



Rys. a) Stabilny bezwzględnie rozkład gęstości



Rys. b) Stabilny względnie rozkład gęstości, $\partial T/\partial z < 0$

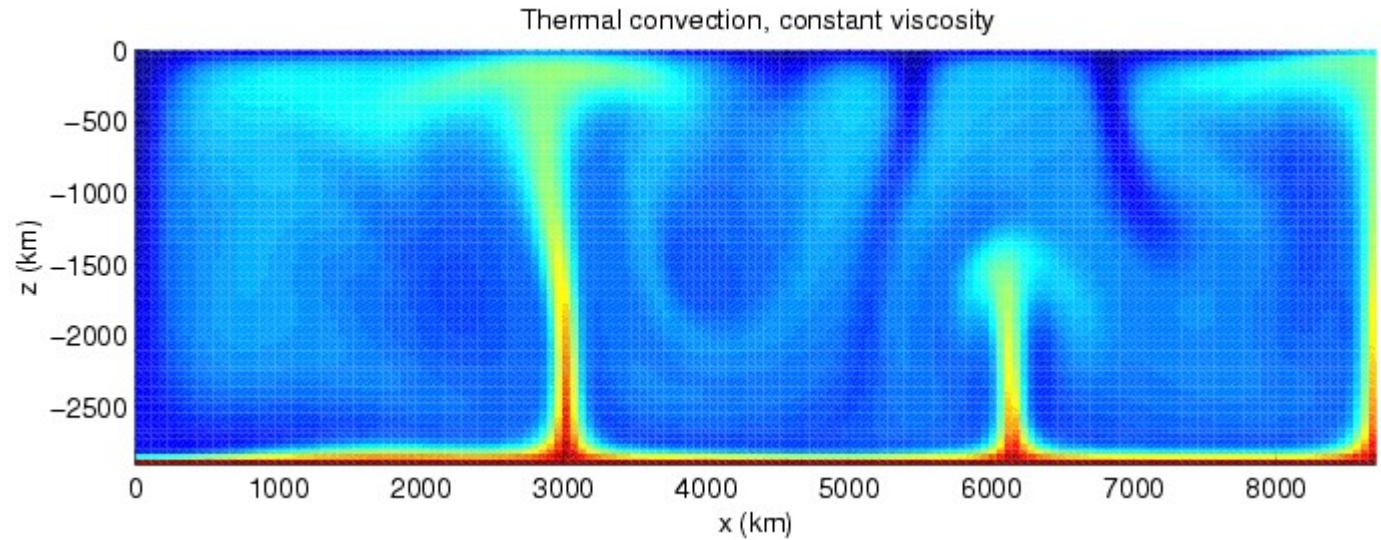


Rys. c) Stabilny względnie rozkład gęstości, $\partial S/\partial z > 0$

Grawitacyjna stabilność mas wody. Ruchy pionowe

Ruch konwekcyjny [1*/6]

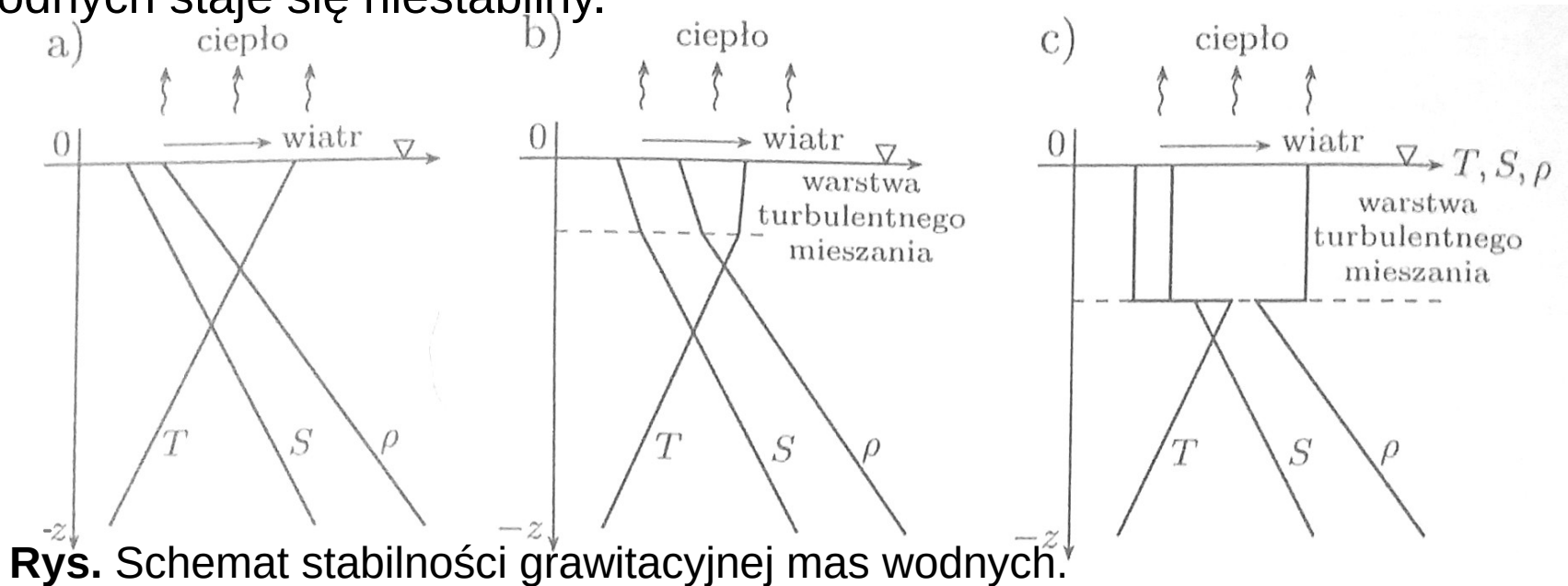
Konwekcja - proces przekazywania ciepła związany z makroskopowym ruchem materii w gazie, cieczy lub plazmie [\[Encyklopedia Fizyki\]](#), np. powietrzu, wodzie, plazmie gwiazdowej. Czasami przez konwekcję rozumie się również sam ruch materii związany z różnicami temperatur, który prowadzi do przenoszenia ciepła. Ruch ten precyzyjniej nazywa się prądem konwekcyjnym.



Grawitacyjna stabilność mas wody. Ruchy pionowe

Ruch konwekcyjny [1/6] [Druet]

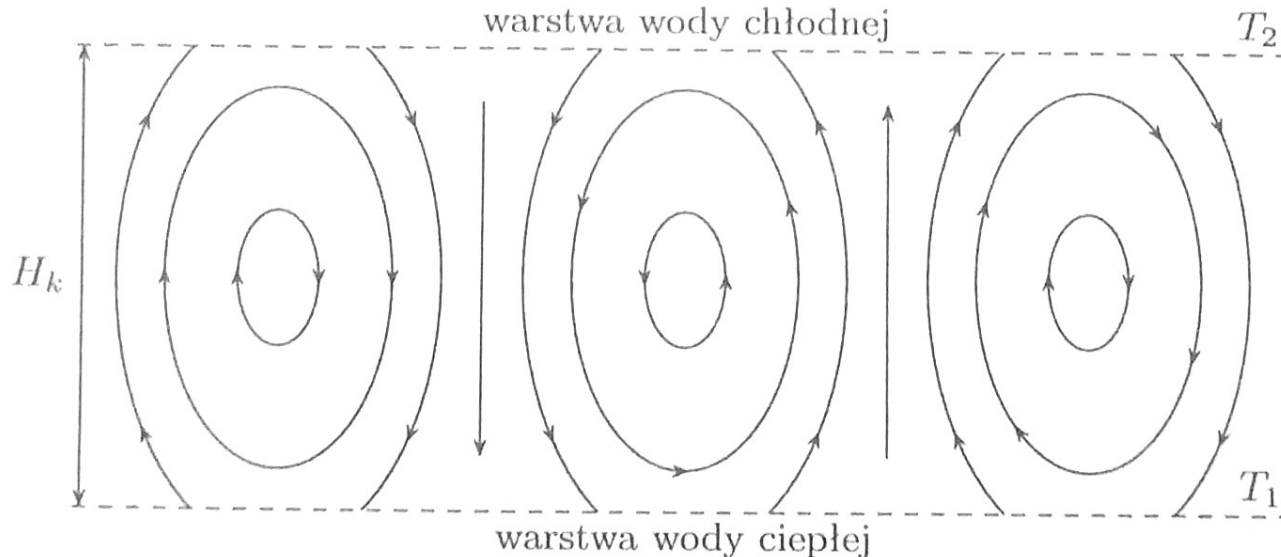
Rozpatrzmy teraz przypadek, że w bezwzględnie stabilnym gęstościowo akwenu (rys. a), górna jego warstwa ochładza się do takiego stopnia, że staje się cięższa od warstw niżej położonych. W wyniku tego ochłodzenia rozkład temperatury traci zdolność stabilizującą (rys. c) i gęstościowy rozkład mas wodnych staje się niestabilny.



Grawitacyjna stabilność mas wody. Ruchy pionowe

Ruch konwekcyjny [2/6]

Elementy wody o większej gęstości w cienkiej warstwie zmiany znaku pionowego gradientu gęstości, wskutek losowego zburzenia stanu grawitacyjnej równowagi, zaczną podążać w dół, tworząc pionowy strumień przepływu masy, kompensowany w innym miejscu analogicznym strumieniem masy skierowany do góry. W rezultacie utworzy się system komórek konwekcyjnych pokazanych na rysunku.



Rys. Schemat konwekcyjnych komórek.

Grawitacyjna stabilność mas wody. Ruchy pionowe

Ruch konwekcyjny [3/6]

W opisanych warunkach warstwa dodatniego gradientu gęstości charakteryzować się będzie przedziałem ujemnym wartości parametru Vaisali-Brunta, $N^2 < 0$, który po uwzględnieniu równania stanu (1.3) sprowadzi się do postaci:

$$N^2 = -\frac{g}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} = g \frac{\partial}{\partial z} \left[\alpha(T - T_0) - \beta(S - S_0) \right]$$

gdzie: α , β , T_0 , S_0 są wartościami stałymi.

Warunek niestabilności możemy w tym przypadku sformułować w postaci:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(g^{-1} N^2 \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left(\alpha \frac{\partial T}{\partial t} - \beta \frac{\partial S}{\partial t} \right) < 0$$

Grawitacyjna stabilność mas wody. Ruchy pionowe

Ruch konwekcyjny [4/6]

Biorąc pod uwagę, że zachodzą związki (równ. Kirchoffa-Fouriera):

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{u} \operatorname{grad} T = k_T \nabla^2 T$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \vec{u} \operatorname{grad} S = k_S \nabla^2 S$$

gdzie: k_T , k_S to odpowiednio kinematyczny współczynnik molekularnej dyfuzji ciepła (T) / zasolenia (S). Przy założeniu, że strumienie ciepła będą skierowane pionowo oraz pomijając człon adwekcyjny*, otrzymamy:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\alpha \frac{\partial F_T}{\partial z} - \beta \frac{\partial F_S}{\partial z} \right) < 0$$

Co można sprowadzić do łatwej w interpretacji formy:

Grawitacyjna stabilność mas wody. Ruchy pionowe

Ruch konwekcyjny [4*/6]

Adwekcja (z łac. advectiō - "dowóz", ang. advection) w meteorologii - poziomy ruch, przepływ płynu (cieczy lub gazu) (np. mas powietrza), w przeciwieństwie do *konwekcji*, która jest ruchem pionowym. Adwekcja powoduje napływanie powietrza o odmiennych właściwościach (temperaturze, wilgotności) niż powietrze zalegające nad danym terenem. Adwekcja jest jedną z podstawowych przyczyn zmian pogody [[Wikipedia](#)].

Adwekcją nazywa się także zmianę parametrów płynu wywołanych jego napływem np. adwekcja temperatury, adwekcja wilgotności.

Grawitacyjna stabilność mas wody. Ruchy pionowe

Ruch konwekcyjny [5/6]

$$\frac{(\alpha F_T - \beta F_S)_{z=0}}{H_k^2} < 0$$

Gdzie: F_T – strumień ciepła, F_S – strumień soli, H_k – grubość warstwy konwekcyjnej.

W warunkach, gdy rozkład temperatury jest inwersyjny ($\partial T/\partial z < 0$), a rozkład zasolenia stabilny ($\partial S/\partial z < 0$), strumienie ciepła i soli będą ujemne i w przypadku, gdy $|\alpha F_T| > |\beta F_S|$ ochłodzenie górnej warstwy wody spowoduje destabilizację rozkładu gęstości ($\partial \rho/\partial z < 0$) oraz generację komórek konwekcyjnych (rys.).

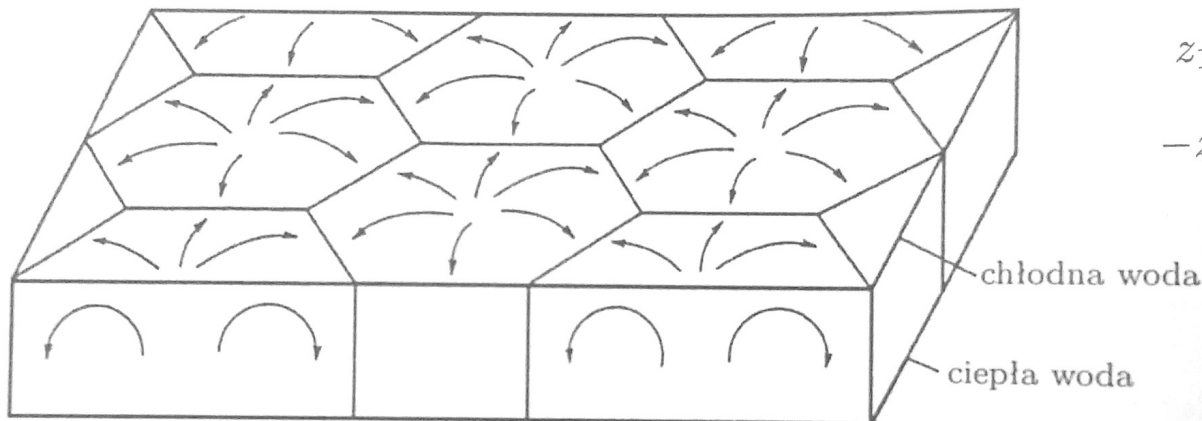
W naturalnych warunkach, powyższa nierówność, może zostać spełniona również w obszarach silnego nagrzewania ($\partial T/\partial z \gg 0$), wywołującego intensywne parowanie wód, wskutek tego zwiększenie zasolenia górnej warstwy ($\partial S/\partial z > 0$) i może zaistnieć sytuacja, że utworzą się komórki konwekcyjne

Grawitacyjna stabilność mas wody. Ruchy pionowe

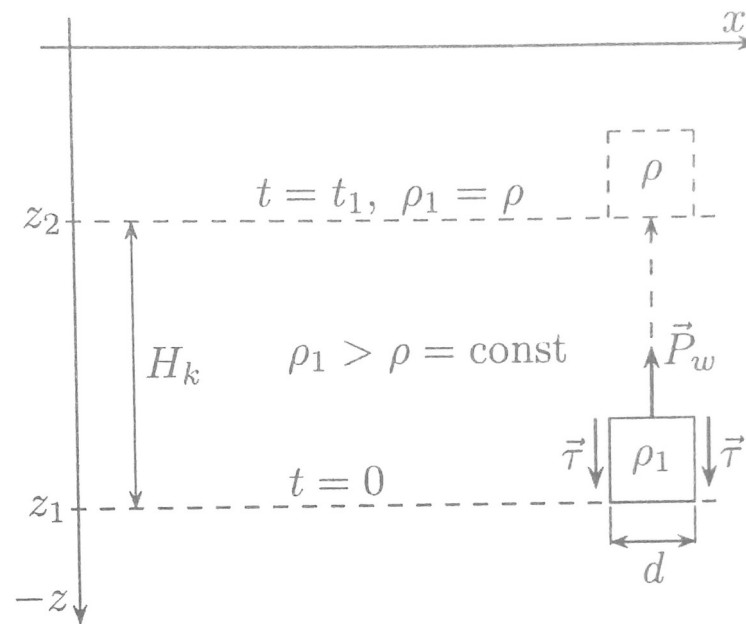
Ruch konwekcyjny [6/6]

Schemat tłumaczący powstawanie sił wzбудzających konwekcję swobodną pokazany został na rysunku obok.

Poniżej schemat komórek cyrkulacyjnych w konwekcji swobodnej.



Rys. schemat komórek cyrkulacyjnych w konwekcji swobodnej



Rys. Powstawanie sił wzбудzających konwekcję swobodną

Ruchy poziome wód oceanu

Prądy morskie [1/19]

Prąd morski – duże i niemal niezmiennie ruchy wody w oceanach wywołane przede wszystkim występowaniem wiatrów stałych oraz różnicami temperatur, bądź zasolenia, a także ruchem obrotowym Ziemi, który modyfikuje ich kierunek.

Na poszczególnych oceanach tworzą one 5 wielkich kręgów cyrkulacji wody morskiej. W pobliżu brzegów układ prądów modyfikowany jest przez pływy morskie, spływ wód rzecznych i ukształtowanie linii brzegowej.

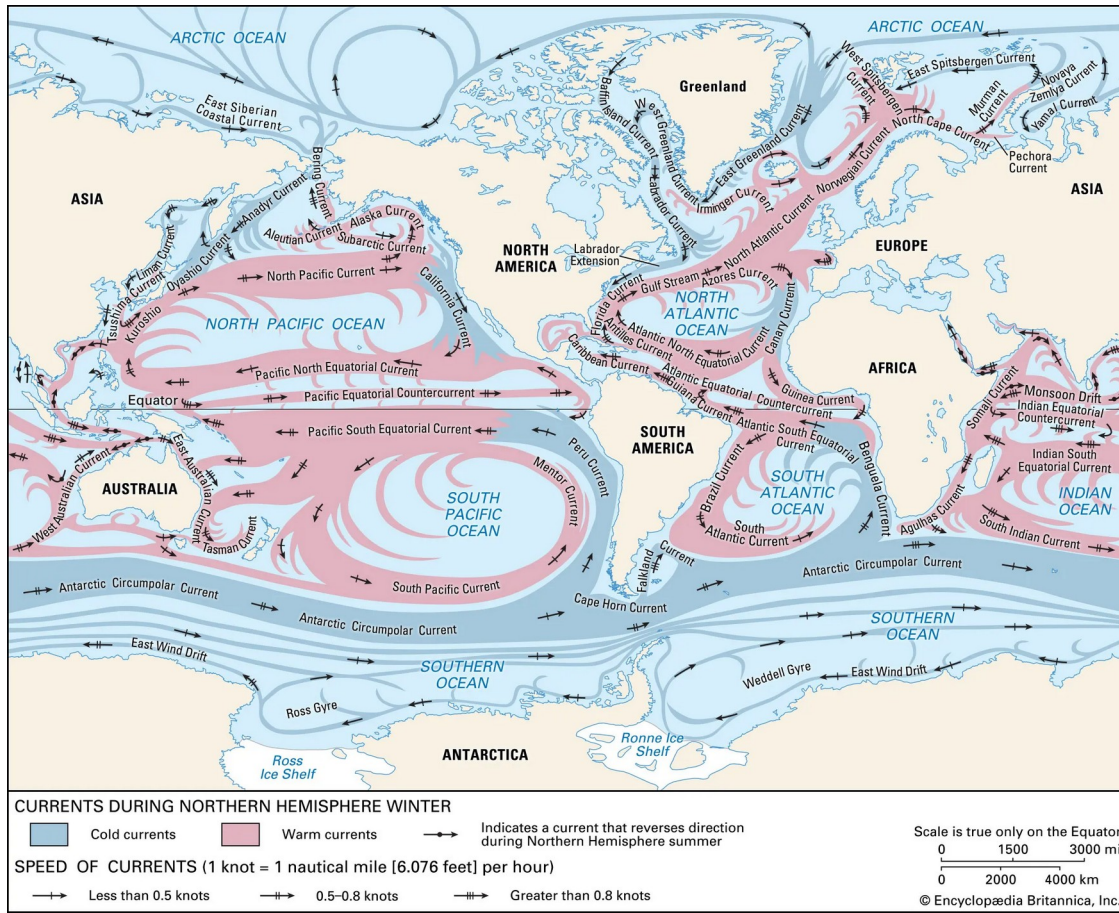
Średnia prędkość powierzchniowych prądów morskich wynosi około 10 km na dobę (czyli 0,12 m/s), ale niektóre z nich mogą osiągnąć prędkość nawet 100–150 km na dobę (czyli 1,2 do 1,7 m/s).

Przepływ (strumień objętościowy) prądów mierzony jest w sverdrupach (1 Sv = 10^6 m³/s).

[\[Wikipedia\]](#)

Ruchy poziome wód oceanu

Prądy morskie [2/19]



Rys. mapa prądów

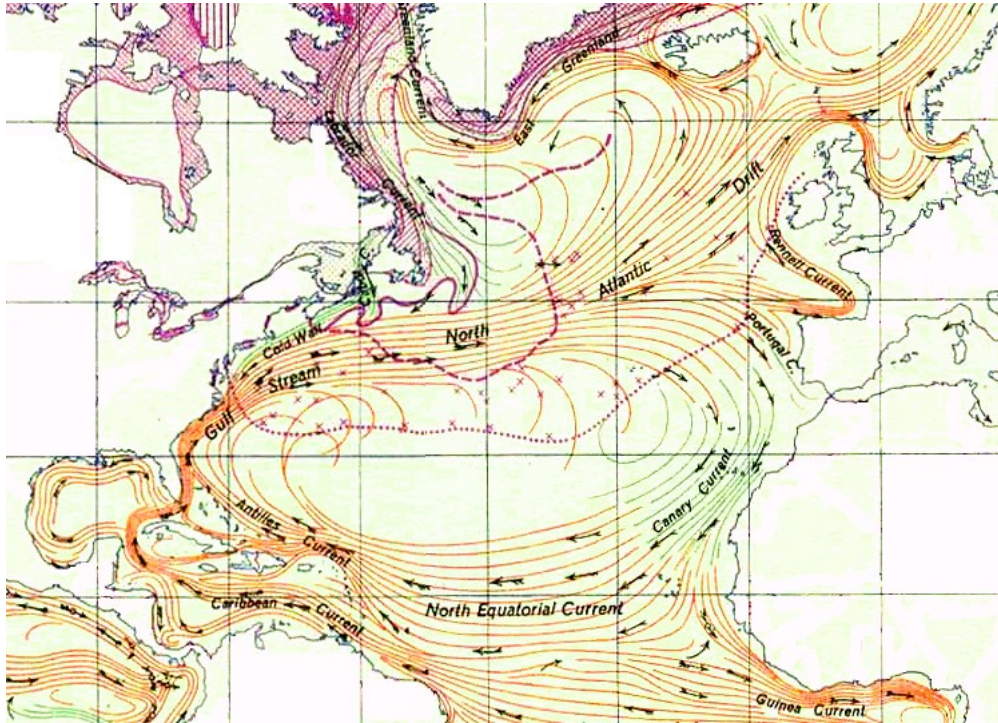
Ruchy poziome wód oceanu

Prądy morskie [3/19]

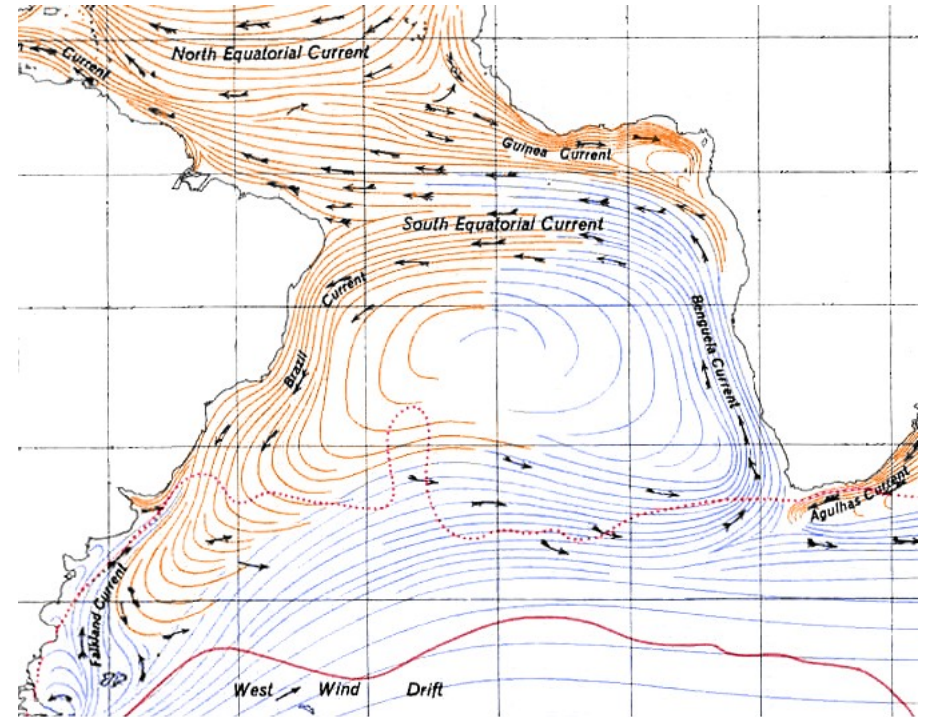
Ze względu na temperaturę wody niesionej prądem morskim w stosunku do otaczających wód oceanu wyróżnia się **prądy ciepłe** (niosące wodę cieplejszą niż otaczająca) i **prądy zimne** (niosące wodę chłodniejszą niż otaczająca). Prądy te mają duży wpływ na kształtowanie klimatu niektórych regionów kuli ziemskiej, np. ciepły *Prąd Północnoatlantycki*, stanowiący przedłużenie *Golfsztromu*, przyczynia się do ocieplenia klimatu Skandynawii, a zimny *Prąd Benguelski* występujący u południowo-zachodnich wybrzeży Afryki przyczynił się do powstania pustyni Namib.

Ruchy poziome wód oceanu

Prądy morskie [4/19]



Rys. 1. Ciepły Prąd Północnoatlantycki, stanowiący przedłużenie Golfsztromu



Rys. 3. Zimny Prąd Benguelski występujący u południowo-zachodnich wybrzeży Afryki

Ruchy poziome wód oceanu

Prądy morskie [5/19]

Ze względu na genezę, prądy morskie można podzielić na:

- **wiatrowe** – związane z działalnością silnych wiatrów,
- **gęstościowe** – wynikające z różnic ciężaru objętościowego wód w różnych miejscach. Bardzo często tworzą się pod powierzchnią wody, rzadziej na jej powierzchni,
- **spływowe** – powstające wskutek wyrównywania poziomu wód w różnych miejscach. Pośrednią ich przyczyną jest dopływ wód słodkowodnych do mórz i oceanów, a także zwiększone parowanie,
- **kompensacyjne** – przywracające równowagę hydrostatyczną, naruszoną przez różne siły, np. przez wiatry stałe.

Ruchy poziome wód oceanu

Prądy morskie [6/19]. Prąd wiatrowy

Prąd wiatrowy (inaczej prąd dryfowy, prąd dryftowy) – powierzchniowy prąd morski, powstały poprzez długotrwałe działanie wiatru. Wywołany jest on pracą sił tarcia, występujących pomiędzy powietrzem a powierzchnią morza (w szczególności napieraniem wiatru na dowietrzne zbocza fal).

Energia przekazywana jest pomiędzy (poziomymi) warstwami wody, przy czym do kolejnych warstw przekazywane jest coraz mniej energii, co powoduje całkowite zanikanie prądu na dużych głębokościach. Na powierzchnię wód działa *siła Coriolisa*, odchylająca prąd o 45° w prawo na półkuli północnej i o 45° w lewo na półkuli południowej w stosunku do kierunku wiatru.

[na podstawie: *Szkolny słownik geograficzny*]

Ruchy poziome wód oceanu

Prądy morskie [7/19]. Prąd wiatrowy

Na głębokim akwenie wzdłuż otwartej linii brzegowej, prędkości prądów generowanych przez wiatr na poziomie powierzchni wody można, jeśli nie są dostępne dane statystyczne, przyjąć w następujący sposób [DNV-RP-c205]:

$$v_{c,wind}(0) = k U_{1hour,10m} ,$$

Gdzie:

$k = 0.015$ do 0.03

$U_{1hour,10m}$ – średnia prędkość wiatru z 1 godziny na poziomie 10m nad pow. wody

Ruchy poziome wód oceanu

Prądy morskie [7.1/19]. Prąd wiatrowy

Określanie prędkości i kierunku prądu wiatrowego na morzu głębokim z dala od brzegów [klimatolodzy.pl]

Kierunek prądu to ten kierunek, w którym prąd płynie, **kierunek wiatru**, to ten kierunek, z którego wiatr wieje (przypomnę tu pospolicie stosowane przez marynarzy określenie - "wiatr wchodzi do róży kompasowej, prąd wychodzi z róży kompasowej").

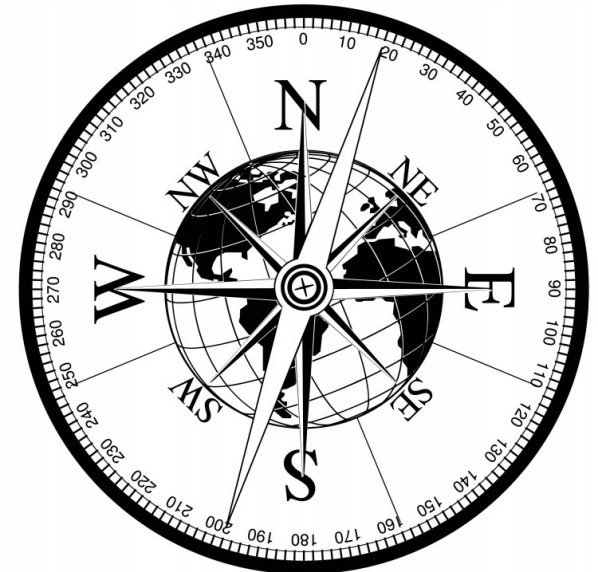
Zatem, jeśli na półkuli północnej wieje np. wiatr NW o prędkości 10 m/s, to:

- kierunek wiatru "odwracamy" (+180°): NW = 315°; (315+180)-360 = 135° (SE); prąd odchyła się w prawo (zatem znak +) o 45°; 135 + 45 = 180° (S).

Prędkość wiatru mnożymy przez współczynnik wiatrowy $k= 0.02$:

$$V_{c,wind} = 0.02 \cdot 10 \text{ m/s} = 0.2 \text{ m/s.}$$

Kierunek prądu = 180°.



Rys. Róża kompasowa

Ruchy poziome wód oceanu

Prądy morskie [8/19]. Najczęstsze kategorie prądów oceanicznych

W literaturze można znaleźć również inne klasyfikacje prądów morskich, patrz na przykład [[DNV-RP-c205](#) „Environmental Conditions and Environmental Loads”].

Wyróżnione w [DNV-RP-c205] najczęstsze kategorie prądów oceanicznych to:

- prądy generowane przez wiatr (prądy wiatrowe)
- prądy pływowe
- prądy cyrkulacyjne
- prądy pętlowe i wirowe
- prądy solitonowe
- prądy przybrzeżne.

Ruchy poziome wód oceanu

Prądy morskie [9/19]. Najczęściej występujące kategorie prądów oceanicznych **Prądy pływowe** są regularne, zgodnie z ruchami astronomicznymi ziemi, księżyca i słońca. Maksymalny prąd pływowy poprzedza lub następuje po najwyższych i najniższych pływach astronomicznych. Prądy pływowe są na ogół słabe na głębokich wodach, ale są wzmacniane przez konfiguracje linii brzegowej. Silne prądy pływowe występują na przesmykach i na prostych odcinkach linii brzegowej (w rejonach przybrzeżnych).

Prądy cyrkulacyjne są stałymi, wielkoskalowymi prądami ogólnej cyrkulacji oceanicznej (tj. Prąd Zatokowy w Oceanie Atlantyckim). Części prądów cyrkulacyjnych mogą oderwać się od głównego obiegu, tworząc wiry o dużej skali. Prędkości prądu w takich wirach (**prądy pętlowe i wirowe**) mogą przekraczać prędkość głównego prądu cyrkulacyjnego (tj. Prąd pętlowy w Zatoce Meksykańskiej).

Prąd przybrzeżny – w rejonach przybrzeżnych biegnie równoległe do brzegu w wyniku fal załamujących się pod kątem na brzegu, zwany też prądem litoralnym.

Ruchy poziome wód oceanu

Prądy morskie [10/19]. Prędkość prądu morskiego

Wektor prędkości prądu morskiego zmienia się wraz z głębokością wody. W pobliżu powierzchni wody profil prędkości prądu jest rozciągany lub ściskany przez fale powierzchniowe (patrz Rysunek dalej). Ogólnie rzecz biorąc, wektor prędkości prądu zmienia się w czasie i przestrzeni:

$$\mathbf{v}_c = \mathbf{v}_c(x, y, z, t)$$

Zależność od czasu wynika z wahań przepływu spowodowanych turbulencjami.

W większości zastosowań prędkość bieżąca może być uważana za stałe pole przepływu, w którym wektor prędkości (wielkość i kierunek) jest tylko funkcją głębokości. Projektowanie niektórych konstrukcji wrażliwych na prąd dynamiczny powinno uwzględniać efekty turbulencji.

Całkowitą prędkość prądu w danej lokalizacji (x, y) należy przyjąć jako sumę wektorów każdej obecnej składowej prądu, prądu wiatrowego, prądów pływowych i cyrkulacyjnych:

$$\mathbf{v}_c(z) = \mathbf{v}_{c,wind}(z) + \mathbf{v}_{c,tide}(z) + \mathbf{v}_{c,circ}(z) + \dots$$

Ruchy poziome wód oceanu

Prądy morskie [11/19]. Profile prędkości prądów morskich

Gdy szczegółowe pomiary w terenie nie są dostępne, zmienność płytkiej prędkości prądu pływowego wraz z głębokością można modelować jako proste prawo potęgowe, zakładając prąd jednokierunkowy:

$$v_{c,tide}(z) = v_{c,tide}(0) \left(\frac{d+z}{d} \right)^\alpha, \text{ przy czym: } z \leq 0,$$

gdzie:

$v_{c,tide}(z)$ – całkowita prędkość prądu na poziomie z ,

z – odległość od poziomu wody spokojnej, dodatnia w górę,

$v_{c,tide}(0)$ – prędkość prądu pływowego na poziomie powierzchni wody (poziom „zero”),

d – głębokość wody do poziomu wody spokojnej (wartość dodatnia),

α – wykładnik, zazwyczaj $\alpha = 1/7$.

Ruchy poziome wód oceanu

Prądy morskie [12/19]. Profile prędkości prądów morskich

Profil prędkości prądu generowanego przez wiatr można przyjąć jako profil liniowy od $z=-d_0$ do poziomu wody spokojnej:

$$v_{c,wind}(z) = v_{c,wind}(0) \left(\frac{d_0 + z}{d_0} \right), \text{ gdzie: } -d_0 \leq z \leq 0$$

$v_{c,wind}(0)$ – prędkość prądu generowanego przez wiatr na poziomie wody stojącej,
 d_0 – głębokość odniesienia dla prądu generowanego przez wiatr, $d_0 = 50$ m.

Przy czym, jeśli nie są dostępne dane statystyczne, przyjąć w następujący sposób [DNV-RP-c205]:

$$v_{c,wind}(0) = k U_{1hour,10m}$$

gdzie: $k = 0.015$ do 0.03 ,

$U_{1hour,10m}$ – średnia prędkość wiatru z 1 godziny na poziomie 10m nad pow. wody

Ruchy poziome wód oceanu

Prądy morskie [13/19]. Profile prędkości prądów morskich

Komentarz: Rozkład prędkości prądu wraz z głębokością zależy od lokalnego klimatu oraz czynników oceanograficznych, pionowego rozkładu gęstości oraz przepływu wody do lub z danego obszaru. Profil prędkości może być różny w zależności od pory roku. Rozkłady prędkości na dużej głębokości mogą być złożone. Kierunek przepływu może zmienić się, wraz z głębokością, o 180° .

Ruchy poziome wód oceanu

Prądy morskie [14/19]. Profile prędkości prądów morskich

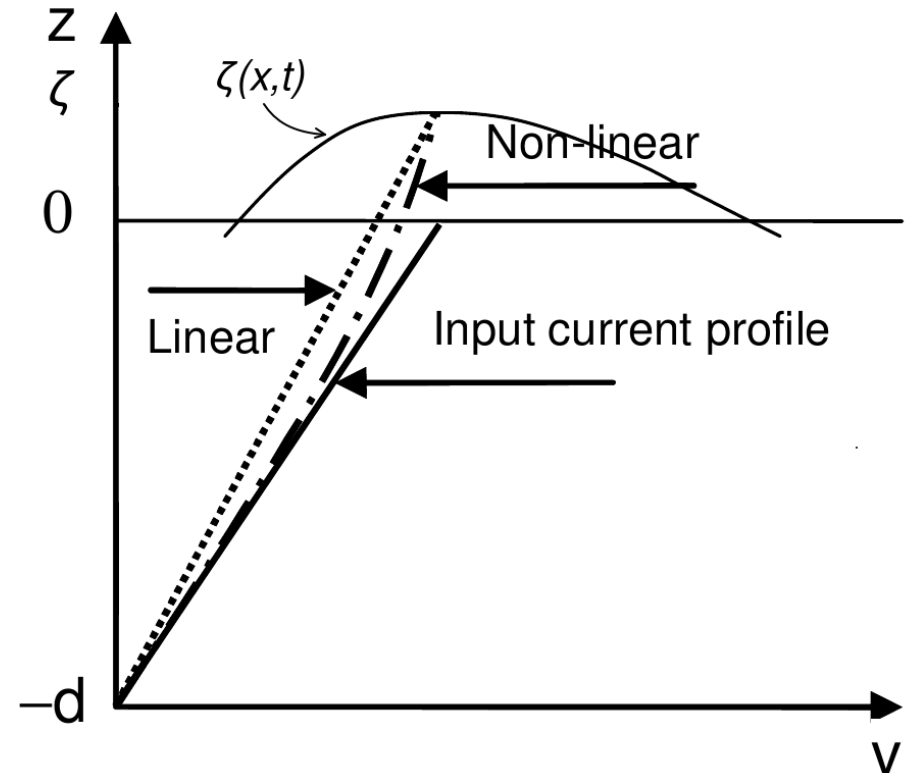
Gdy dostępne są długoterminowe dane pomiarowe profilu prądu, funkcję prędkości prądu projektowego można wyprowadzić poprzez parametryzację danych przy użyciu tak zwanych empirycznych funkcji ortogonalnych. Technika ta służy do przedstawiania zbioru szeregów czasowych o rozkładzie przestrzennym w postaci sumy ortogonalnych funkcji przestrzennych \mathbf{b}_m pomnożonych przez ich amplitudy wyrażone jako funkcje czasu $w_m(t)$. Profil prędkości prądu morskiego w lokalizacji $\mathbf{x}=(x,y,z)$ można wyrazić jako:

$$\vec{v}_c(\vec{x}, t) = \sum_{m=1}^M \vec{b}_m(\vec{x}) \cdot w_m(t)$$

Ruchy poziome wód oceanu

Prądy morskie [15/19]. Wpływ fali na profil prędkości prądów

Należy uwzględnić zmienność profilu prądu ze zmiennością głębokości wody spowodowaną działaniem fal. W takich przypadkach profil prądu może być rozciągany lub ściskany w pionie, ale prędkość prądu na tej samej chwilowej „względnej” głębokości jest stała, patrz Rysunek obok. W tej metodzie prędkość prądu na powierzchni wody również pozostaje taka sama.



Rys. Zmodyfikowany profil prędkości na skutek falowania

Ruchy poziome wód oceanu

Prądy morskie [16/19]. Wpływ fali na profil prędkości prądów

„Rozciąganie” (transformację) profilu prędkości uzyskuje się formalnie przez wprowadzenie „rozciągniętej” współrzędnej pionowej z_s w ten sposób, aby prędkość prądu $v(z)$ na głębokości z dla profilu prędkości na wodzie spokojnej był po transformacji – w przypadku występowania fali – na współrzędnej z_s .

Liniowa transformacja profilu prędkości jest określona wzorem:

$$z_s = \left(d + \zeta\right) \left(1 + \frac{z}{d}\right) - d; \quad \text{przy czym: } -d \leq z_s \leq \zeta$$

gdzie: ζ jest chwilowym poziomem (wysokością) swobodnej powierzchni,
 d to głębokości akwenu

Ruchy poziome wód oceanu

Prądy morskie [17/19]. Wpływ fali na profil prędkości prądów

Nieliniowa transformacja profilu prędkości prądu (rozciąganie profilu) jest definiowana przez powiązanie z_s i z przy wykorzystaniu liniowej teorii falowania Airy'ego jako:

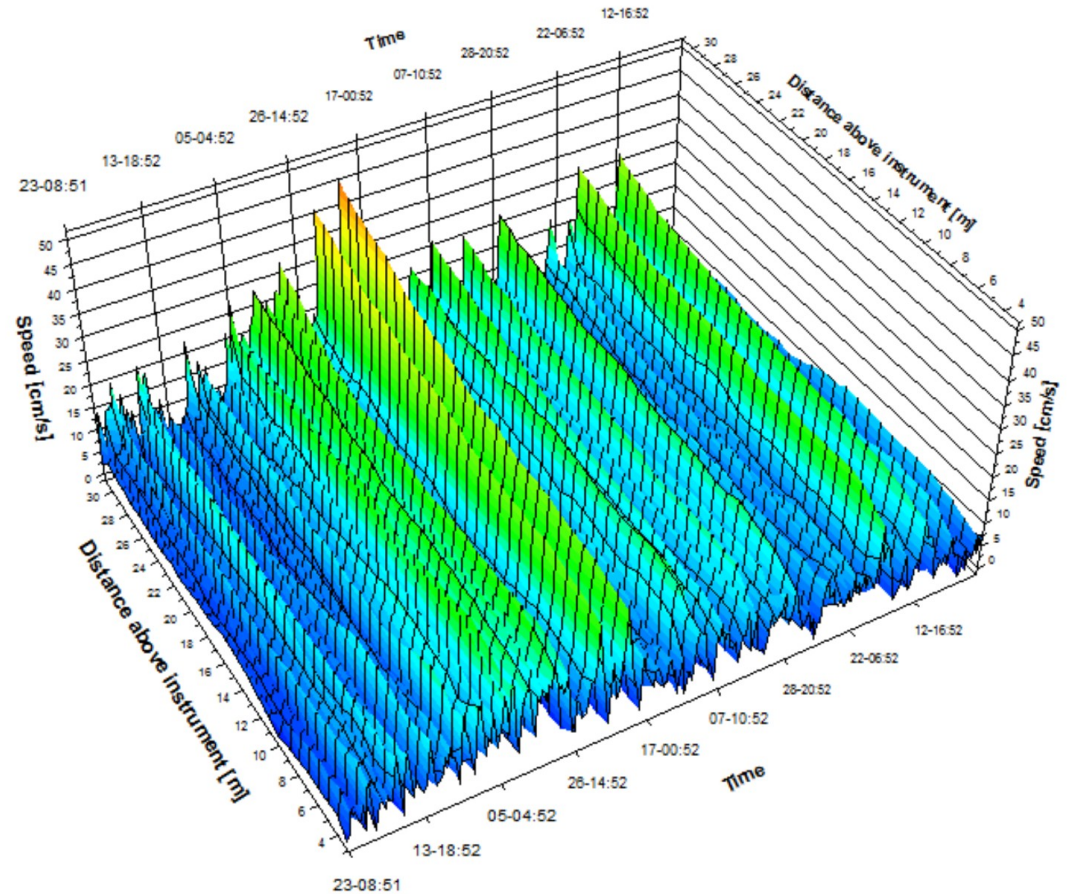
$$z_s = z + \zeta \frac{\sinh [k_{nl}(z+d)]}{\sinh(k_{nl}d)}; \quad \text{przy czym: } -d \leq z_s \leq \zeta$$

gdzie k_{nl} jest nieliniową liczbą falową odpowiadającą długości fali λ_{nl} dla rozważanej fali regularnej dla głębokości wody d i wysokości fali H . Nieliniowa transformacja profilu prędkości powoduje największe „rozciąganie” profilu przy powierzchni morza, gdzie ruch orbitalny fali odbywa się na największym promieniu .

Ruchy poziome wód oceanu

Prądy morskie [18/19]. Wyniki pomiarów prądów morskich

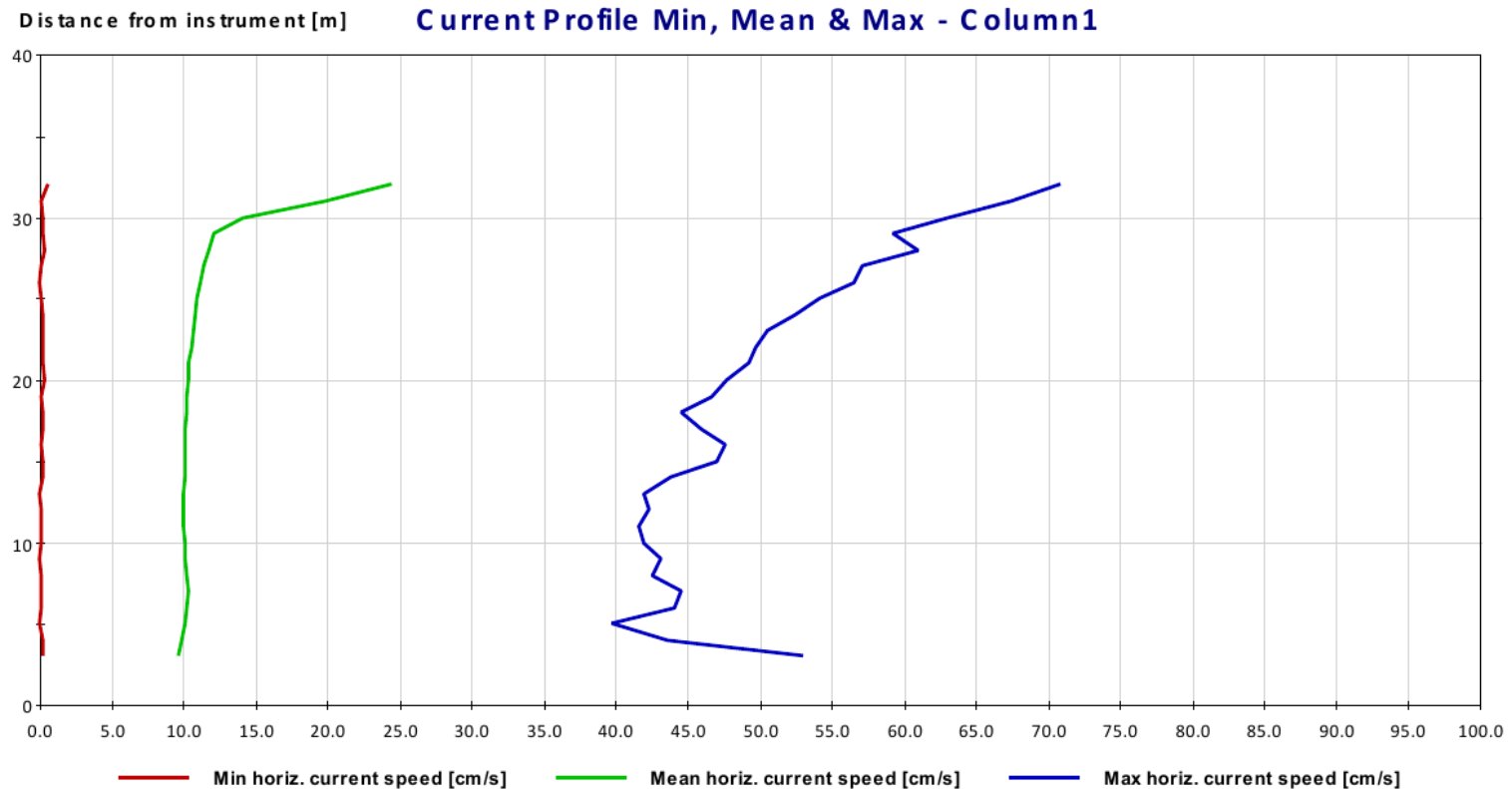
Pomiary prądów morskich na Bałtyku około 20 km na północ od Łeby na akwenie o głębokości 37m.



Ruchy poziome wód oceanu

Prądy morskie [19/19]. Wyniki pomiarów prądów morskich

Pomiary prądów morskich na Bałtyku około 20 km na północ od Łeby na akwenie o głębokości 37m.



Pływy

Pływy morskie [1/11]. [J. Kreiner „Astronomia z astrofizyką”]

Przyptywy i odpływy morskie, określane łącznie mianem ***pływów***, były znane żeglarzom od bardzo dawna. Zaobserwowali oni, że średnio co 12 godzin i 26 minut poziom wody morskiej jest najwyższy, przy czym przyptyw jest szczególnie duży, gdy Księżyc znajduje się w nowiu lub w pełni.

Pływy morskie powodowane są grawitacyjnym oddziaływaniem Księżyca i Słońca na Ziemię i znajdujące się na niej masy wód, a zarazem pływy związane są z ruchem naszej planety i jej naturalnego satelity wokół wspólnego środka masy układu Ziemia-Księżyc, tzw. *barycentrum*.

Dla uproszczenia analiz, omawiając pływy, przyjmujemy, że Ziemia nie dokonuje obrotu wokół własnej osi, ani nie obiega Słońca.

Pływy

Pływy morskie [2/11]

Przyjmując, że średnia odległość Księżyca od Ziemi wynosi $a_K = 384\,400$ km, a masa Księżyca stanowi $1/81,3$ masy Ziemi, możemy obliczyć położenie barycentrum, które znajduje się w odległości $a = 4650$ km od środka naszej planety w kierunku Księżyca. Wokół barycentrum obiega Księżyc (w okresie miesiąca gwiazdowego = 27,3 doby), ale zarazem wokół barycentrum obiega w tym samym okresie środek ziemi, a zarazem wszystkie punkty naszej planety.

Założony w tym (uproszczonym) modelu ruch Ziemi wokół barycentrum ma charakter okrężno-translacyjny – każdy punkt Ziemi zakreśla wokół barycentrum identyczny okrąg o promieniu równym odległości pomiędzy barycentrum a środkiem Ziemi.

Pływy

Pływy morskie [3/11]

Występująca w tym ruchu siła odśrodkowa F_o będzie jednakowa i tak samo zwrócona dla wszystkich punktów na Ziemi. Wyrazi się ona wzorem:

$$F_o = \omega^2 am ,$$

W którym ω jest prędkością kątową dowolnego elementu kuli ziemskiej, natomiast m – masą tego elementu.

Wektor siły odśrodkowej, wywołanej ruchem ziemi wokół barycentrum, jest równoważony przeciwnie zwróconym wektorem siły przyciągania grawitacyjnego F_g ze strony księżyca. Siła ta wyraża się wzorem:

$$F_g = G \frac{M_K m}{a_K^2} , \text{ gdzie } M_K \text{ - masa Księżyca, } a_K \text{ to odległość Księżyca od środka Ziemi, } G \text{ – stała grawitacji.}$$

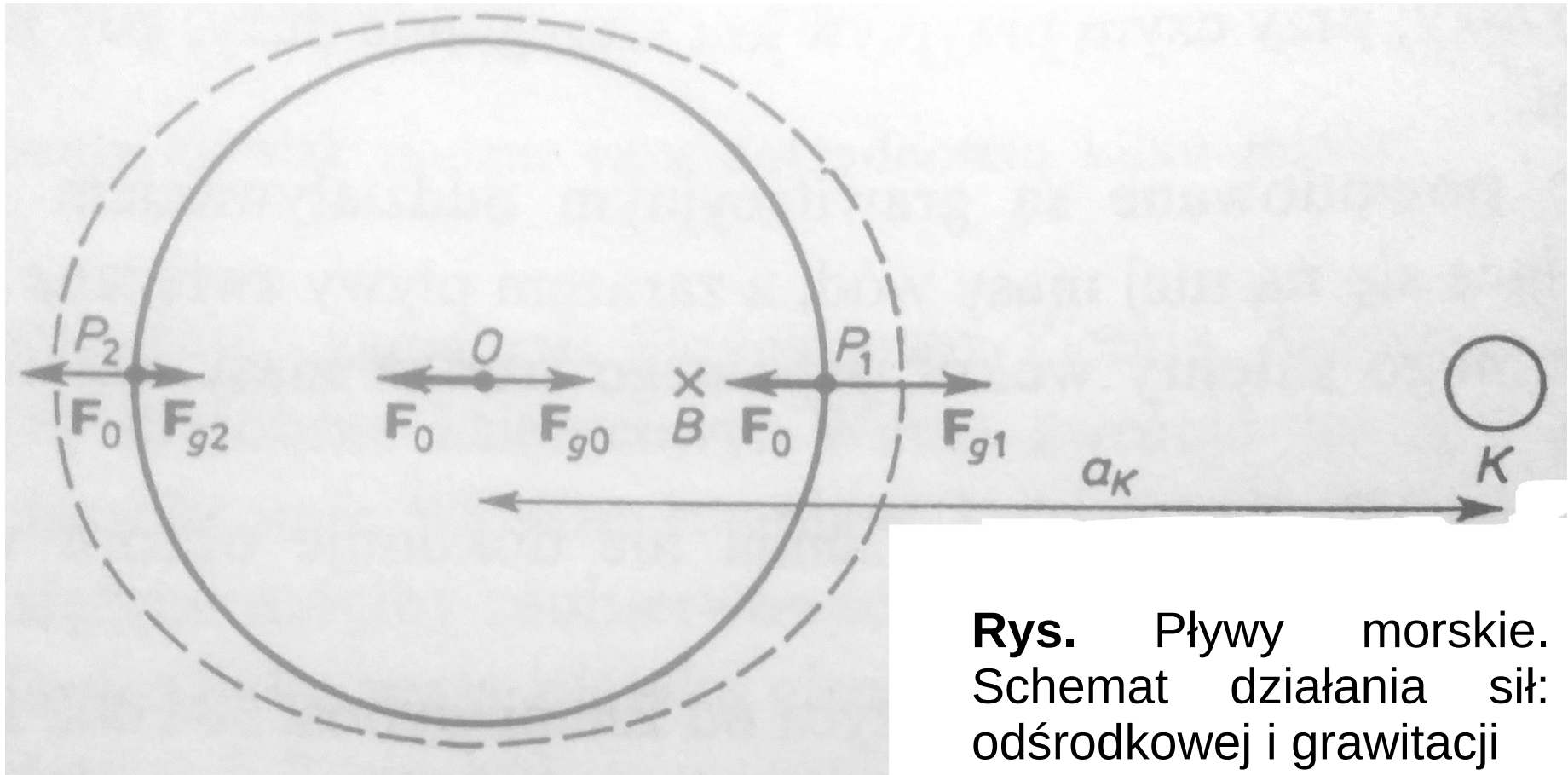
Pływy

Pływy morskie [4/11]

Jedynie w odległości a_K (a więc w środku Ziemi) siła grawitacji równoważy siłę odśrodkową. Obliczenia wskazują, że w punkcie P_1 na powierzchni Ziemi (rysunek) siła przyciągania grawitacyjnego od Księżyca jest o około 3% większa niż w środku Ziemi, podobnie w punkcie P_2 siła przyciągania grawitacyjnego jest o około 3% mniejsza niż w odległości a_K od Księżyca. Wypadkowa sił F_o i F_g nosi nazwę siły przyptywowej. W punkcie P_1 siła przyptywowa będzie zwrócona w kierunku Księżyca (siła grawitacji F_{g1} jest większa od siły odśrodkowej F_o) i spowoduje wypiętrzenie znajdujących się tam wód. W punkcie P_2 siła przyptywowa będzie zwrócona w kierunku od Księżyca (siła odśrodkowa F_o jest większa od siły grawitacji F_{g2}), ale również spowoduje, że poziom wody podniesie się. W obu miejscach P_1 i P_2 zaobserwujemy przyptywy.

Pływy

Pływy morskie [5/11]



Rys. Pływy morskie. Schemat działania sił: odśrodkowej i grawitacji

Pływy

Pływy morskie [6/11]

Wartość siły przyływowej F_P w punkcie P_2 możemy obliczyć w następujący sposób:

$$F_P = F_o - F_{g2} = \omega^2 a m - G \frac{M_K m}{(a_K + R)^2}$$

Gdzie R – promień Ziemi wynosi 6 371 km.

Stąd, po zastosowaniu pewnych formuł przybliżonych, otrzymamy wzór siłę pływową:

$$F_P = 2 G M_K m \frac{R}{a_K^3}$$

Ze wzoru powyżej wynika, że wartość siły pływowej maleje z trzecią potęgą odległości (Księżyca) w odróżnieniu od siły grawitacji, która jest odwrotnie proporcjonalna do kwadratu odległości

Pływy

Pływy morskie [7/11]

Przyspieszenie pochodzące od siły pływowej od działania Księżyca wynosi około $1,1 \cdot 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ (czyli jest 10 milionów razy mniejsze od g). Wartość przyspieszenia od siły pływowej od Słońca wynosi $0,51 \cdot 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ czyli jest 2,2 razy mniejsza od przyspieszenia od siły pływowej wywołanej przez Księżyc.

Gdyby Ziemię pokrywała równomierna warstwa wody, Księżyc powodowałby w rejonie równika wyniesienie poziomu wody o 36 cm, natomiast Słońce podnosiłoby wodę o około 16 cm. W momencie odpływu woda na skutek oddziaływania Księżyca opadłaby o 16 cm, na skutek działania Słońca średni poziom wody obniżyłby się o dalsze 8 cm.

Łączna zamiana poziomu wody wywołana przez Księżyc wynosi 54 cm, natomiast przez Słońce około 24 cm.

Pływy

Pływy morskie [8/11]

W rzeczywistości obserwowany charakter pływów jest o wiele bardziej skomplikowany, gdyż istotny wpływ wywierają: ruch obrotowy Ziemi i ukształtowanie powierzchni. Wskutek ruchu obrotowego na powierzchni Ziemi z dwóch przeciwległych stron obserwuje się fale przyływów, obiegające ziemię w okresie około 24 godzin i 53 minut, tj. w czasie jaki upływa pomiędzy dwoma kulminacjami księżyca.

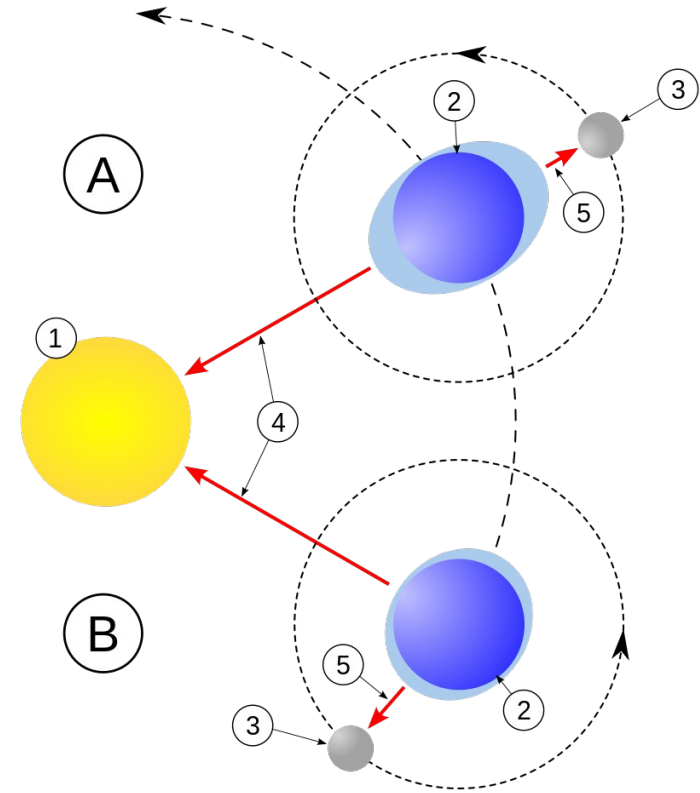
Pływy

Pływy morskie [9/11]

Na wielkość pływów ma wpływ wzajemna konfiguracja Ziemi, Księżycy i Słońca. Wyróżniamy:

Pływ syzygijny (pływ maksymalny) – zjawisko pływowe powstające, gdy Ziemia, Księżyc i Słońce znajdują się w linii prostej. Oddziaływania grawitacyjne Księżycy i Słońca działają wówczas na Ziemię w tym samym kierunku (choć ich zwrot może być ten sam lub przeciwny), skutkiem czego występujące na Ziemi pływy morskie są maksymalne. Zjawisko to występuje dwa razy w miesiącu synodycznym: pełni Księżycy (Ziemia jest wtedy pomiędzy Księżycem i Słońcem) oraz w nowiu (Księżyc jest wtedy pomiędzy Ziemią i Słońcem).

„Przeciwieństwem” pływu syzygijnego jest **pływ kwadraturowy** (minimalny) mający miejsce również dwa razy w miesiącu synodycznym, a występuje on, gdy linie łączące Ziemię i Księżyc oraz Ziemię i Słońce tworzą między sobą kąt prosty.



Rys. Pływy morskie: A. Pływ syzygijny; B. Pływ kwadraturowy. Opis: 1. Słońce; 2. Ziemia; 3. Księżyc; 4. Kierunek przyciągania przez Słońce; 5. Kierunek przyciągania przez Księżyc [\[Wikipedia\]](#)

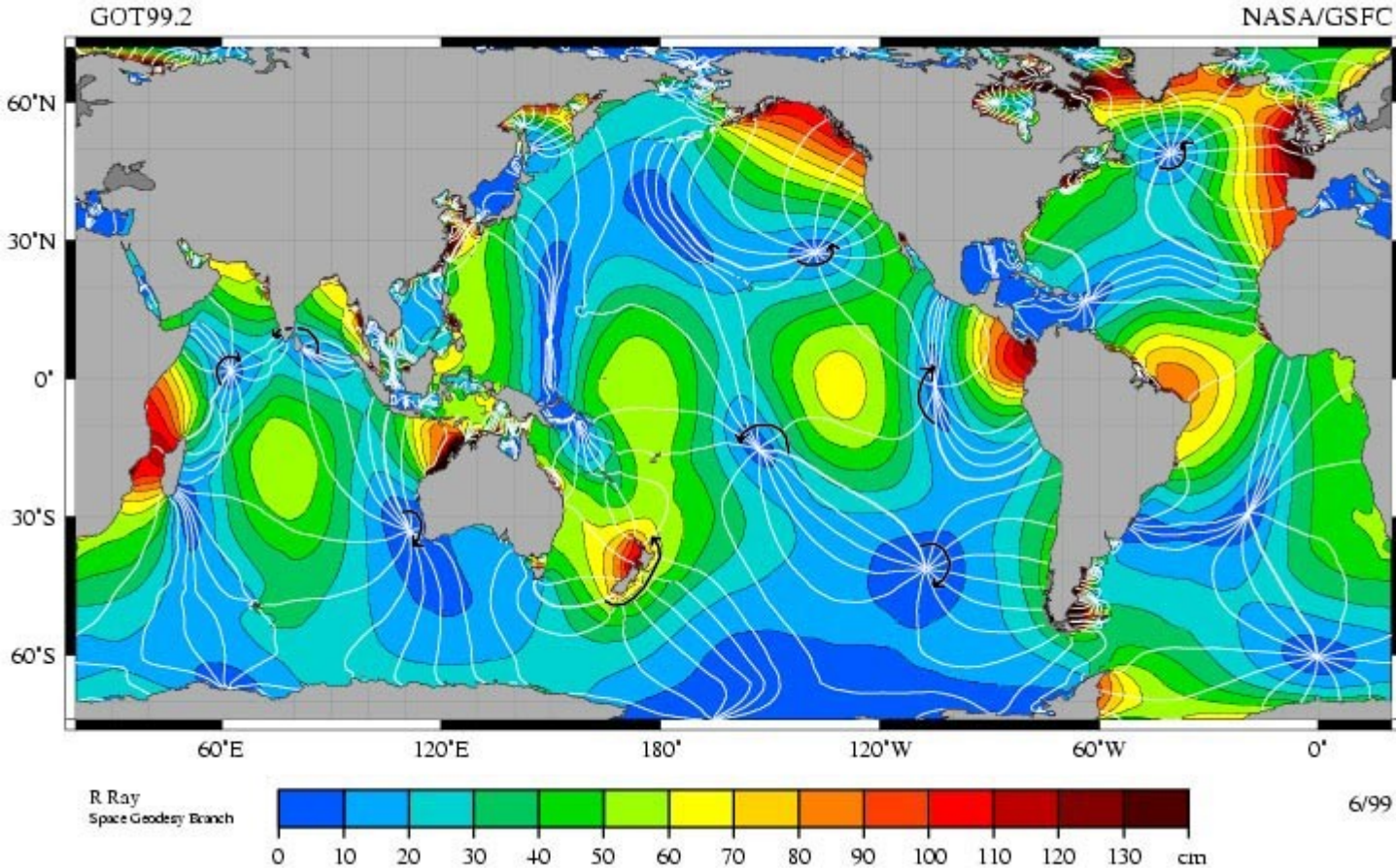
Pływy

Pływy morskie [10/11]. Miejsca występowania pływów o największych skokach

Miejsce	Akwen	Państwo	Wysokość pływu [m]		
			średnio	Pływ syzygiyny (średnio)	największa zarejestrowana
Zatoka Fundy	Ocean Atlantycki	Kanada	11,4	15,4	19,6
Río Gallegos	Ocean Atlantycki	Argentyna	10,4	14,0	18,0
Zatoka Frobishera	Cieśnina Davisa	Kanada	10,1	13,6	17,4
rzeka Severn	Kanał Bristolski	Anglia	9,7	13,1	16,8
port Granville	kanał La Manche	Francja	9,3	12,6	16,1
rzeka Koksoak	zatoka Ungava	Kanada	8,7	11,7	15,0
Zatoka Penżyńska	Morze Ochockie	Rosja	8,5	11,5	14,7
zatoka Collier	Ocean Indyjski	Australia	8,1	11,0	14,0
port Bhaunagar	Morze Arabskie	Indie	7,2	9,7	12,4
rzeka Kolorado	Zatoka Kalifornijska	Meksyk	7,1	9,6	12,3
wyspa Maracá	Ocean Atlantycki	Brazylia	6,7	9,1	11,7

Pływy

Pływy morskie [11/11]



Rys. Wielkość amplitudy
składowej księżycowej
pływów

Falowanie morza

Wprowadzenie do falowania morskiego. Definicje pojęć

Fale wiatrowe (fale generowane przez wiatr) to fale powierzchniowe, które występują na swobodnej powierzchni oceanów, mórz, jezior, rzek i kanałów. Wynikają one z wiatru wiejącego nad obszarem powierzchni płynu (zjawisko **niestabilności Kelvina-Helmholtza**). Fale w oceanach mogą pokonywać tysiące mil, zanim dotrą do lądu. Fale wiatrowe mają wielkość od małych zmarszczek do fal o wysokości ponad 30 m.

Fale wiatrowe charakteryzują się pewną losowością: kolejne fale różnią się wysokością, okresem i kształtem z ograniczoną przewidywalnością. Można je opisać jako proces stochastyczny, w połączeniu z fizyką rządzącą ich powstawaniem, wzrostem, propagacją i zanikaniem - a także opisującą zależność między wielkościami opisującymi przepływ, takimi jak: ruchy powierzchni wody, prędkości przepływu i ciśnienie wody. Kluczowe statystyki fal wiatrowych w zmieniających się stanach morza można przewidzieć za pomocą modeli fal wiatru.

[źródło: en.wikipedia.org]

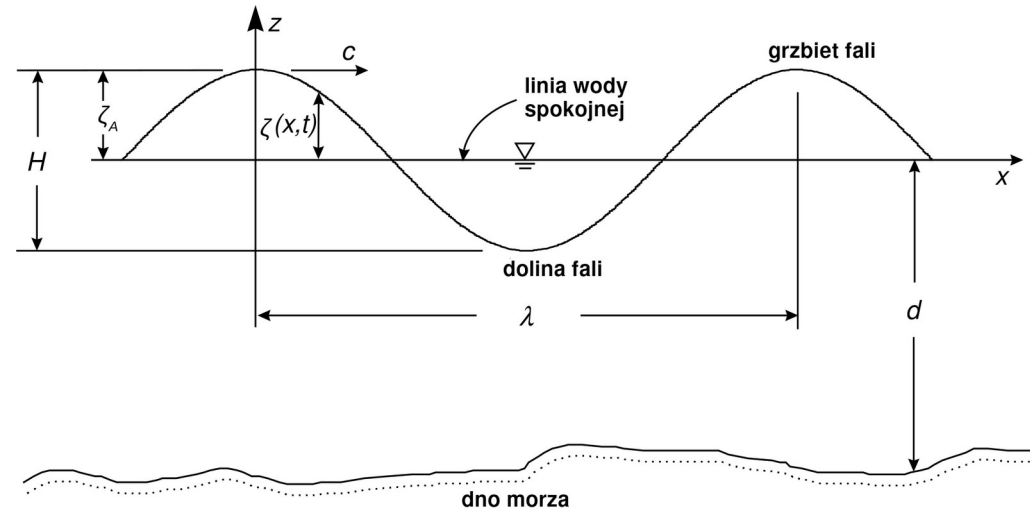
Falowanie morza

Wprowadzenie do falowania morskiego. Definicje pojęć

O wielkości fal wiatrowych i strukturze pola prędkości decydują:

- Wysokość fali H (mierzona od doliny do grzbietu)
- Długość fali λ (od grzbietu do grzbietu)
- Okres fali T (przedział czasu między przybyciem kolejnych grzbietów do stacjonarnego punktu)
- Kierunek propagacji fali \mathbf{e}_w

Fala morska regularna (fala liniowa)



Źródło: [„Mechanics of sea waves”
<https://www.albertomontanari.it/?q=node/104>]

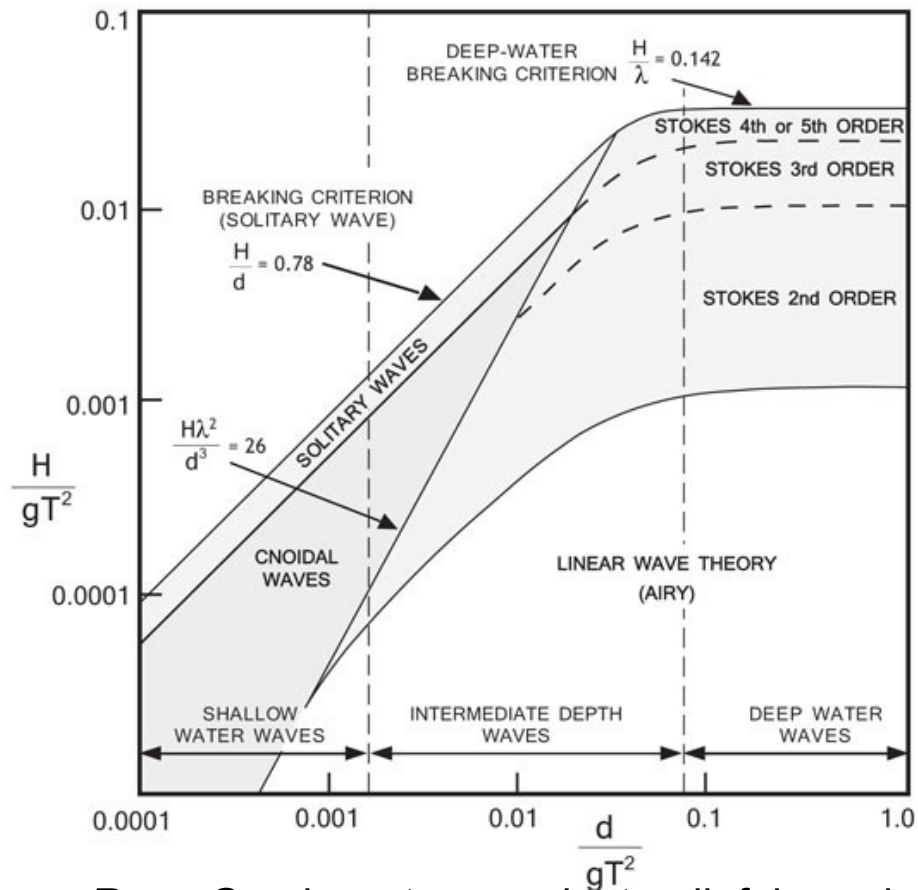
Falowanie morza

Wprowadzenie do falowania morskiego. Teoria falowania Airy'ego

Teoria falowania Airy'ego (lub teoria fal liniowych) daje zlinearyzowany opis propagacji fal grawitacyjnych na powierzchni jednorodnej warstwy płynu. Teoria zakłada, że warstwa płynu ma jednakową średnią głębokość, a przepływ płynu jest nielepki, nieściśliwy i bezwirowych.

Linowa teoria falowania Airy'ego jest często stosowana w oceanotechnice i budownictwie wodnym do modelowania stanów morza - dając opis kinematyki fal i dynamiki z dostatecznie dużą dokładnością do wielu celów.

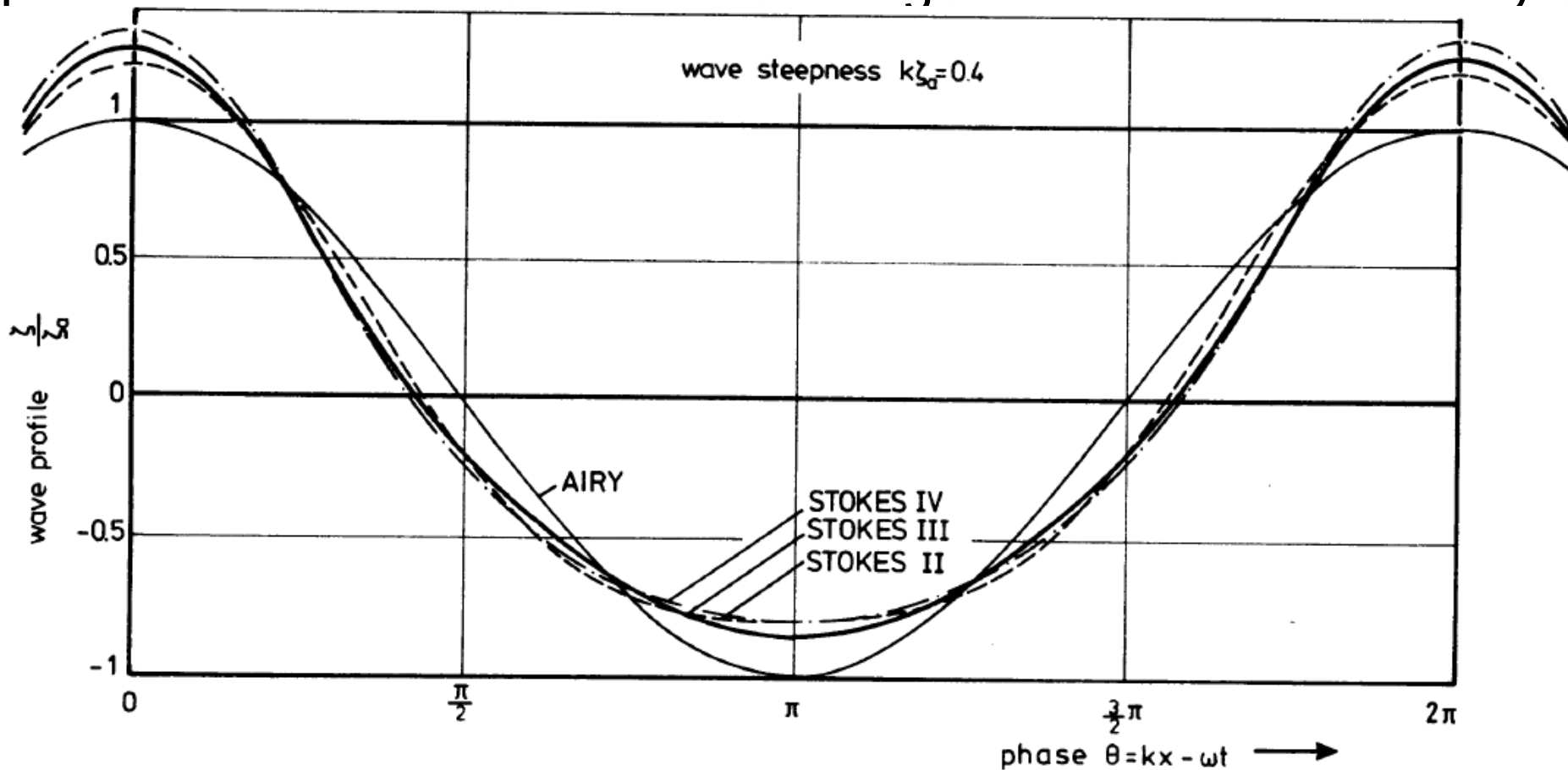
Przybliżenie to jest dokładne dla małych stosunków wysokości fali do głębokości wody (dla fal na płytkiej wodzie) i wysokości fali do długości fali (dla fal na głębokiej wodzie). [źródło: en.wikipedia.org]



Rys. Granica stosowania teorii falowania Airy'ego i innych modeli falowych.

Falowanie morza

Wprowadzenie do falowania morskiego. Teoria falowania Airy'ego



Rys. Porównanie kształtu profilu fali w zależności od zastosowanej teorii falowania: Airy, Stokes II, III i IV [G.Clauss, E.Lehmann, C.Östergaard „Offshore Structures” vol. 1]

Falowanie morza

Wprowadzenie do falowania morskiego. Teoria falowania Airy'ego

Teoria falowania Airy'ego jest liniową teorią rozchodzenia się fal grawitacyjnych na powierzchni swobodnej cieczy jednorodnej dla poziomego dna akwenu. Poziom swobodnej powierzchni $\zeta(x,t)$ jednej składowej fali jest sinusoidą zależną od położenia poziomego x i czasu t :

$$\zeta(x, t) = \zeta_A \cos(kx - \omega t)$$

gdzie:

- ζ_A jest amplitudą fali w [m],
- k jest liczbą falową w [rad/m], związaną z długością fali λ wzorem:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

- ω jest częstością kątową w [rad/s] związaną z okresem T i częstością f przez:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

Fale rozchodzą się po powierzchni wody z prędkością fazową c :

$$c = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T}$$

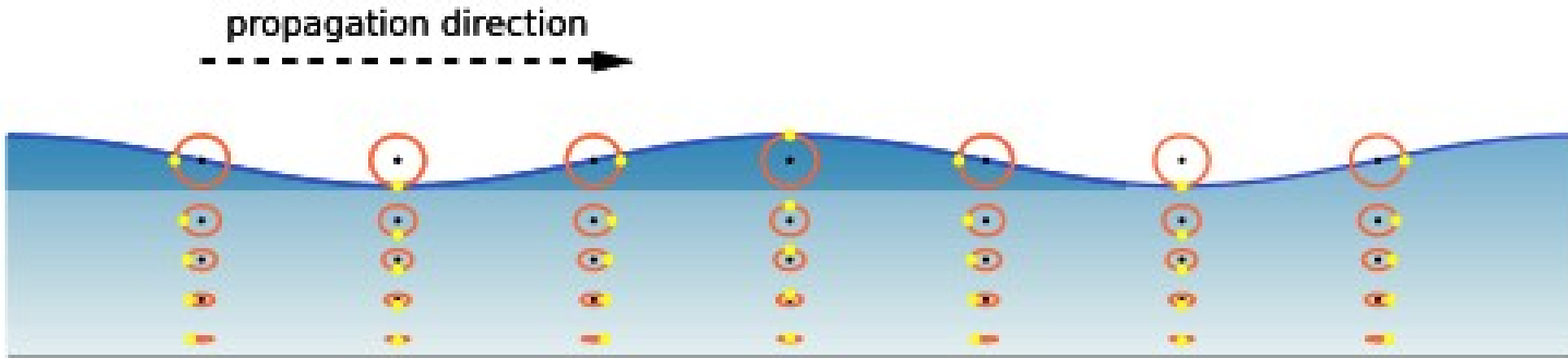
Liczba falowa k i częstość kołowa ω nie są niezależnymi parametrami (a zatem również długość fali λ i okres T nie są niezależne), ale są sprzężone.

Powierzchniowe fale grawitacyjne w płynie to fale dyspersyjne - wykazujące dyspersję częstotliwości - co oznacza, że każdej liczbie falowej odpowiada określona częstość kołowa i prędkość fazowa.

Falowanie morza

Wprowadzenie do falowania morskiego. Teoria falowania Airy'ego

Podczas gdy kształt swobodnej powierzchni wskazuje propagację (rozchodzenie się) fali, cząsteczki płynu poruszają się po orbitach. W ramach teorii Airy'ego orbity są zamkniętymi krzywymi: okręgami w akwenach głębokich i elipsami na skończonej głębokości, które stają się bardziej płaskie w pobliżu dna.



Falowanie morza

Wprowadzenie do falowania morskiego. Teoria falowania Airy'ego

Sformułowanie problemu przepływu [1/2]

Gdy założymy, że przepływ jest nieściśliwy i bezwirowy, to będziemy mogli zastosować teorię przepływu potencjalnego.

Potencjał prędkości $\Phi(x,z,t)$ jest powiązany ze składowymi prędkości przepływu u i w w kierunku poziomym x i pionowym z :

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x}; \quad w = \frac{\partial \Phi}{\partial z}$$

Pole prędkości musi spełniać równanie ciągłości, które dla pola potencjalnego w przepływie nieściśliwym ma formę równania Laplace'a

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0$$

Aby domknąć układ równań, potrzebne są warunki brzegowe na dnie i na swobodnej powierzchni.

Nieprzepuszczalność podłoża prowadzi do kinematycznego warunku brzegowego

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0; \quad \text{dla } z = -d,$$

lub, w przypadku wody głębokiej, powyższy w.b. musi być spełniony przy: $z \rightarrow -\infty$

Dynamika środowiska

Wprowadzenie do falowania morskiego. Teoria falowania Airy'ego

Sformułowanie problemu przepływu [2/2]

Pionowa składowa prędkości cząstek cieczy na swobodnej powierzchni musi być równa pionowej składowej prędkości swobodnej powierzchni:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial z}; \text{ at } z = \zeta(x, t)$$

Wysokość powierzchni ζ jest dodatkową niewiadomą, dla której jest potrzebny dodatkowy w.b. Zapewnia to równanie Bernoullego dla niestacjonarnego przepływu potencjalnego. Zakłada się, że ciśnienie nad swobodną powierzchnią jest stałe (i równe zeru).

Po linearyzacji otrzymamy następujący w.b. na swobodnej powierzchni:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + g\zeta = 0; \text{ at } z = \zeta(x, t).$$

Uwaga: Po linearyzacji zarówno dla warunku kinematycznego jak i dynamicznego na swobodnej powierzchni przyjmuje się wartości ϕ i $\partial\phi/\partial z$ na stałym poziomie średnim $z = 0$.

Dynamika środowiska

Wprowadzenie do falowania morskiego. Teoria falowania Airy'ego

Rozwiązanie dla progresywnej fali regularnej (monochromatycznej). Ale ζ i ϕ muszą również spełniać dynamiczny warunek brzegowy, co skutkuje nietrywialnymi (niezerowymi) wartościami amplitudy fali ζ_A tylko wtedy, gdy jest spełniona liniowa **zależność dyspersji**:

Dla fali progresywnej o pojedynczej częstotliwości - **fali regularnej** – równanie odkształcenia powierzchni ma postać:

$$\zeta(x, t) = \zeta_A \cos(kx - \omega t)$$

Powiązany potencjał prędkości, spełniający równanie Laplace'a w obszarze przepływu, a także kinematyczne warunki brzegowe na swobodnej powierzchni i dnie akwenu, to:

$$\phi = \frac{\omega \zeta_A}{k} \frac{\cosh(k(z+d))}{\cosh(kd)} \cos(kx - \omega t)$$

Zatem częstość kątowna ω i liczba falowa k - lub równoważnie okres T i długość fali λ - nie mogą być wybrane niezależnie, gdyż są ze sobą powiązane. Gdy ω i k spełniają zależność dyspersji, amplitudę fali ζ_A można wybrać dowolnie (ale wystarczająco małą dla teorii fal Airy'ego).

$$\omega^2 = gk \tanh(kd)$$

Dynamika środowiska

Wprowadzenie do falowania morskiego. Teoria falowania Airy'ego

Dyspersja fali - zależność prędkości fazowej i grupowej fali od jej częstotliwości.

Dyspersję fali oraz zjawiska z niej wynikające obserwuje się w ośrodku, którego właściwości zależą od częstotliwości (długości fali). Jeżeli prędkość fazowa i grupowa fali nie zależy od jej częstotliwości, o takiej fali mówi się, że nie ulega dyspersji, a ośrodek nazywany jest niedyspersyjnym.

W wyniku rozchodzenia się fal w ośrodku dyspersyjnym fale o różnej częstotliwości rozchodzą się z różną prędkością; oznacza to, że prędkość rozchodzenia się odpowiedniego sygnału, zwana prędkością grupową, jest inna niż prędkość rozchodzenia się fazy fali (prędkość fazowa) i także zależy od częstotliwości.

Dyspersja jest zjawiskiem powszechnym: ulegają jej prawie wszystkie rodzaje fal w bardzo wielu ośrodkach.

Dynamika środowiska

Wprowadzenie do falowania morskiego. Teoria falowania Airy'ego

Rozwiązanie dla progresywnej fali regularnej (monochromatycznej). Kierunek propagacji fali.

W bardziej ogólnej sytuacji fale mogą rozchodzić się w dowolnym kierunku poziomym, w płaszczyźnie $\mathbf{x}=(x,y)$. Wektor liczby falowej $\mathbf{k}=k\mathbf{e}_w$ jest prostopadły do linii grzbietów fal:

$$\zeta(x, t) = \zeta_A \cos(\theta(\mathbf{x}, t)), \text{ gdzie:}$$

$$\theta(\mathbf{x}, t) = \mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t$$

Wersor \mathbf{e}_w wskazuje kierunek propagacji fali:

$$\mathbf{e}_w = [\cos \alpha, \sin \alpha]$$

Gdzie α jest kątem pomiędzy osią Ox a kierunkiem propagacji (określonym wektorem \mathbf{e}_w).

Dynamika środowiska

Wprowadzenie do falowania morskiego. Teoria falowania Airy'ego

Rozwiązanie dla progresywnej fali regularnej (monochromatycznej).

Można podzielić akweny ze względu na głębokość wody na trzy grupy:

akweny głębokie - dla głębokości wody większej niż połowa długości fali, $d > \frac{1}{2} \lambda$, prędkość fazowa fal w niewielkim stopniu zależy od głębokości akwenu (dotyczy to większości fal wiatrowych na powierzchni morza i oceanu). Długość fali jest funkcją jej częstości

akweny płytkie - dla głębokości wody mniejszej niż długość fali podzielona przez 20, $d < \frac{1}{20} \lambda$, prędkość fazowa fal jest zależna tylko od głębokości wody i nie jest już funkcją okresu czy długości fali,

akweny o głębokości pośredniej - wszystkie inne przypadki, $\frac{1}{20} \lambda < d < \frac{1}{2} \lambda$, gdzie zarówno głębokość wody, jak i okres (lub długość fali) mają istotny wpływ na rozwiązanie teorii fal Airy'ego.

Dynamika środowiska

Wprowadzenie do falowania morskiego. Teoria falowania Airy'ego

Rozwiązanie dla progresywnej fali regularnej (monochromatycznej).

Komentarz: W ograniczonych przypadkach głębokich i płytkich wód można dokonać uproszczonych przybliżeń rozwiązania. Podczas gdy w przypadku głębokości pośrednich należy stosować pełne formuły.

Falowanie morza

Wprowadzenie do falowania morskiego. Definicje pojęć

Fale wiatrowe (fale generowane przez wiatr) to fale powierzchniowe, które występują na swobodnej powierzchni oceanów, mórz, jezior, rzek i kanałów. Wynikają one z wiatru wiejącego nad obszarem powierzchni płynu (zjawisko **niestabilności Kelvina-Helmholtza**). Fale w oceanach mogą pokonywać tysiące mil, zanim dotrą do lądu. Fale wiatrowe mają wielkość od małych zmarszczek do fal o wysokości ponad 30 m.

Fale wiatrowe charakteryzują się pewną losowością: kolejne fale różnią się wysokością, okresem i kształtem z ograniczoną przewidywalnością. Można je opisać jako proces stochastyczny, w połączeniu z fizyką rządzącą ich powstawaniem, wzrostem, propagacją i zanikaniem - a także opisującą zależność między wielkościami opisującymi przepływ, takimi jak: ruchy powierzchni wody, prędkości przepływu i ciśnienie wody. Kluczowe statystyki fal wiatrowych w zmieniających się stanach morza można przewidzieć za pomocą modeli fal wiatru.

[źródło: en.wikipedia.org]

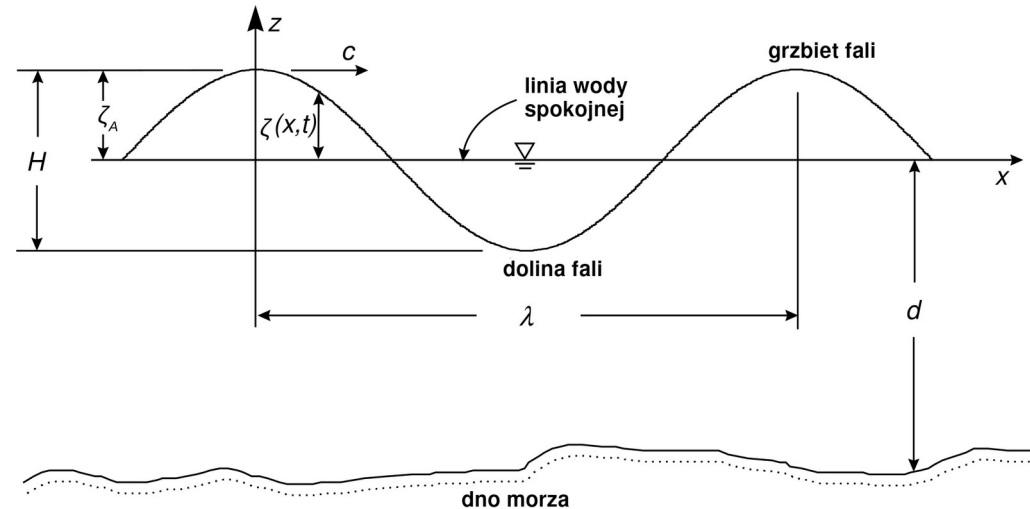
Falowanie morza

Wprowadzenie do falowania morskiego. Definicje pojęć

O wielkości fal wiatrowych i strukturze pola prędkości decydują:

- Wysokość fali H (mierzona od doliny do grzbietu)
- Długość fali λ (od grzbietu do grzbietu)
- Okres fali T (przedział czasu między przybyciem kolejnych grzbietów do stacjonarnego punktu)
- Kierunek propagacji fali \mathbf{e}_w

Fala morska regularna (fala liniowa)



Źródło: [„Mechanics of sea waves”
<https://www.albertomontanari.it/?q=node/104>]

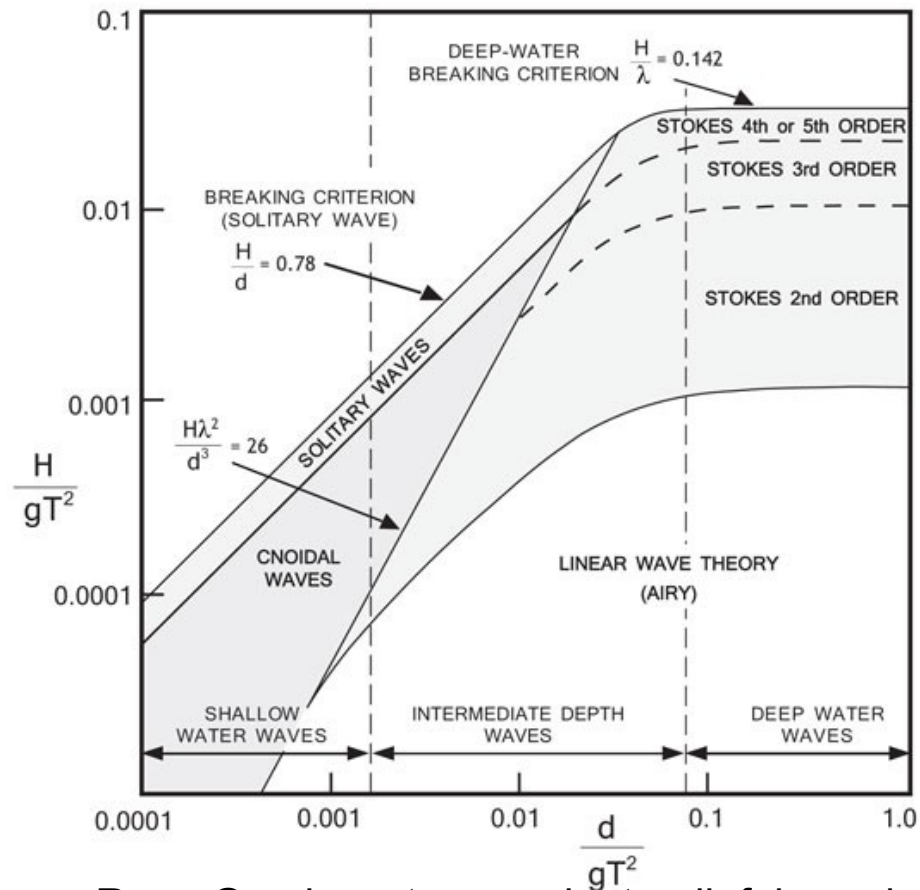
Falowanie morza

Wprowadzenie do falowania morskiego. Teoria falowania Airy'ego

Teoria falowania Airy'ego (lub teoria fal liniowych) daje zlinearyzowany opis propagacji fal grawitacyjnych na powierzchni jednorodnej warstwy płynu. Teoria zakłada, że warstwa płynu ma jednakową średnią głębokość, a przepływ płynu jest nielepki, nieściśliwy i bezwirowych.

Linowa teoria falowania Airy'ego jest często stosowana w oceanotechnice i budownictwie wodnym do modelowania stanów morza - dając opis kinematyki fal i dynamiki z dostatecznie dużą dokładnością do wielu celów.

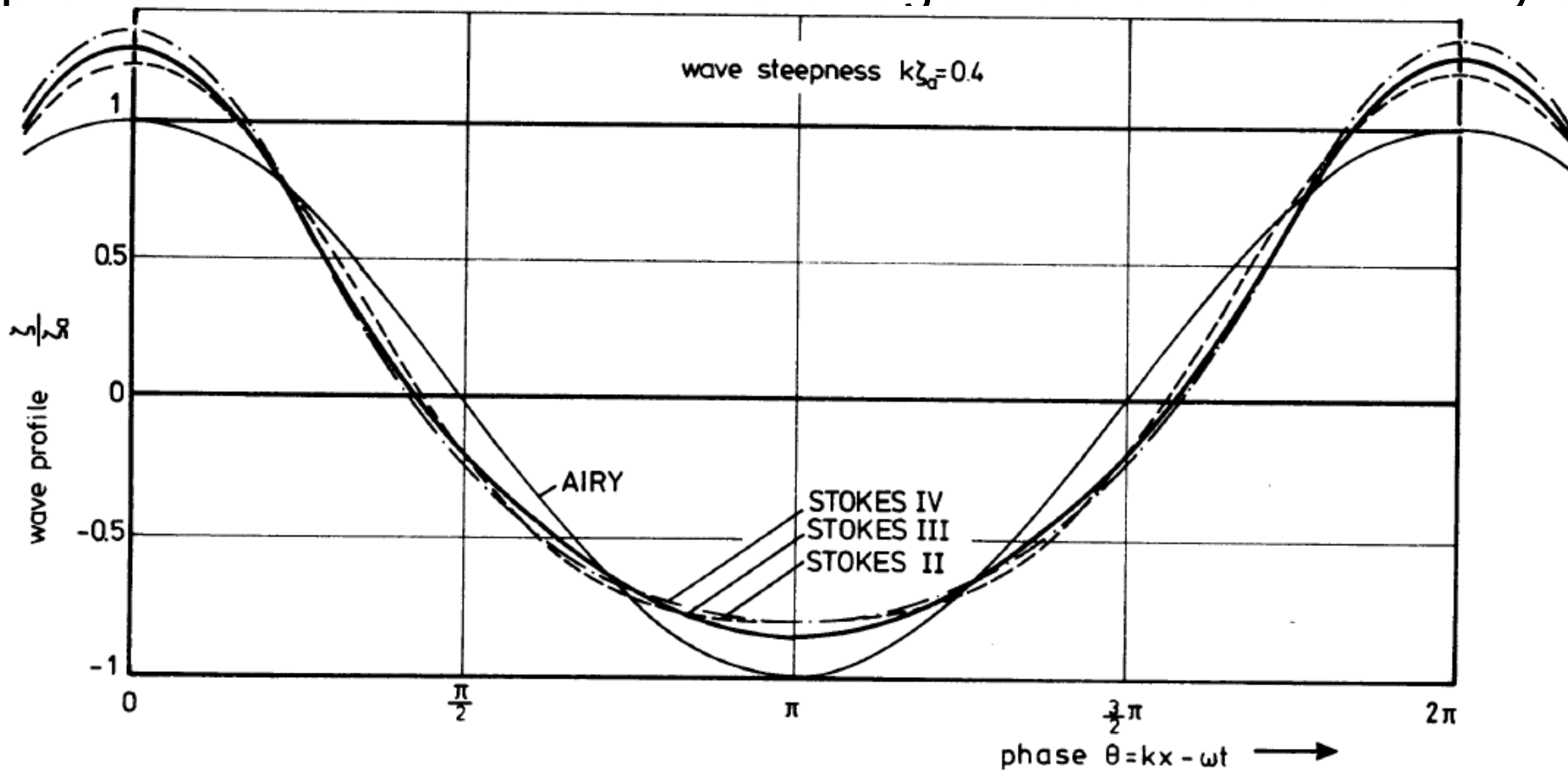
Przybliżenie to jest dokładne dla małych stosunków wysokości fali do głębokości wody (dla fal na płytkiej wodzie) i wysokości fali do długości fali (dla fal na głębokiej wodzie). [źródło: en.wikipedia.org]



Rys. Granica stosowania teorii falowania Airy'ego i innych modeli falowych.

Falowanie morza

Wprowadzenie do falowania morskiego. Teoria falowania Airy'ego



Rys. Porównanie kształtu profilu fali w zależności od zastosowanej teorii falowania: Airy, Stokes II, III i IV [G.Clauss, E.Lehmann, C.Östergaard „Offshore Structures” vol. 1]

Falowanie morza

Wprowadzenie do falowania morskiego. Teoria falowania Airy'ego

Teoria falowania Airy'ego jest liniową teorią rozchodzenia się fal grawitacyjnych na powierzchni swobodnej cieczy jednorodnej dla poziomego dna akwenu. Poziom swobodnej powierzchni $\zeta(x,t)$ jednej składowej fali jest sinusoidą zależną od położenia poziomego x i czasu t :

$$\zeta(x, t) = \zeta_A \cos(kx - \omega t)$$

gdzie:

- ζ_A jest amplitudą fali w [m],
- k jest liczbą falową w [rad/m], związaną z długością fali λ wzorem:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

- ω jest częstością kątową w [rad/s] związaną z okresem T i częstością f przez:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

Fale rozchodzą się po powierzchni wody z prędkością fazową c :

$$c = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T}$$

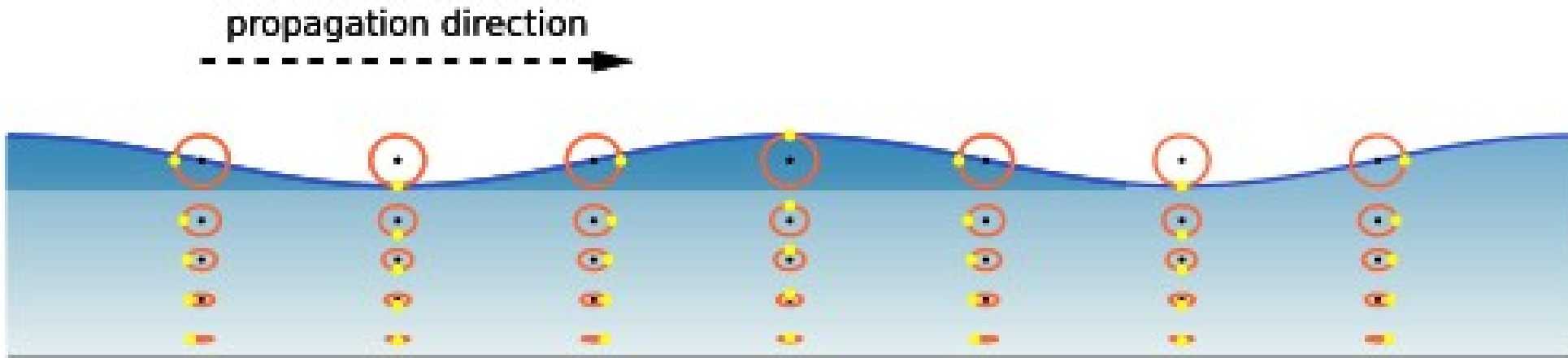
Liczba falowa k i częstość kołowa ω nie są niezależnymi parametrami (a zatem również długość fali λ i okres T nie są niezależne), ale są sprzężone.

Powierzchniowe fale grawitacyjne w płynie to fale dyspersyjne - wykazujące dyspersję częstotliwości - co oznacza, że każdej liczbie falowej odpowiada określona częstość kołowa i prędkość fazowa.

Falowanie morza

Wprowadzenie do falowania morskiego. Teoria falowania Airy'ego

Podczas gdy kształt swobodnej powierzchni wskazuje propagację (rozchodzenie się) fali, cząsteczki płynu poruszają się po orbitach. W ramach teorii Airy'ego orbity są zamkniętymi krzywymi: okręgami w akwenach głębokich i elipsami na skończonej głębokości, które stają się bardziej płaskie w pobliżu dna.



Falowanie morza

Wprowadzenie do falowania morskiego. Teoria falowania Airy'ego

Sformułowanie problemu przepływu [1/2]

Gdy założymy, że przepływ jest nieściśliwy i bezwirowy, to będziemy mogli zastosować teorię przepływu potencjalnego.

Potencjał prędkości $\Phi(x,z,t)$ jest powiązany ze składowymi prędkości przepływu u i w w kierunku poziomym x i pionowym z :

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x}; \quad w = \frac{\partial \Phi}{\partial z}$$

Pole prędkości musi spełniać równanie ciągłości, które dla pola potencjalnego w przepływie nieściśliwym ma formę równania Laplace'a

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0$$

Aby domknąć układ równań, potrzebne są warunki brzegowe na dnie i na swobodnej powierzchni.

Nieprzepuszczalność podłoża prowadzi do kinematycznego warunku brzegowego

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0; \quad \text{dla } z = -d,$$

lub, w przypadku wody głębokiej, powyższy w.b. musi być spełniony przy: $z \rightarrow -\infty$

Falowanie morza

Wprowadzenie do falowania morskiego. Teoria falowania Airy'ego

Sformułowanie problemu przepływu [2/2]

Pionowa składowa prędkości cząstek cieczy na swobodnej powierzchni musi być równa pionowej składowej prędkości swobodnej powierzchni:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial z}; \text{ at } z = \zeta(x, t)$$

Wysokość powierzchni ζ jest dodatkową niewiadomą, dla której jest potrzebny dodatkowy w.b. Zapewnia to równanie Bernoullego dla niestacjonarnego przepływu potencjalnego. Zakłada się, że ciśnienie nad swobodną powierzchnią jest stałe (i równe zero).

Po linearyzacji otrzymamy następujący w.b. na swobodnej powierzchni:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + g\zeta = 0; \text{ at } z = \zeta(x, t).$$

Uwaga: Po linearyzacji zarówno dla warunku kinematycznego jak i dynamicznego na swobodnej powierzchni przyjmuje się wartości ϕ i $\partial\phi/\partial z$ na stałym poziomie średnim $z = 0$.

Falowanie morza

Wprowadzenie do falowania morskiego. Teoria falowania Airy'ego

Rozwiązanie dla progresywnej fali regularnej (monochromatycznej). Ale ζ i ϕ muszą również spełniać dynamiczny warunek brzegowy, co skutkuje nietrywialnymi (niezerowymi) wartościami amplitudy fali ζ_A tylko wtedy, gdy jest spełniona liniowa **zależność dyspersji**:

Dla fali progresywnej o pojedynczej częstotliwości - **fali regularnej** – równanie odkształcenia powierzchni ma postać:

$$\zeta(x, t) = \zeta_A \cos(kx - \omega t)$$

Powiązany potencjał prędkości, spełniający równanie Laplace'a w obszarze przepływu, a także kinematyczne warunki brzegowe na swobodnej powierzchni i dnie akwenu, to:

$$\phi = \frac{\omega \zeta_A}{k} \frac{\cosh(k(z+d))}{\cosh(kd)} \cos(kx - \omega t)$$

$$\omega^2 = gk \tanh(kd)$$

Zatem częstość kątowna ω i liczba falowa k - lub równoważnie okres T i długość fali λ - nie mogą być wybrane niezależnie, gdyż są ze sobą powiązane. Gdy ω i k spełniają zależność dyspersji, amplitudę fali ζ_A można wybrać dowolnie (ale wystarczająco małą dla teorii fal Airy'ego).

Falowanie morza

Wprowadzenie do falowania morskiego. Teoria falowania Airy'ego

Dyspersja fali - zależność prędkości fazowej i grupowej fali od jej częstotliwości.

Dyspersję fali oraz zjawiska z niej wynikające obserwuje się w ośrodku, którego właściwości zależą od częstotliwości (długości fali). Jeżeli prędkość fazowa i grupowa fali nie zależy od jej częstotliwości, o takiej fali mówi się, że nie ulega dyspersji, a ośrodek nazywany jest niedyspersyjnym.

W wyniku rozchodzenia się fal w ośrodku dyspersyjnym fale o różnej częstotliwości rozchodzą się z różną prędkością; oznacza to, że prędkość rozchodzenia się odpowiedniego sygnału, zwana prędkością grupową, jest inna niż prędkość rozchodzenia się fazy fali (prędkość fazowa) i także zależy od częstotliwości.

Dyspersja jest zjawiskiem powszechnym: ulegają jej prawie wszystkie rodzaje fal w bardzo wielu ośrodkach.

Falowanie morza

Wprowadzenie do falowania morskiego. Teoria falowania Airy'ego

Rozwiązanie dla progresywnej fali regularnej (monochromatycznej). Kierunek propagacji fali.

W bardziej ogólnej sytuacji fale mogą rozchodzić się w dowolnym kierunku poziomym, w płaszczyźnie $\mathbf{x}=[x,y]$. Wektor liczby falowej $\mathbf{k}=k\mathbf{e}_w$ jest prostopadły do linii grzbietów fal:

$\zeta(x, t) = \zeta_A \cos(\theta(\mathbf{x}, t))$, gdzie:

$$\theta(\mathbf{x}, t) = \mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t$$

Wersor \mathbf{e}_w wskazuje kierunek propagacji fali:

$$\mathbf{e}_w = [\cos \beta, \sin \beta]$$

Gdzie β jest kątem pomiędzy osią Ox a kierunkiem propagacji (określonym wektorem \mathbf{e}_w). **Rysunek.**

Jeśli wyrażenia $\mathbf{e}_w = [\cos \beta, \sin \beta]$ oraz $\mathbf{x}=[x,y]$ podstawimy do wzoru na θ , to otrzymamy praktyczny wzór:

$$\theta(x, y, t) = k(x \cos \beta + y \sin \beta) - \omega t$$

Wtedy kształt swobodnej powierzchni opisany będzie wzorem:

$$\zeta(x, y, t) = \zeta_A \cos \theta(x, y, t)$$

Falowanie morza

Wprowadzenie do falowania morskiego. Teoria falowania Airy'ego

Rozwiązanie dla progresywnej fali regularnej (monochromatycznej).

Można podzielić akweny ze względu na głębokość wody na trzy grupy:

akweny głębokie - dla głębokości wody większej niż połowa długości fali, $d > \frac{1}{2} \lambda$, prędkość fazowa fal w niewielkim stopniu zależy od głębokości akwenu (dotyczy to większości fal wiatrowych na powierzchni morza i oceanu). Długość fali jest funkcją jej częstości

akweny płytkie - dla głębokości wody mniejszej niż długość fali podzielona przez 20, $d < \frac{1}{20} \lambda$, prędkość fazowa fal jest zależna tylko od głębokości wody i nie jest już funkcją okresu czy długości fali,

akweny o głębokości pośredniej - wszystkie inne przypadki, $\frac{1}{20} \lambda < d < \frac{1}{2} \lambda$, gdzie zarówno głębokość wody, jak i okres (lub długość fali) mają istotny wpływ na rozwiązanie teorii fal Airy'ego.

Falowanie morza

Wprowadzenie do falowania morskiego. Teoria falowania Airy'ego

Rozwiązanie dla progresywnej fali regularnej (monochromatycznej).

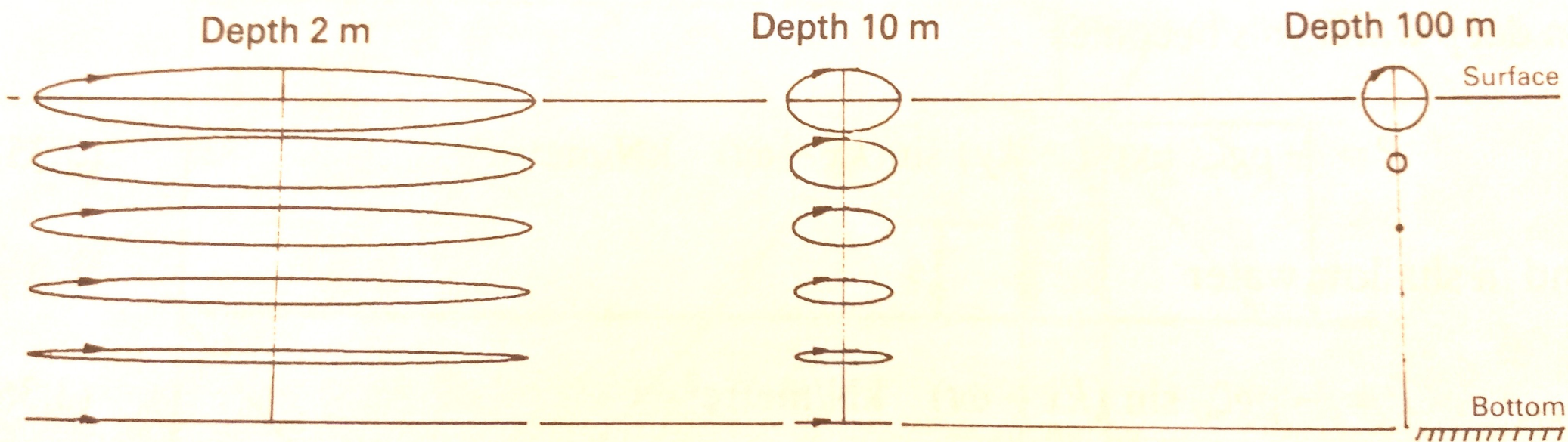
Komentarz: W ograniczonych przypadkach głębokich i płytkich wód można dokonać uproszczonych przybliżeń rozwiązania. Podczas gdy w przypadku głębokości pośrednich należy stosować pełne formuły.

Falowanie morza

Wprowadzenie do falowania morskiego. Teoria falowania Airy'ego

Trajektorie ruchu cząstek w zależności od głębokości akwenu

[A.R.J.M. Lloyd "Sekeeping"]



Falowanie morza

Wprowadzenie do falowania morskiego. Teoria falowania Airy'ego

Właściwości fal grawitacyjnych na powierzchni wód głębokich i na głębokości pośredniej według teorii fal Airy'ego:

wielkość	symbol	jednostki	woda głęboka	Woda o "średniej" głębokości
Wysokość powierzchni	$\zeta(x, t)$	[m]		$\zeta_A \cos \theta(x, t)$
Faza fali	$\theta(x, t)$	[rad]		$\theta(x, t) = kx - \omega t$
Kierunek propagacji fali	\mathbf{e}_w	[-]		[1,0]
Prędkość fazowa	c	[m/s]		$\sqrt{\frac{g}{k} \tanh(kd)}$

Falowanie morza

Wprowadzenie do falowania morskiego. Teoria falowania Airy'ego

Właściwości fal grawitacyjnych na powierzchni wód głębokich i na głębokości pośredniej według teorii fal Airy'ego:

wielkość	symbol	jednostki	woda głęboka	Woda o "średniej" głębokości
Składowa pozioma prędkości	$u(x, z, t)$	[m/s]	$\omega \zeta_A e^{kz} \cos \theta$	$\omega \zeta_A \frac{\cosh(k(z+d))}{\sinh(kd)} \cos \theta$
Składowa pionowa prędkości	$w(x, z, t)$	[m/s]	$\omega \zeta_A e^{kz} \sin \theta$	$\omega \zeta_A \frac{\sinh(k(z+d))}{\sinh(kd)} \sin \theta$
Poziome przemieszczenie cząstki	$\xi_x(x, z, t)$	[m]	$-\zeta_A e^{kz} \cos \theta$	$-\zeta_A \frac{\cosh(k(z+d))}{\sinh(kd)} \sin \theta$
Pionowe przemieszczenie cząstki	$\xi_z(x, z, t)$	[m]	$\zeta_A e^{kz} \sin \theta$	$\zeta_A \frac{\sinh(k(z+d))}{\sinh(kd)} \cos \theta$

Falowanie morza

Wprowadzenie do falowania morskiego. Teoria falowania Airy'ego

Właściwości fal grawitacyjnych na powierzchni wód głębokich i na głębokości pośredniej według teorii fal Airy'ego:

wielkość	symbol	jednostka	woda głęboka	Woda o "średniej" głębokości
Przyspieszenie poziome	$a_x(x, z, t)$	[m/s ²]	$\omega^2 \zeta_A e^{kz} \sin \theta$	$\omega^2 \zeta_A \frac{\cosh(k(z+d))}{\sinh(kd)} \sin \theta$
Przyspieszenie pionowe	$a_z(x, z, t)$	[m/s ²]	$-\omega^2 \zeta_A e^{kz} \cos \theta$	$-\omega^2 \zeta_A \frac{\sinh(k(z+d))}{\sinh(kd)} \cos \theta$
Ciśnienie dynamiczne	$p(x, z, t)$	[N/m ²]	$\rho g \zeta_A e^{kz} \cos \theta$	$\rho g \zeta_A \frac{\cosh(k(z+d))}{\cosh(kd)} \cos \theta$

Uwaga: Ciśnienie całkowite pod powierzchnią wody uzyskamy poprzez dodanie do ciśnienia dynamicznego członu ciśnienia hydrostatycznego $-\rho g z$

Falowanie morza

Wprowadzenie do falowania morskiego. Teoria falowania Airy'ego

Właściwości fal grawitacyjnych na powierzchni wód głębokich i na głębokości pośredniej według teorii fal Airy'ego:

W przypadku, gdy wektor określający kierunek rozchodzenia się fali \mathbf{e}_w nie jest równoległy do osi Ox (i tworzy z tą osią kąt β) wyrażenia na poziomą składową prędkości należy zmodyfikować i zapisać w postaci wektora 2D $[u, v]$

$$[u, v] = \mathbf{e}_w \omega \zeta_A \frac{\cosh(k(z+d))}{\sinh(kd)} \cos \theta(x, y, t)$$

W podobny sposób uzyskamy poziome składowe przyspieszenia:

$$[a_x, a_y] = \mathbf{e}_w \omega^2 \zeta_A \frac{\cosh(k(z+d))}{\sinh(kd)} \sin \theta(x, y, t)$$

gdzie:

$$\mathbf{e}_w = [\cos \beta, \sin \beta]$$

$$\theta(x, y, t) = k(x \cos \beta + y \sin \beta) - \omega t$$

Falowanie morza

Wprowadzenie do falowania morskiego. Teoria falowania Airy'ego

Relacje wynikające ze związku dyspersyjnego (wzoru dyspersyjnego)

Związek dyspersyjny daje zależność między okresem fali T a długością fali λ . Dla fal liniowych na skończonej głębokości wody d :

$$T = \left[\frac{g}{2\pi\lambda} \tanh\left(\frac{2\pi d}{\lambda}\right) \right]^{-1/2}$$

Podobnie możemy zapisać zależność dyspersyjną pomiędzy częstością kątową $\omega=2\pi/T$ i a liczbą falową $k=2\pi/\lambda$:

$$\omega = \sqrt{gk \tanh(kd)}$$

Z powyższych zależności widać, że ze względu na nieliniowości, proste wyprowadzenie wzoru na długość fali λ (czy liczbę k nie jest możliwe).

W przepisach [DNV-RP-c205] można znaleźć wzory przybliżone pozwalające określić długość fali za pomocą okresu T oraz głębokości d :

$$\lambda = T (gd)^{1/2} \left(\frac{f(\tilde{\omega})}{1 + \tilde{\omega} f(\tilde{\omega})} \right)^{1/2}$$

gdzie: $f(\tilde{\omega}) = 1 + \sum_{n=1}^4 \alpha_n \tilde{\omega}^n$,

$$\tilde{\omega} = (4\pi^2 d) / (g T^2)$$

oraz:

$$\alpha_1=0.666, \alpha_2=0.445, \alpha_3=-0.105, \alpha_4=0.272.$$

Falowanie morza

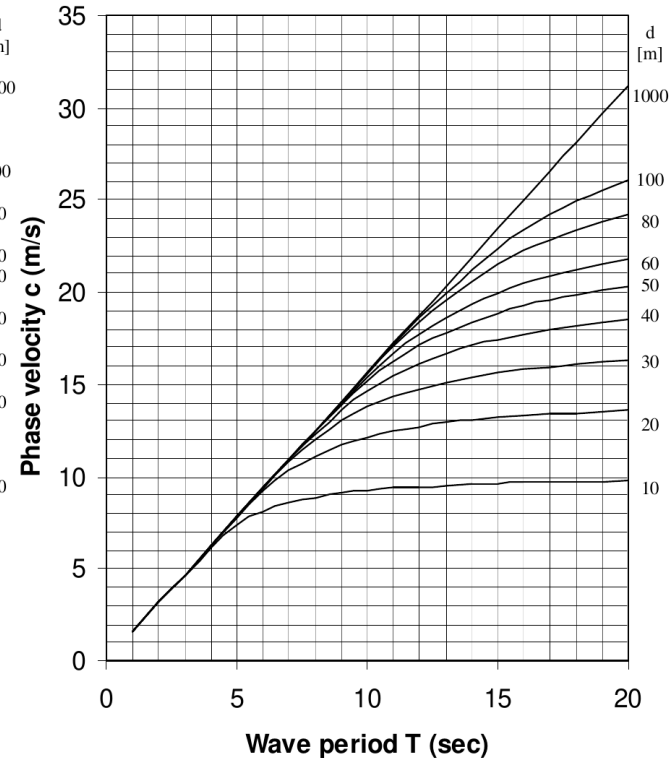
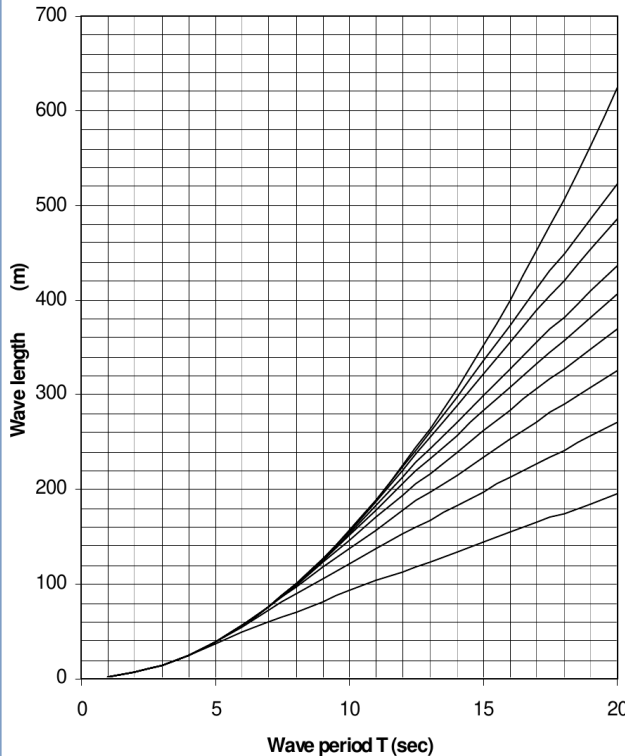
Wprowadzenie do falowania morskiego. Teoria falowania Airy'ego

Relacje wynikające ze związku dyspersyjnego (wzoru dyspersyjnego)

Związek dyspersyjny można również doprowadzić do relacji wyrażającej prędkość fazową fali:

$$c = \sqrt{\frac{g \lambda}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi d}{\lambda}\right)}$$

Wykresy funkcji $\lambda = \lambda(T, d)$ oraz $c = c(T, d)$ pokazano obok.



Falowanie morza

Falowanie morskie – model krótkoterminowy

Rozprzestrzenianie się fal oceanicznych. Wyjątkową widoczną cechą fal na otwartym oceanie jest ich nieregularność. Badanie zapisów fal potwierdza tę nieregularność morza, zarówno w czasie, jak i przestrzeni. Jednak równie ważny jest fakt, że na dość rozległym obszarze i często przez okres pół godziny lub dłużej morze może zachowywać charakterystyczny wygląd, ponieważ analizy rekordów wskazują, że jest prawie stabilne lub stacjonarne. Dlatego w przypadku większości problemów zachowania statków i konstrukcji pływających na morzu można skupić się na matematycznym opisanu fal powierzchniowych jako procesu losowego lub stochastycznego w krótkoterminowych, statystycznie stacjonarnych warunkach.

Zakłada się, że układ fal w sąsiedztwie określonego miejsca i czasu jest sumą wielu regularnych fal, z których każda przebiega we własnym kierunku i prędkości.

Dla uproszczenia (przeważnie) zakładamy jednak, że kierunek propagacji jest taki sam dla każdej z fal. Zakłada się wtedy, że cały układ falowy jest sumą wielu (teoretycznie nieskończonej liczby) niezależnych składników [*Principles...* vol. 3]:

$$\zeta(x, t) = \sum_i \zeta_{A,i} \cos(k_i x - \omega_i t + \epsilon_i)$$

Gdzie $\zeta_{A,i}$ jest amplitudą składową odpowiadającą częstotliwości fali ω_i , liczbie falowej k_i i ϵ_i losowemu kątowi fazowemu, x – współrzędna na osi poziomej zgodnej z kierunkiem fali.

Falowanie morza

Falowanie morskie – model krótkoterminowy

(energy spread visualized by wave crest formation)

[G.Clauss, E.Lehmann,
C.Ostergaard: Offshore
structures vol II]

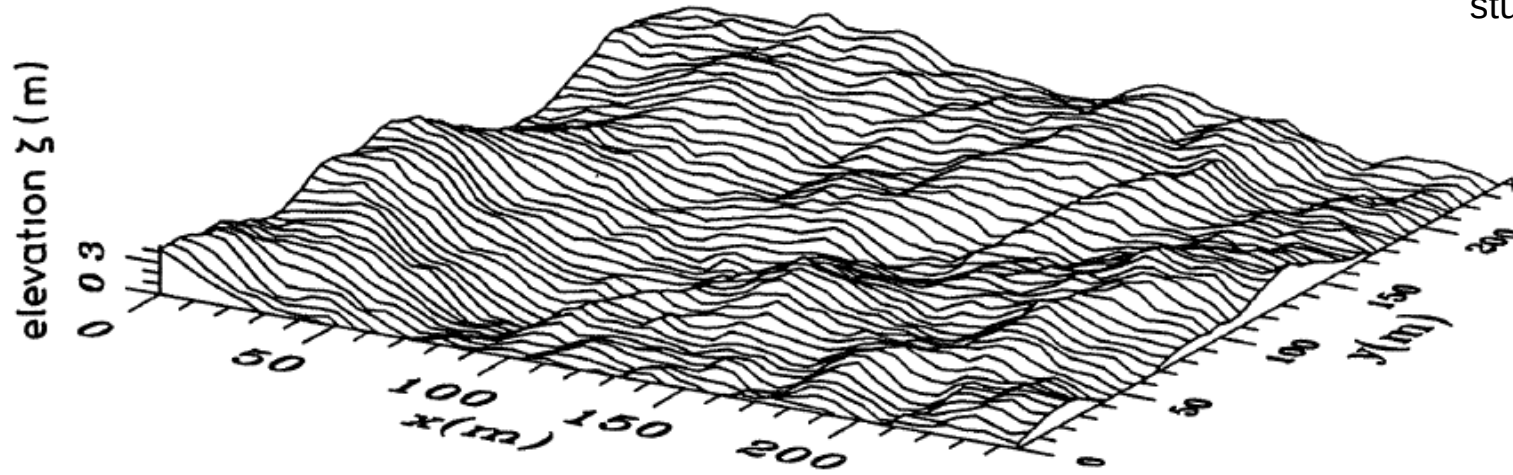
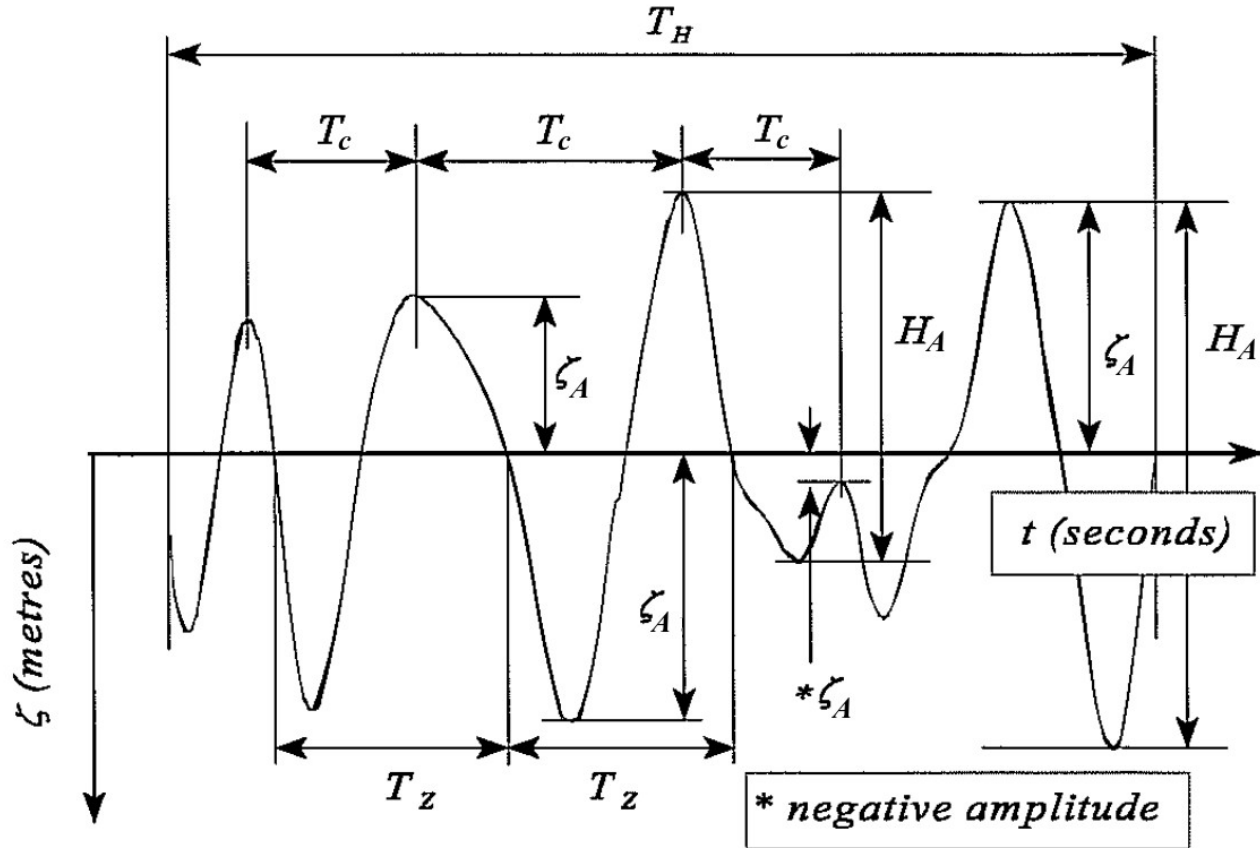


Fig. Natural seaway representation by the superposition model (with a \cos^2 -spreading function).

Falowanie morza

Falowanie morskie – model krótkoterminowy

Analiza zapisu fali morskiej



T_H [s] – długość zapisu (rekordu)
 ζ_A [m] – amplituda fali,
 T_c [s] – okres(y) kolejnych grzbietów [crest period] (oznaczany również T_2 , T_p)
 T_z [s] – okres(y) miejsc zerowych (oznaczany również T_0),
 H_A [m] – wysokość fali.

Z wyżej wymienionymi wielkościami związane są ich wartości średnie:
 $\bar{\zeta}_A$, \bar{T}_c , \bar{T}_z , \bar{H}_A

Falowanie morza

Falowanie morskie – model krótkoterminowy

Składowe fali są definiowane za pomocą funkcji znanej jako **funkcja gęstości widmowej energii falowania** $S_{\zeta}(\omega)$ (lub w skrócie *widmo falowania*) [*Principles of naval architecture*, v.3]

Przy dowolnej określonej częstotliwości fali ω_i wariancja wszystkich składowych fali w małym, skończonym paśmie częstotliwości, $\delta\omega$, wyśrodkowana na ω_i , jest wyrażona wzorem:

$$\langle \zeta_i(t)^2 \rangle \equiv S_{\zeta}(\omega_i) \delta\omega, \text{ gdzie: } \zeta_i(t) = \zeta_{a,i} \cos(k_i x - \omega_i t + \epsilon_i), \text{ dla danego } x.$$

Ogólnie, wariancja funkcji ciągłej z zerową średnią wynosi:

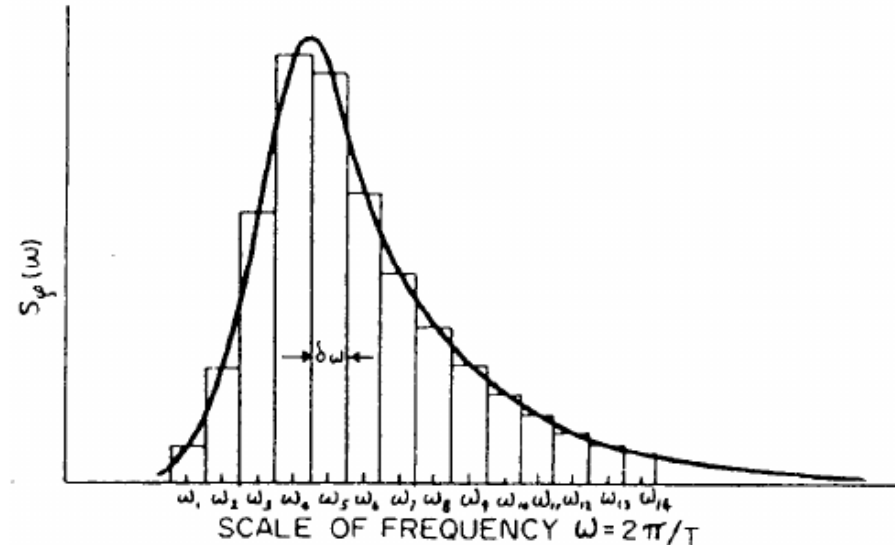
$$\langle \zeta(t)^2 \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \zeta^2(t) dt$$

Można udowodnić, że dla prostej fali regularnej:

$$\langle \zeta_i(t)^2 \rangle = \frac{1}{2} \zeta_{a,i}^2, \text{ skąd: } \frac{1}{2} \zeta_{a,i}^2 = S_{\zeta}(\omega_i) \delta\omega,$$

wtedy amplituda składowej wynosi:

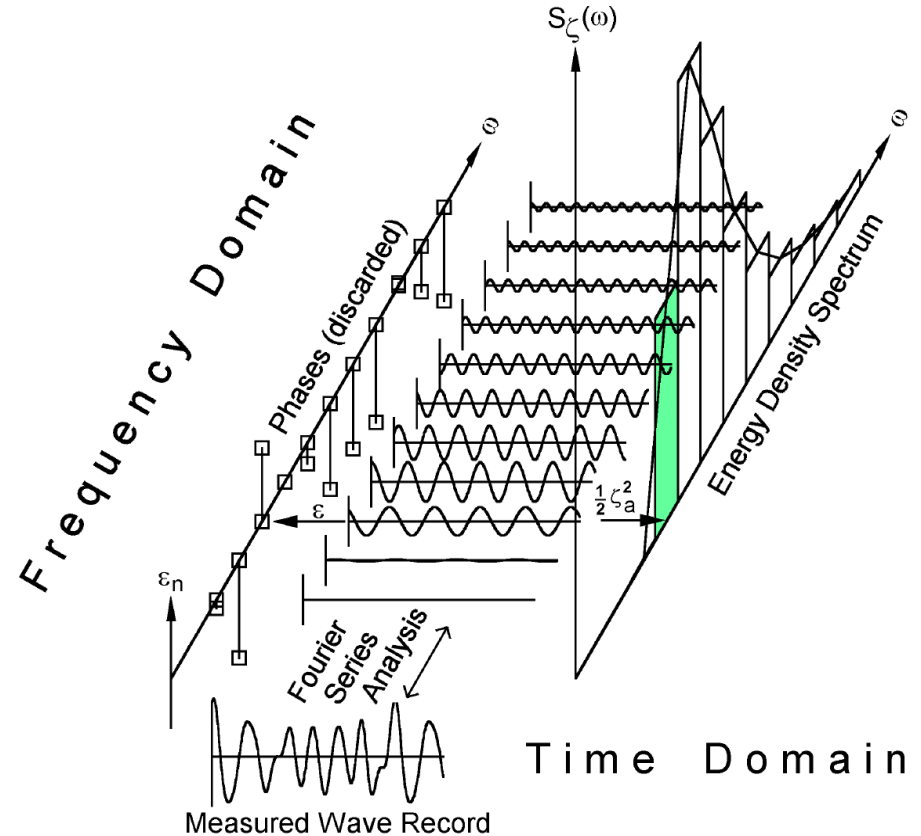
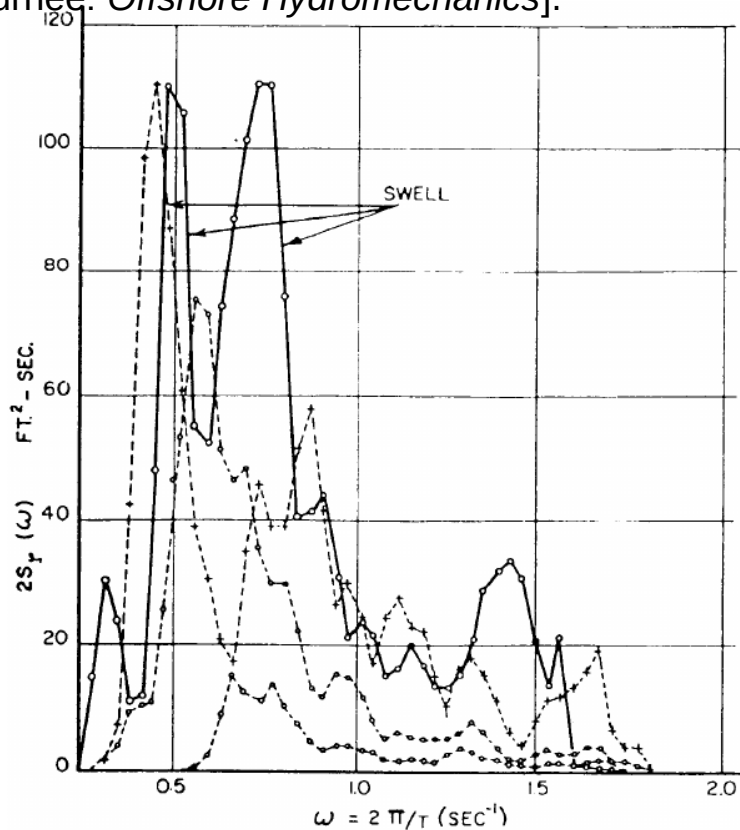
$$\zeta_{a,i} = \sqrt{2 S_{\zeta}(\omega_i) \delta\omega}$$



Falowanie morza

Falowanie morskie – model krótkoterminowy

Przykłady zmierzonych typowych widm falowania morskiego przedstawiono poniżej (po lewej) [Principles of naval architecture , v.3]., podczas gdy schemat analizy zapisu fal jest po prawej stronie [Journee: Offshore Hydromechanics].



Falowanie morza

Falowanie morskie – model krótkoterminowy

Ważniejsza od amplitud składowych jest całkowita wariancja układu fal E , która jest dobrą miarą stanu (wzburzenia) morza:

$$E \equiv \langle \zeta(t)^2 \rangle = \sum_i \langle \zeta_i(t)^2 \rangle = \int_0^{\infty} S_{\zeta}(\omega) d\omega$$

Całkowita wariancja układu fal E , może posłużyć do określania wielkości statystycznych charakteryzujących wysokość fali dla określonego stanu morza.

Ogólnie, w celu uzyskania parametrów statystycznych określonego falowania nieregularnego wyznacza się odpowiednie momenty widma falowania.

Falowanie morza

Falowanie morskie – model krótkoterminowy

Wyznaczanie momentów widma

Moment n-tego rzędu widma falowania oblicza się ze wzoru:

$$m_{n,\xi} = \int_0^{\infty} \omega^n S_{\xi}(\omega) d\omega$$

Uwaga: należy zwrócić uwagę, że choć (z definicji) granice całkowania są od zera do nieskończoności, w rzeczywistości całkowanie w skończonym przedziale od ω_{min} do ω_{max} , w którym $S_{\xi}(\omega) > 0$.

Stąd, dla $n=0,1,2,4$ otrzymamy odpowiednio:

$$m_{0,\xi} = \int_0^{\infty} S_{\xi}(\omega) d\omega$$

$$m_{2,\xi} = \int_0^{\infty} \omega^2 S_{\xi}(\omega) d\omega$$

$$m_{1,\xi} = \int_0^{\infty} \omega S_{\xi}(\omega) d\omega$$

$$m_{4,\xi} = \int_0^{\infty} \omega^4 S_{\xi}(\omega) d\omega$$

Falowanie morza

Falowanie morskie – model krótkoterminowy

Wyznaczanie amplitudy średniej $\zeta_{a,1/1}$, amplitudy znaczącej $\zeta_{a,1/3}$ oraz amplitudy $\zeta_{a,1/10}$ falowania

- **amplituda średnia:** $\zeta_{a,1/1} = 1.25 \sqrt{m_{0,\xi}}$,
- **amplituda znacząca:** $\zeta_{a,1/3} = 2.00 \sqrt{m_{0,\xi}}$, jest to średnia z 1/3 najwyższych amplitud,
- **amplituda 1/10:** $\zeta_{a,1/10} = 2.55 \sqrt{m_{0,\xi}}$, jest to średnia z 1/10 najwyższych amplitud.
- **amplituda 1/100:** $\zeta_{a,1/100} = 3.25 \sqrt{m_{0,\xi}}$, jest to średnia z 1/100 najwyższych amplitud.
- **amplituda 1/1000:** $\zeta_{a,1/1000} = 3.85 \sqrt{m_{0,\xi}}$, jest to średnia z 1/1000 najwyższych amplitud.

Falowanie morza

Falowanie morskie – model krótkoterminowy

Jednak w przypadku pobrania dużej liczby próbek o podanej wielkości można oczekiwać, że 5 procent z nich będzie miało maksymalne wysokości, jak następuje:

- **amplituda 1/100:** $\xi_{a,1/100} = 3.8 \sqrt{m_{0,\xi}}$
- **amplituda 1/1000:** $\xi_{a,1/1000} = 4.45 \sqrt{m_{0,\xi}}$

Falowanie morza

Falowanie morskie – model krótkoterminowy

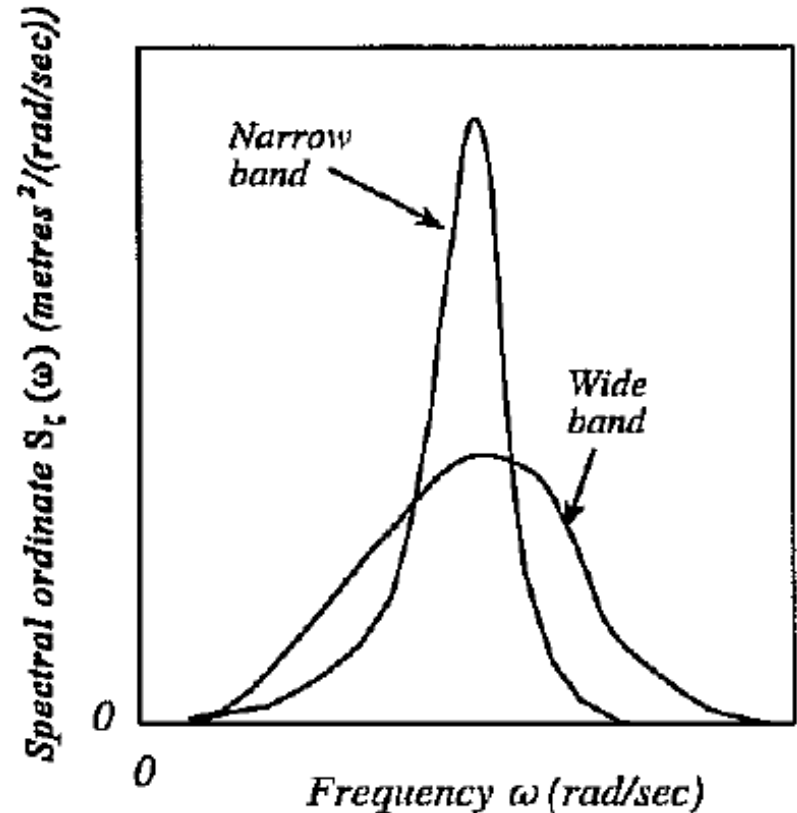
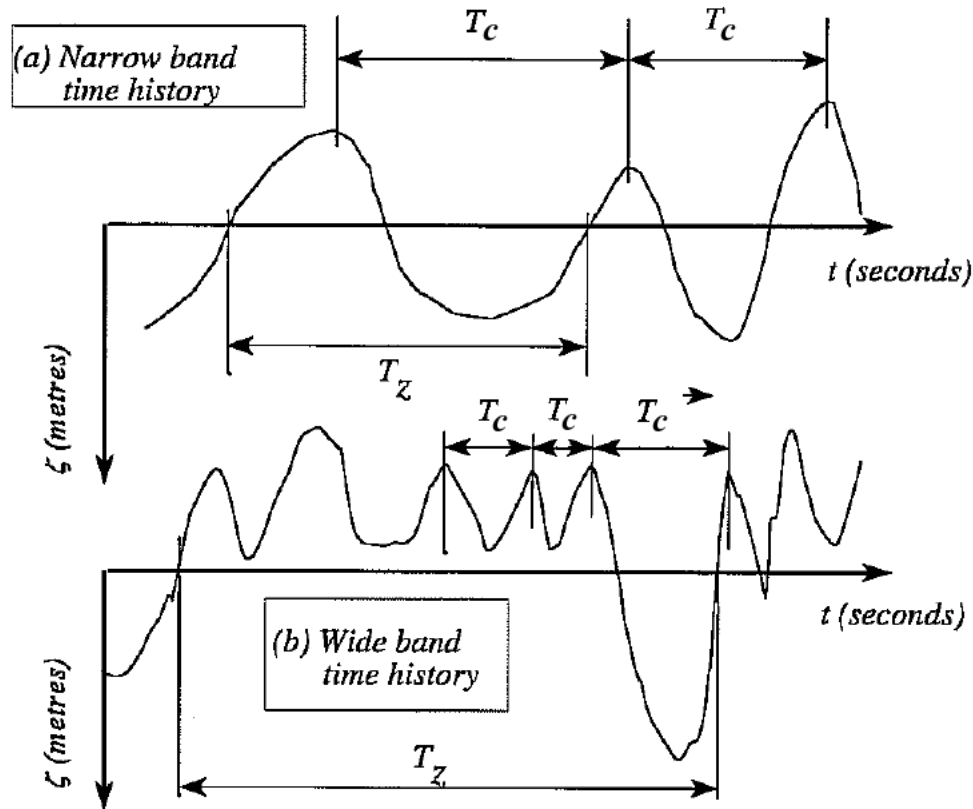
Wyznaczanie okresów procesu losowego falowania

- **(średni) okres miejsc zerowych fali:** $T_0 = 2 \pi \sqrt{\frac{m_{0,\xi}}{m_{2,\xi}}}$, oznaczany również jako \bar{T}_z
- **okres kolejnych ekstremów fali:** $T_2 = 2 \pi \sqrt{\frac{m_{2,\xi}}{m_{4,\xi}}}$, zwany okresem grzbietów \bar{T}_c lub okresem piku \bar{T}_p
- **okres charakterystyczny fali:** $T_1 = 2 \pi \frac{m_{0,\xi}}{m_{1,\xi}}$

Falowanie morza

Falowanie morskie – model krótkoterminowy

Widmo wąsko- i szerokopasmowe



Falowanie morza

Falowanie morskie – model krótkoterminowy

Widmo wąsko- i szerokopasmowe. Parametr szerokości pasma

Parametrem pozwalającym określić czy dane widmo jest wąsko-, czy szerokopasmowe jest *parametr szerokości pasma*, definiowany jako:

$$\epsilon = \sqrt{1 - \frac{T_c}{T_z}} = \sqrt{1 - \frac{m_2^2}{m_0 m_4}},$$

gdzie T_c , T_z to odpowiednio (średni) okres grzbietów oraz (średni) okres miejsc zerowych.

Wielkości m_0 , m_2 , m_4 to momenty widma odpowiednio zerowego, drugiego i czwartego rzędu.

Parametr szerokości pasma ϵ przyjmuje wartości z przedziału od 0 do 1.

Gdy $\epsilon=0$ mamy do czynienia z widmem skrajnie wąskopasmowym, wtedy:

$$T_c \approx T_z,$$

natomiast gdy $\epsilon=1$ widmo jest szerokopasmowe co oznacza, że

$$T_c \rightarrow 0$$

Zwyczajowo zakładamy, że widma związane z falowaniem oraz ruchem statku (obiektu) na fali, są widmami wąskopasmowymi, czyli $\epsilon=0$.

W rzeczywistości parametr szerokości widma wynosi około $\epsilon=0.5$

Falowanie morza

Falowanie morskie – model krótkoterminowy

Widmo wąsko- i szerokopasmowe. Parametr szerokości pasma

Można wykazać [Longuet-Higgins (1956)], że wartość wysokości znaczącej fali jest również zależna od szerokości pasma widma, co opisuje równanie:

$$H_{1/3} = 4.00 \sqrt{m_{0,\xi}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\epsilon^2}{2}},$$

lub w przypadku amplitudy znaczącej:

$$\xi_{a,1/3} = 2.00 \sqrt{m_{0,\xi}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\epsilon^2}{2}}$$

Przy założeniu, że widmo jest wąskopasmowe $\epsilon=0$, otrzymamy odpowiednio:

$$H_{1/3} = 4.00 \sqrt{m_{0,\xi}},$$

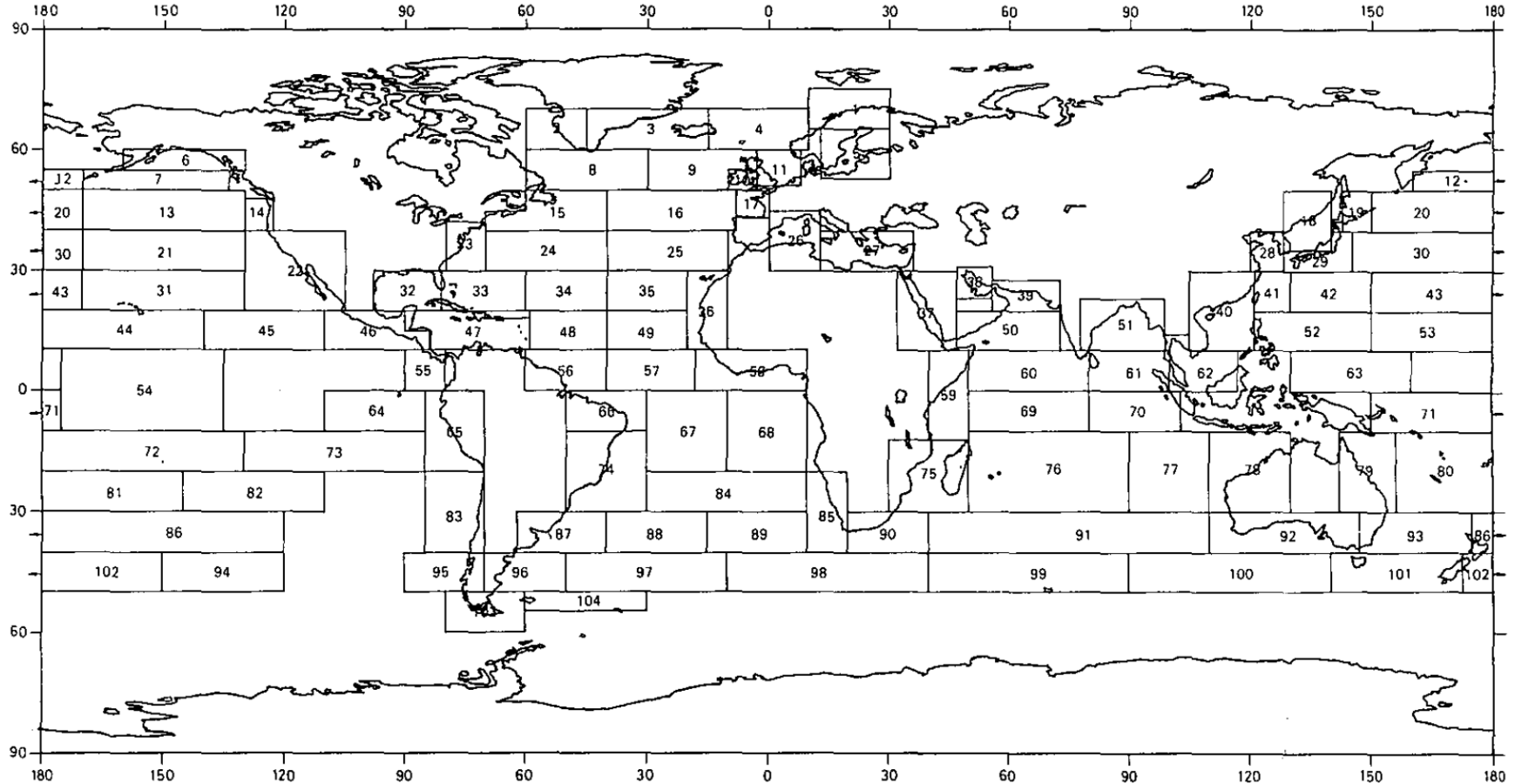
$$\xi_{a,1/3} = 2.00 \sqrt{m_{0,\xi}}.$$

Powyższe wzory odpowiadają już wcześniej omówionym relacjom.

Pytanie: jaką postać będą miały powyższe wzory, jeśli założymy, że widmo jest szerokopasmowe, $\epsilon=1$?

Falowanie morza

Statystyki falowania morskiego



Rys. Podział na obszary morskie wg Hogbena, Dacunha'a i Ollivera (1986)

Falowanie morza

Statystyki falowania morskiego

ALL DIRECTIONS

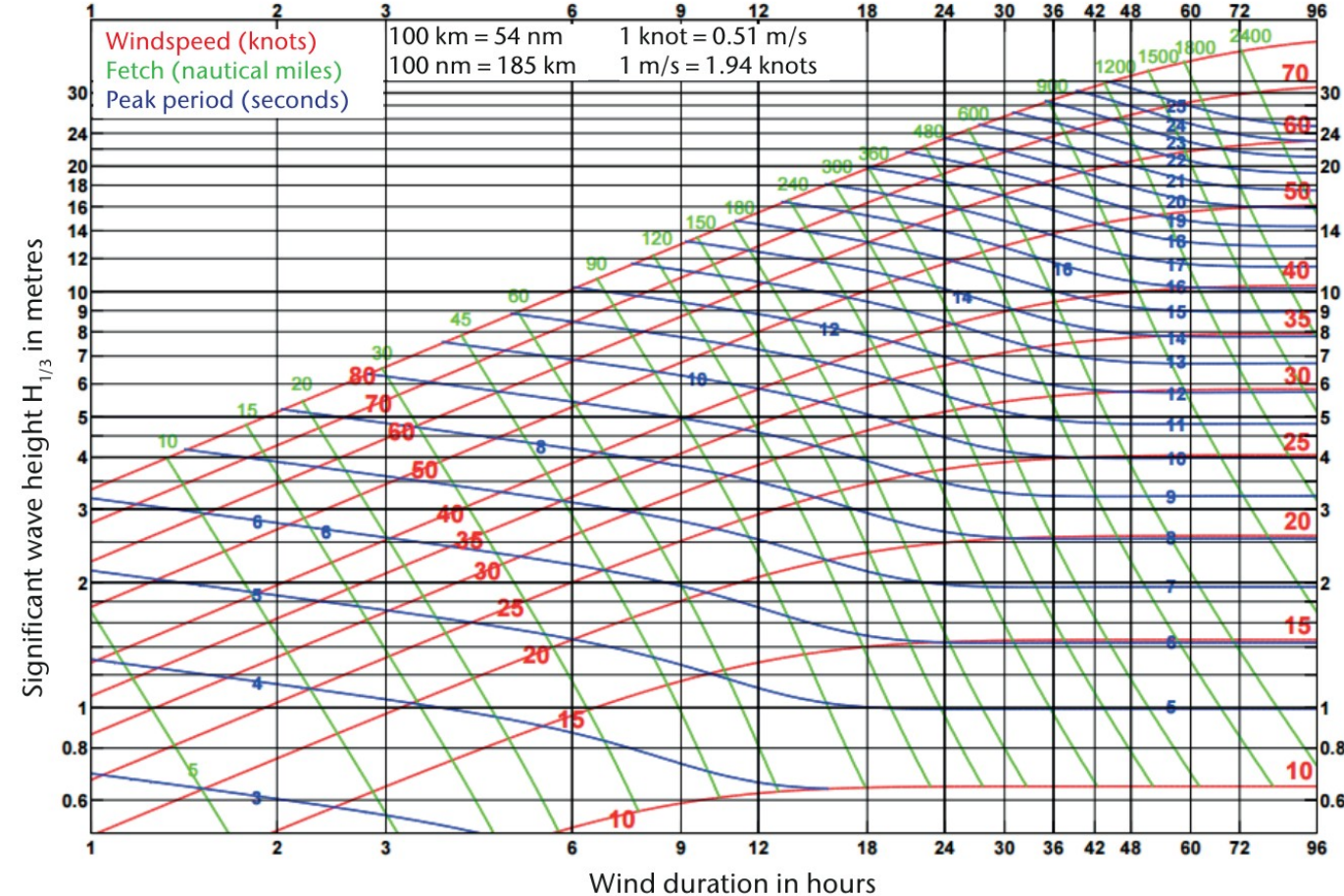
PERCENTAGE OF OBS = 100.00%
(INCLUDING 1.09% DIRECTION UNKNOWN)

TOTAL	-	-	5	44	159	277	285	158	65	20	6	1000
SIGNIFICANT WAVE HEIGHT (m)	>14	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2
	13-14	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
	12-13	-	-	-	-	-	-	1	1	-	-	2
	11-12	-	-	-	-	-	1	1	1	1	-	4
	10-11	-	-	-	-	-	1	2	2	1	-	7
	9-10	-	-	-	-	1	3	4	3	1	1	13
	8-9	-	-	-	-	2	8	7	5	2	1	23
	7-8	-	-	-	1	5	12	13	8	3	1	42
	6-7	-	-	-	2	12	23	21	10	3	1	72
	5-6	-	-	-	6	25	40	30	13	3	1	118
	4-5	-	-	-	1	15	48	58	35	12	3	172
	3-4	-	-	-	4	32	73	65	29	8	1	212
	2-3	-	-	-	11	52	75	45	14	3	-	199
	1-2	-	-	2	20	45	34	11	2	-	-	114
	0-1	-	-	3	8	6	2	-	-	-	-	19
			4-5	8-7	8-9	10-11	12-13	TOTAL				
		<4	5-6	7-8	9-10	11-12	>13					
		ZERO CROSSING PERIOD (s)										

Falowanie morza

Dobór parametrów fali dla zadanych warunków pogodowych

Breugem and Holthuijsen wave growth nomogram



Falowanie morza

Matematyczne (wyidealizowane) formy widma falowania

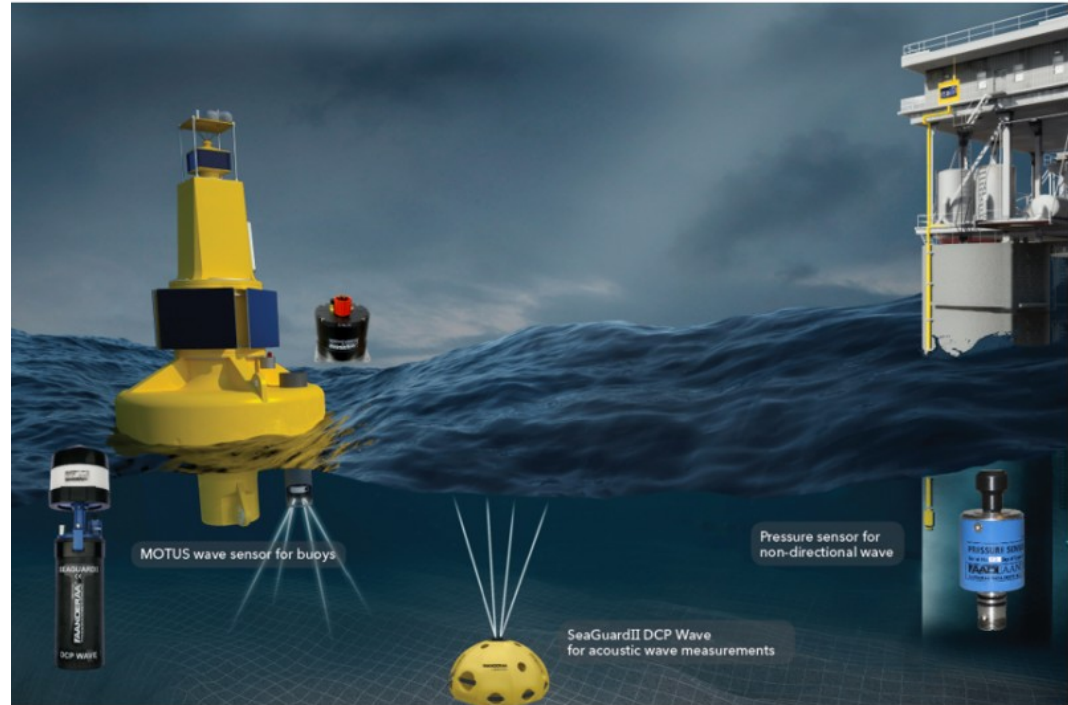
Rodzaje widm ze względu na sposób ich modelowania oraz pomiaru

Ze względu na sposób modelowania (oraz sposób pomiaru) możemy wyróżnić dwa rodzaje widm:

- a) widma punktowe
- b) widma kierunkowe

Widmo punktowe można „odtworzyć” z pomiarów punktowych, czyli takich, podczas których wysokość fali mierzona w danym punkcie (x,y)

Widmo kierunkowe, to rodzaj widma, które opisuje energię falowania w funkcji częstości ω oraz kierunku falowania μ . W celu modelowania widma kierunkowego potrzebne są pomiary za pomocą stereo fotografii.



Rys. Metody do pomiaru punktowego wysokości fali. Urządzenia firmy AADI

Falowanie morza

Matematyczne (wyidealizowane) formy widma falowania

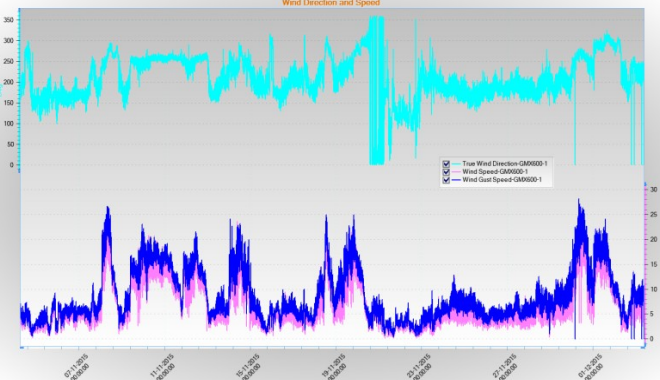
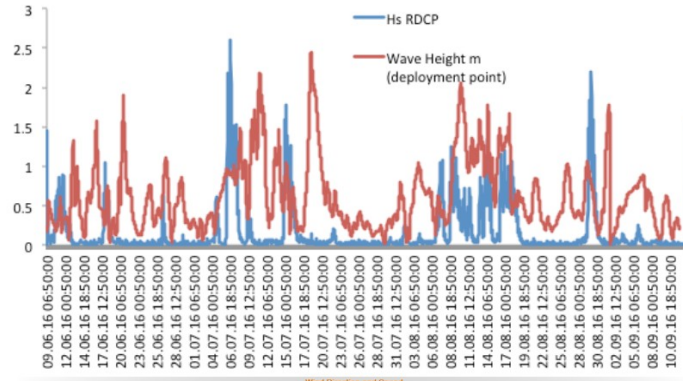
Rodzaje widm ze względu na sposób ich modelowania oraz pomiaru



a)



b)

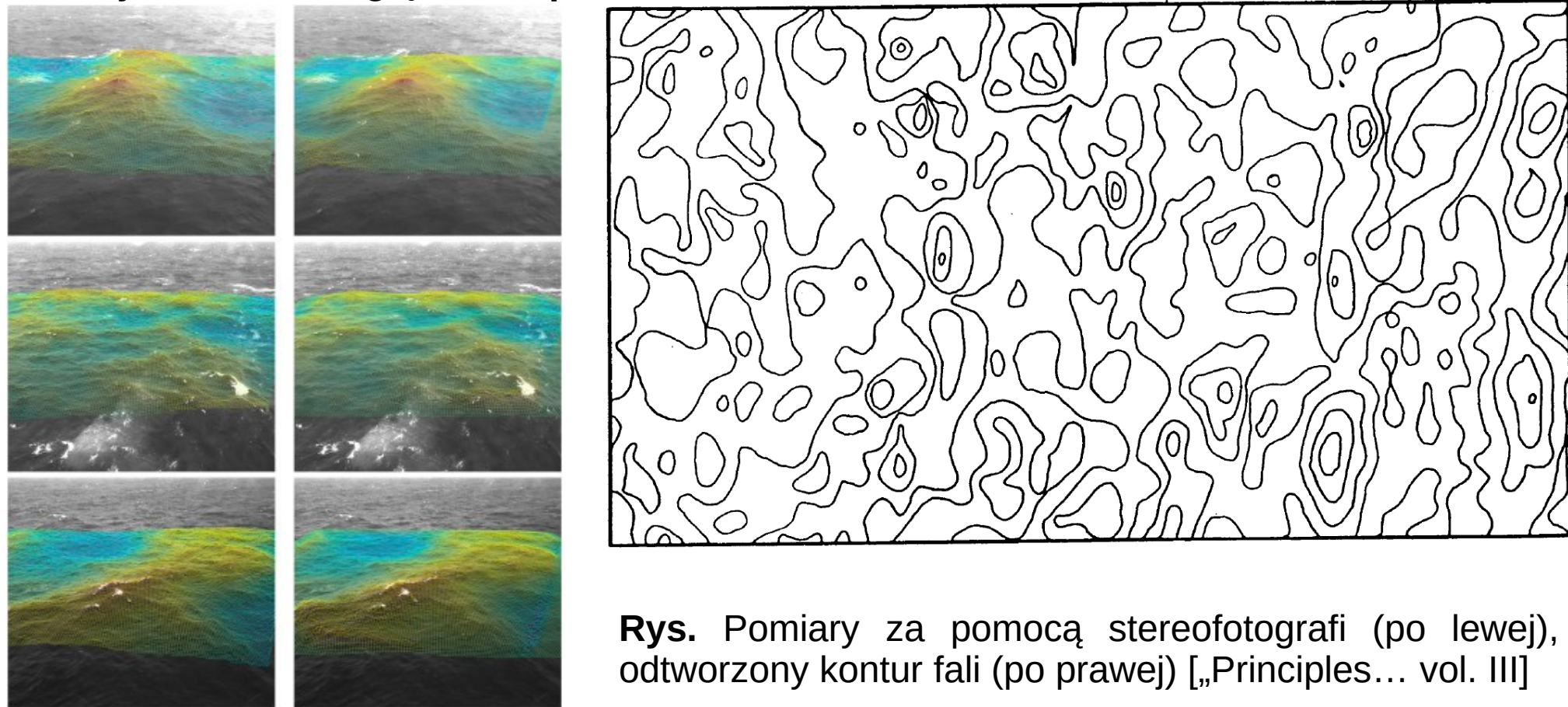


c)

Falowanie morza

Matematyczne (wyidealizowane) formy widma falowania

Rodzaje widm ze względu na sposób ich modelowania oraz pomiaru

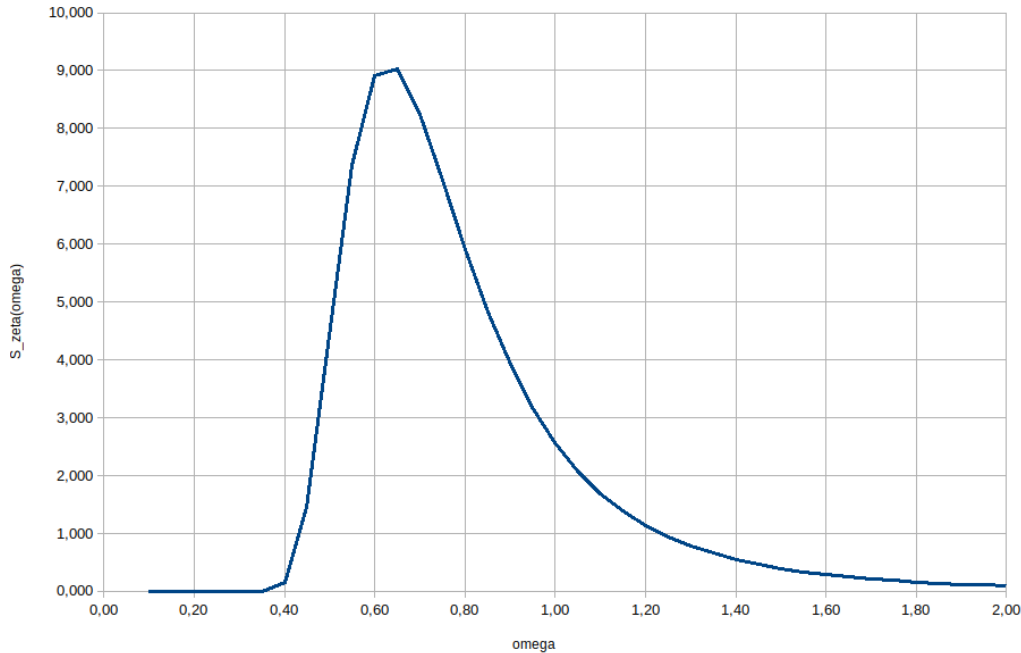


Rys. Pomiarzy za pomocą stereofotografii (po lewej), odtworzony kontur fali (po prawej) [„Principles... vol. III]

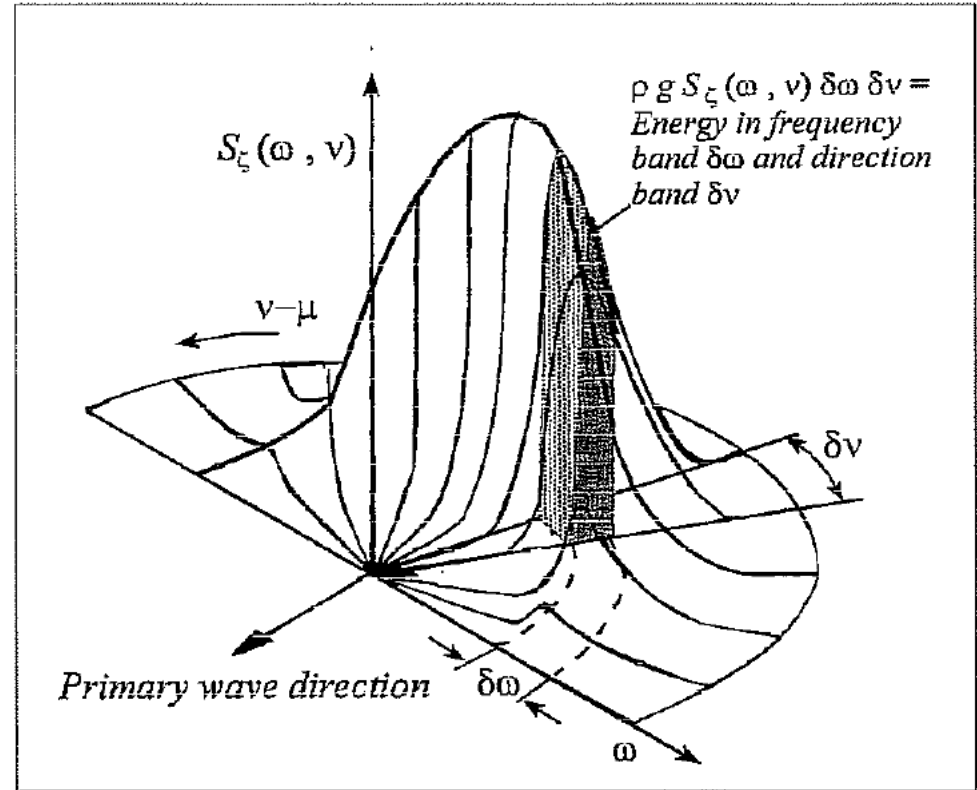
Falowanie morza

Matematyczne (wyidealizowane) formy widma falowania

Rodzaje widm ze względu na sposób ich modelowania oraz pomiaru



Rys. 1 Przykładowy wykres widma punktowego (nie ma informacji o rozkładzie energii w zależności od kierunku falowania)



Rys. 2 Przykładowy wykres widma kierunkowego.

Falowanie morza

Matematyczne (wyidealizowane) formy widma falowania

Widmo Piersona-Moskowitza. [Principles of Naval Architecture, vol.III] Ta forma widmowa, która zależy od jednego parametru, była opracowana głównie do zastosowań oceanograficznych i jest podstawowym elementem w prognozowaniu fal sztormowych. Ma reprezentować widmo punktowe w pełni rozwiniętego morza, co oznacza, że **rozbieg fali i czas trwania są odpowiednio duże** oraz nie ma „zanieczyszczających” fal z innych obszarów powstawania fali. Z dostępnych 460 widm punktowych Moskowitz i inni (1962, 1963) wybrali 54 widma, które spełniały odpowiednie kryteria pogodowe. Wiatry dla wybranych widm musiały mieć odpowiednio długi czas trwania i być o mniejszym natężeniu na początku i na końcu zapisu fali niż średnia, a także w granicach ± 45 stopni średniego kierunku wiatru w całym zapisie. Ponieważ prędkość postępowania statku wpływa na zapisy, statek dokonujący pomiarów fal za pomocą rejestratora fal Tuckera musiał mieć prędkość mniejszą niż 2 węzły. Widma zawierające zauważalną **falę martwą nadbiegającą** zostały wyeliminowane na drodze analizy. Te wybrane widma zostały pogrupowane w rodzinę pięciu prędkości wiatru: 20, 25, 30, 35 i 40 węzłów. Wykorzystując tę rodzinę widm, wraz z teorią podobieństwa S.A. Kitaigorodskiego, Pierson i Moskowitz (1964) doszli do następującego analitycznego sformułowania dla idealnych widm falowania reprezentujących obszary morskie o falowaniu w pełni rozwiniętym:

Falowanie morza

Matematyczne (wyidealizowane) formy widma falowania

Widmo Piersona-Moskowitza opisane jest (w oryginalnej formie) wzorem:

$$S_{\xi}(\omega) = \frac{\alpha g^2}{\omega^5} \exp \left[-\beta (g/U_w)^4 \right],$$

Gdzie:

$S_{\xi}(\omega)$ – wartość funkcji widma falowania, m^2/s ,

ω – częstość kołowa, rad/s ,

$\alpha=0.000810$, $\beta=0.74$,

g – przyspieszenie ziemskie, m/s^2 ,

U_w – prędkość wiatru **19.5m** nad powierzchnią wody, m/s .

Z powyższego opisu widać, że jedynym parametrem definiującym widmo jest prędkość wiatru.

Falowanie morza

Matematyczne (wyidealizowane) formy widma falowania

Widmo Piersona-Moskowitza c.d.

Ta rodzina widm jest nieodpowiednia do ogólnych zastosowań projektowych. Chociaż oceanograficzne znaczenie tego widma jest ogromne, należy uznać je za formę asymptotyczną, osiągniętą po dłuższym okresie stałego wiatru, bez skażenia przez nadbiegające martwe fale. Choć może się wydawać, że jest to odpowiedni model dla ekstremalnych warunków sztormowych, w pełni rozwinięte morza dla bardzo silnych wiatrów są rzadkością, ponieważ czas trwania i rozbieg rzadko są wystarczające do osiągnięcia stabilności spektralnej.

Falowanie morza

Matematyczne (wyidealizowane) formy widma falowania

Widmo Bretschneidera. Widmo to jest z rodziny widm dwuparametrowych, która pozwala na oddzielne (niezależne) przypisanie okresu i wysokości fali (Bretschneider, 1952, 1957). Widmo Bretschneidera określone jest następującym wzorem:

$$S_{\xi}(\omega) = \frac{A}{\omega^5} \exp\left[-B/\omega^4\right]$$

Gdzie oba parametry A i B zależą od częstości modalnej (częstości piku) ω_P oraz wariancji E . Częstość modalna określona jest wzorem:

$$\omega_P = \left(\frac{4}{5} B\right)^{1/4} \quad \text{oraz} \quad E = \frac{A}{4B}$$

Ta rodzina widm została zaprojektowana do reprezentowania mórz, na których fala narasta oraz tych na których się zmniejsza, a także mórz o falowaniu w pełni rozwiniętym. Chociaż należy uznać, że jest to opis (w najlepszym przypadku) przybliżony, okazało się, że ta postać widma ma wielką wartość do celów inżynierskich.

Falowanie morza

Matematyczne (wyidealizowane) formy widma falowania

Widmo Bretschneidera.

Widmo Bretschneidera można sprowadzić do postaci widma Piersona-Moskowitza gdy:

$$A = \alpha g^2 \quad \text{oraz} \quad B / \omega^4 = \beta (g / U_w)^4$$

Jeżeli natomiast zastąpimy wariancję E wysokością znaczącą H_S , korzystając z zależności:

$$H_S = 4 \sqrt{E}$$

Wtedy otrzymamy:

$$S_{\xi}(\omega) = 0.312 \frac{H_S^2}{\omega_P} \left(\frac{\omega_P}{\omega} \right)^5 \exp \left[-1.25 \left(\frac{\omega_P}{\omega} \right)^4 \right]$$

Podana wyżej forma widma jest bardzo użyteczna, gdyż oba parametry ω_P i H_S są dostępne jako dane statystyczne uzyskane na podstawie pomiarów dla poszczególnych akwenów.

Falowanie morza

Matematyczne (wyidealizowane) formy widma falowania

Widmo Bretschneidera. Wielkości statystyczne widma.

Momenty widma Bretschneidera:

$$m_{-1, \xi} = 0.8572 E / \omega_P$$

$$m_{1, \xi} = 1.294 E \omega_P$$

$$m_{2, \xi} = 1.982 E \omega_P^2$$

Zastosowanie wprost wzoru na $m_{4, \zeta}$ nie daje zbieżnego wyniku, co oznacza, że średnia częstość liczona na podstawie średniego okresu piku dąży do nieskończoności. Jeśli jednak założymy, że dla częstości powyżej $5 \omega_P$ możemy „obciąć” funkcję widma (ograniczyć górną granicę całkowania), to wtedy:

$$m_{4, \xi} = 1.982 E \omega_P^4$$

Okres średni, okres charakterystyczny oraz okres miejsc zerowych obliczymy ze wzorów:

$$T_{-1} = 0.857 T_P ; T_1 = 0.773 T_P ; T_z = 0.710 T_P$$

Falowanie morza

Matematyczne (wyidealizowane) formy widma falowania

Widmo Bretschneidera w formie International Towing Tank Conference (ITTC, 1978)

Międzynarodowa Konferencja Basenów Holowniczych (ITTC, 1978) rekomendowała użycie widma Bretschneidera (dla średnich warunków, dla falowania nie w pełni rozwiniętego), jeśli nie posiadamy lepszych danych dotyczących widma.

ITTC rekomendowało użycie równania w „podstawowej” formie:

$$S_{\xi}(\omega) = \frac{A}{\omega^5} \exp\left[-B/\omega^4\right]$$

Przy czym zaproponowane zostały następujące formuły na parametry A i B :

$$A = 173 H_s^2 / T_1^4 ; \quad B = 691 / T_1^4$$

Widmo ITTC, 1978 jest widmem dwuparametrowym. Parametrami są: wysokość znacząca fali H_s i okres charakterystyczny T_1

Falowanie morza

Matematyczne (wyidealizowane) formy widma falowania

Widmo Bretschneidera w formie widma kierunkowego (ITTC)

ITTC rekomendowało również poniższą formę widma kierunkowego:

$$S_{\xi}(\omega, \mu) = \kappa S_{\xi, B}(\omega) \cos^n \mu$$

Gdzie:

μ – jest kątem pomiędzy dominującym kierunkiem falowania a składową fali i zawiera się w przedziale $-\pi/2 < \mu < \pi/2$, ponadto należy przyjąć $n=2$ oraz $\kappa=2/\pi$, jeśli bardziej dokładne dane nie są dostępne.

Falowanie morza

Matematyczne (wyidealizowane) formy widma falowania

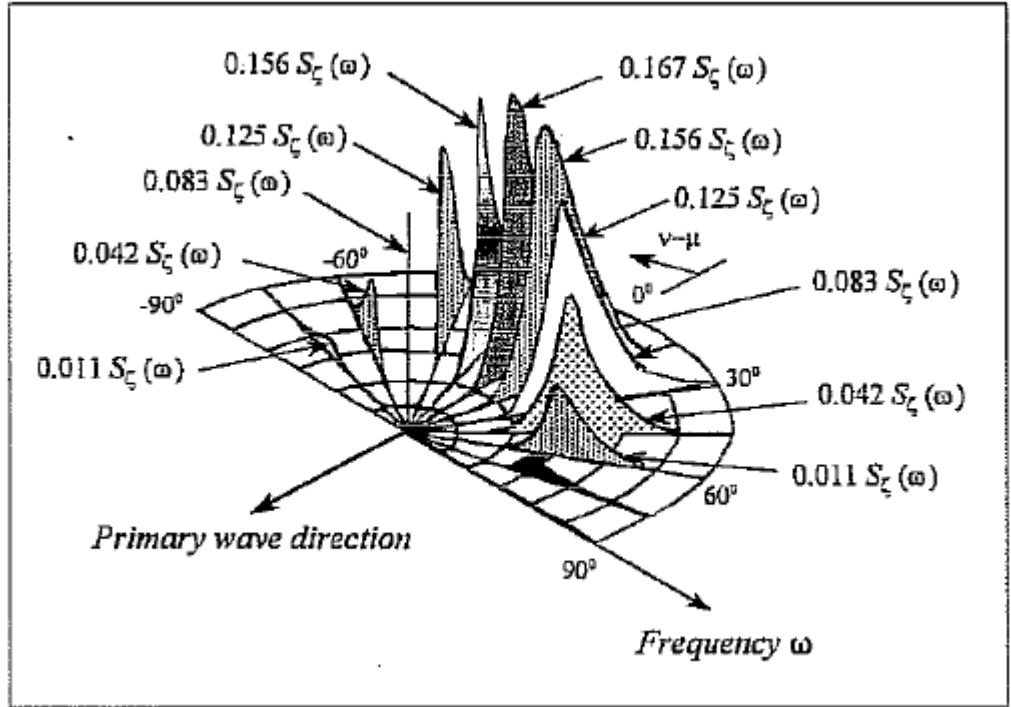
Widmo Bretschneidera w formie widma kierunkowego (ITTC)

ITTC rekomendowało również poniższą formę widma kierunkowego:

$$S_{\xi}(\omega, \mu) = \kappa S_{\xi, B}(\omega) \cos^n \mu$$

Gdzie:

μ – jest kątem pomiędzy dominującym kierunkiem falowania a składową fali i zawiera się w przedziale $-\pi/2 < \mu < \pi/2$, ponadto należy przyjąć $n=2$ oraz $\kappa=2/\pi$, jeśli bardziej dokładne dane nie są dostępne.



Rys. Wykres widma kierunkowego o rozkładzie opisanym funkcją $\cos^2 \mu$ [Seakeeping]

Falowanie morza

Matematyczne (wyidealizowane) formy widma falowania

Widmo JONSWAP (Joint North Sea Wave Project)

W odróżnieniu od omówionych już typów funkcji widmowych, które opisują falowanie na dużych obszarach otwartych (np. oceany) widmo JONSWAP zostało opracowane dla akwenów ograniczonych geograficznie. Obszerne badania zostały wykonane w ramach projektu *Joint North Sea Wave Project – JONSWAP*. Widmo opisane jest poniższym wzorem:

$$S_{\xi}(\omega) = \alpha g \omega^{-5} \exp\left[-5/4 \left(\frac{\omega}{\omega_P}\right)^{-4}\right] \gamma^{\exp\left[-\frac{(\omega - \omega_P)^2}{2 \sigma^2 \omega_P^2}\right]}$$

Gdzie:

$$\gamma = 3.3,$$

$$\sigma = 0.07 \text{ dla } \omega < \omega_P ;$$

$$= 0.09 \text{ dla } \omega > \omega_P ,$$

$$\alpha = 0.076 \bar{X}^{-0.22}$$

$$\omega_P = 2\pi \bar{f}_m U_{w,10}^2$$

$$\bar{f}_m = 3.5 \bar{X}^{-0.33}$$

x – rozbieg fali,

$U_{w,10}$ – prędkość wiatru na wysokości 10m
powyżej powierzchni

Falowanie morza

Matematyczne (wyidealizowane) formy widma falowania

Widmo JONSWAP (Joint North Sea Wave Project)

Należy zauważyć, że widmo JONSWAP powstaje przez przemnożenie widma Bredschneidera przez:

$$\gamma^{\exp} \left[-\frac{(\omega - \omega_P)^2}{2 \sigma^2 \omega_P^2} \right]$$

Komentarz: obecnie najczęściej posługujemy się formami funkcji widmowych, które definiowane są za pomocą wielkości statystycznych jak H_S i T_P (lub ω_P) oraz γ .

Falowanie morza

Matematyczne (wyidealizowane) formy widma falowania

Widmo JONSWAP (Joint North Sea Wave Project)

Postacie funkcji widmowych podawane przez towarzystwa klasyfikacyjne [DNV-RP-c205]

Widmo Piersona-Mostkowitza (a właściwie Bredschneidera):

$$S_{\eta, PM}(\omega) = \frac{5}{16} H_S^2 \omega_p^4 \omega^{-5} \exp\left(-\frac{5}{4} \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^{-4}\right)$$

Widmo JONSWAP:

$$S_{\eta, J}(\omega) = A_\gamma S_{\eta, PM}(\omega) \gamma^{\exp\left(-0.5 \left(\frac{\omega - \omega_p}{\sigma \omega_p}\right)^2\right)}$$

Parametr szerokości widma:

$$\sigma = \begin{cases} 0.07 & \text{for } \omega \leq \omega_p; \\ 0.09 & \text{for } \omega > \omega_p \end{cases}$$

Współczynnik normalizujący: $A_\gamma = 1 - 0.287 \ln(\gamma)$

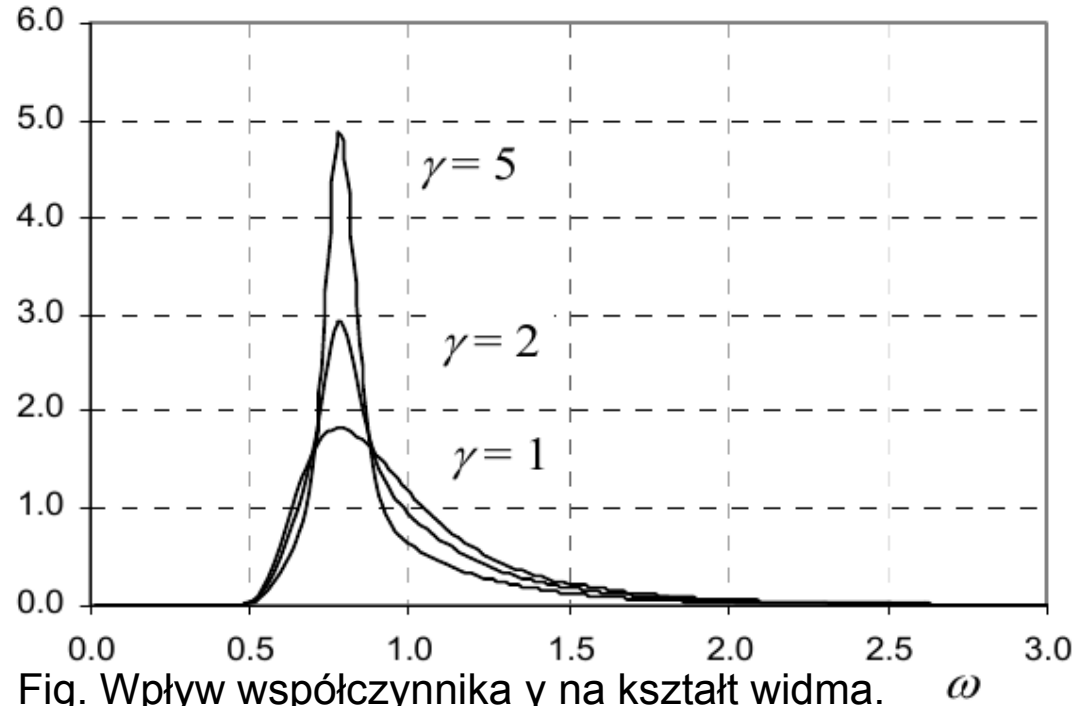
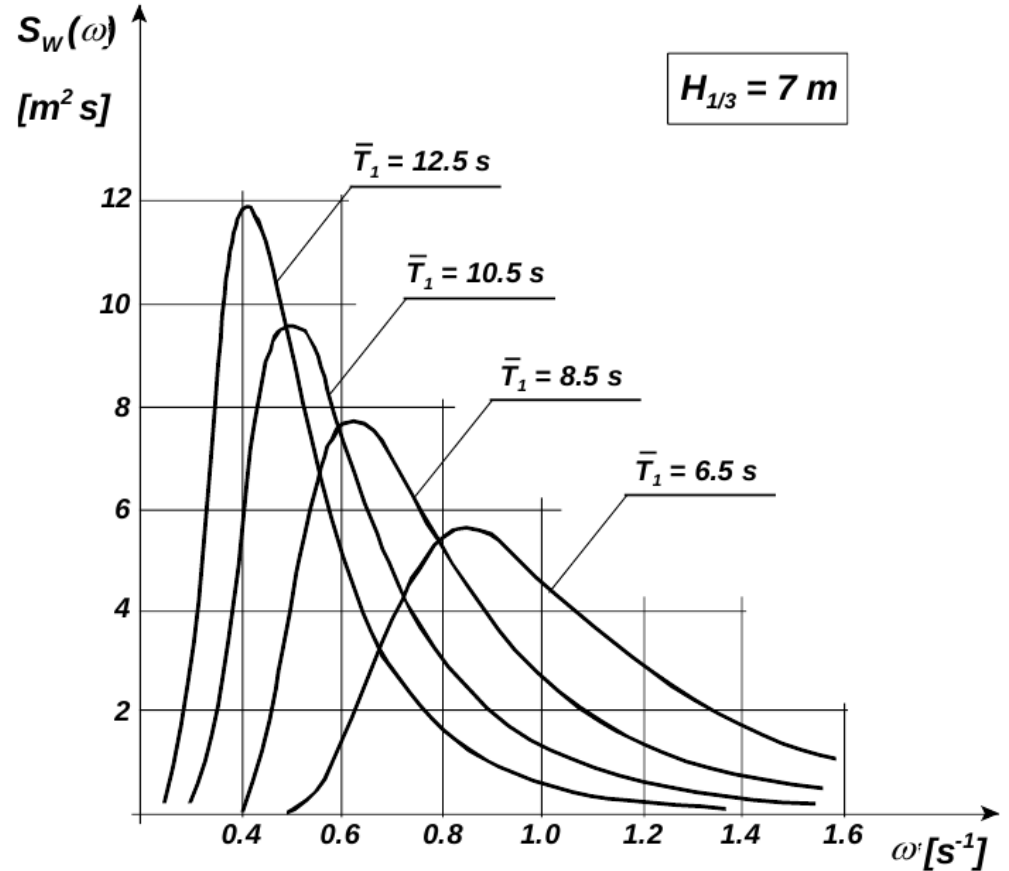
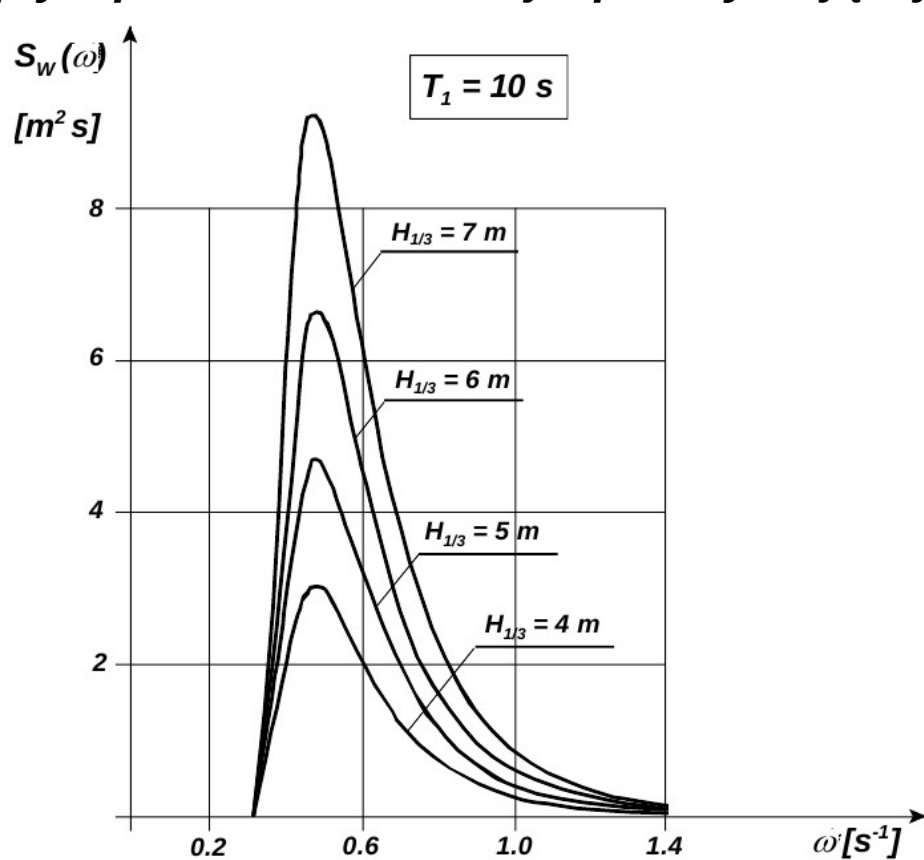


Fig. Wpływ współczynnika γ na kształt widma. ω

Falowanie morza

Matematyczne (wyidealizowane) formy widma falowania

Wpływ parametrów funkcji aproksymującej na kształt widma.



Falowanie morza

Matematyczne (wyidealizowane) formy widma falowania

Przykład 3.1 Wyznacz główne parametry falowania H_s i T_p dla obszaru położonego 70 km na północ od Przylądka Rozewie, jeśli prędkość wiatru $U_{w,19.5m} = 19.6$ m/s. Wiatr zachodni.

Wskazówka: posłuż się mapą i namogramem Breugema i Holthuijsena,

Przykład 3.2. Narysuj wykres widma falowania JONSWAP, zakładając, że współczynnik kształtu piku wynosi $\gamma=3.3$. (Dla porównania narysuj też wykres dla $\gamma=1.0$).

Przykład 3.3. Napisz równanie fali nieregularnej $\zeta=\zeta(x,t)$ w postaci szeregu zawierającego 6 składników (6 fal regularnych). Narysuj wykres tej fali w dziedzinie czasu i w dziedzinie x

Wskazówka: tabela liczb losowych (od 0.0 do 1.0 (!!!)) znajduje się poniżej.

0,0439	0,6691	0,3794	0,8228	0,8313	0,9369
0,3773	0,5921	0,0084	0,0545	0,3657	0,7571
0,3556	0,4383	0,7231	0,5508	0,3522	0,9873
0,5458	0,6553	0,5884	0,6780	0,3295	0,9508
0,3869	0,8523	0,4219	0,9934	0,3889	0,4435
0,1340	0,8513	0,2962	0,8131	0,9968	0,7872

Falowanie morza

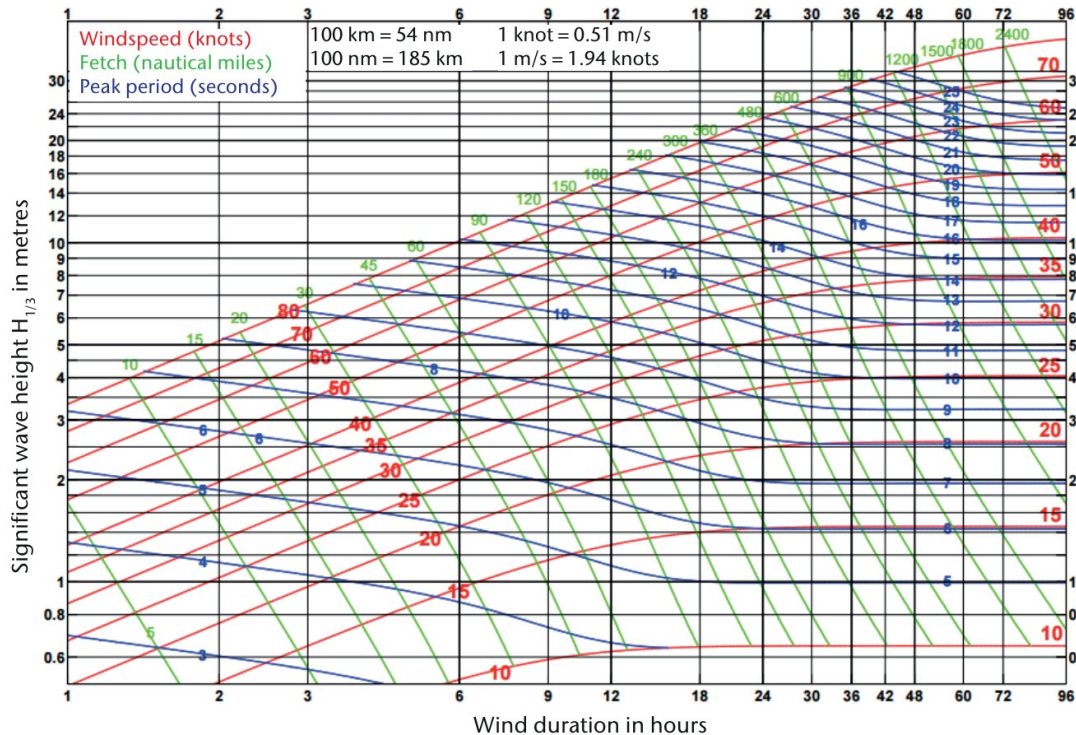
Matematyczne (wyidealizowane) formy widma falowania

Przykład 3.1 Wyznacz główne parametry falowania H_s i T_p ... **Rozwiązanie**

Obszar: 70 km na północ od Przylądka Rozewie,

Prędkość i kierunek wiatru: $U = 19.6$ m/s. Wiatr zachodni.

Breugem and Holthuijsen wave growth nomogram



Falowanie morza

Matematyczne (wyidealizowane) formy widma falowania

Przykład 3.1 Wyznacz główne parametry falowania H_s i T_p ... **Rozwiązanie**

Z mapy dla wiatru zachodniego mamy:

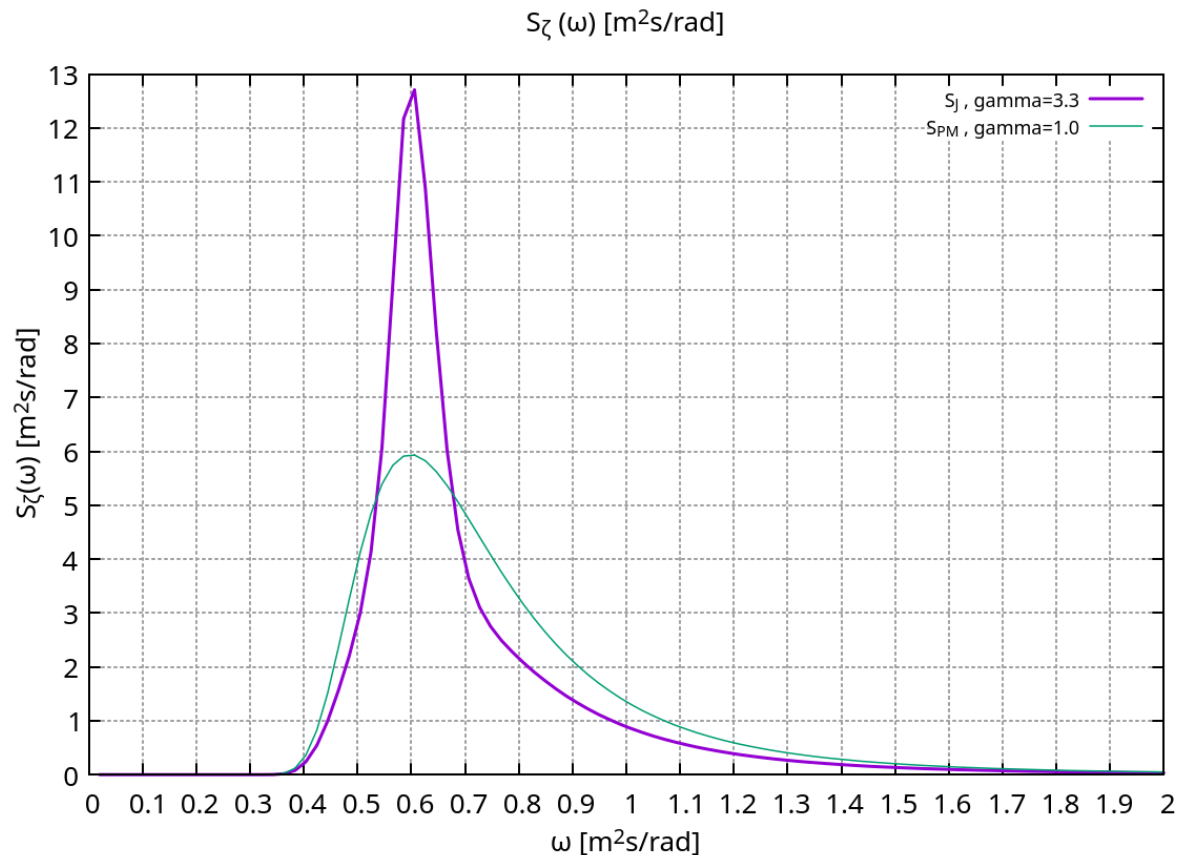
fetch=300km=162 nm

Z nomogramu odczytaliśmy następujące wartości:

$H_s=6.3\text{m}$; $T_p=10.5\text{s}$;

Przyjeliśmy: $\gamma=3.3$.

Używając formuły JONSWAP, uzyskamy widmo przedstawione na wykresie obok. (Dla porównania pokazano wykres dla $\gamma=1.0$, odpowiadający widmu Piersona-Mostkowitza.



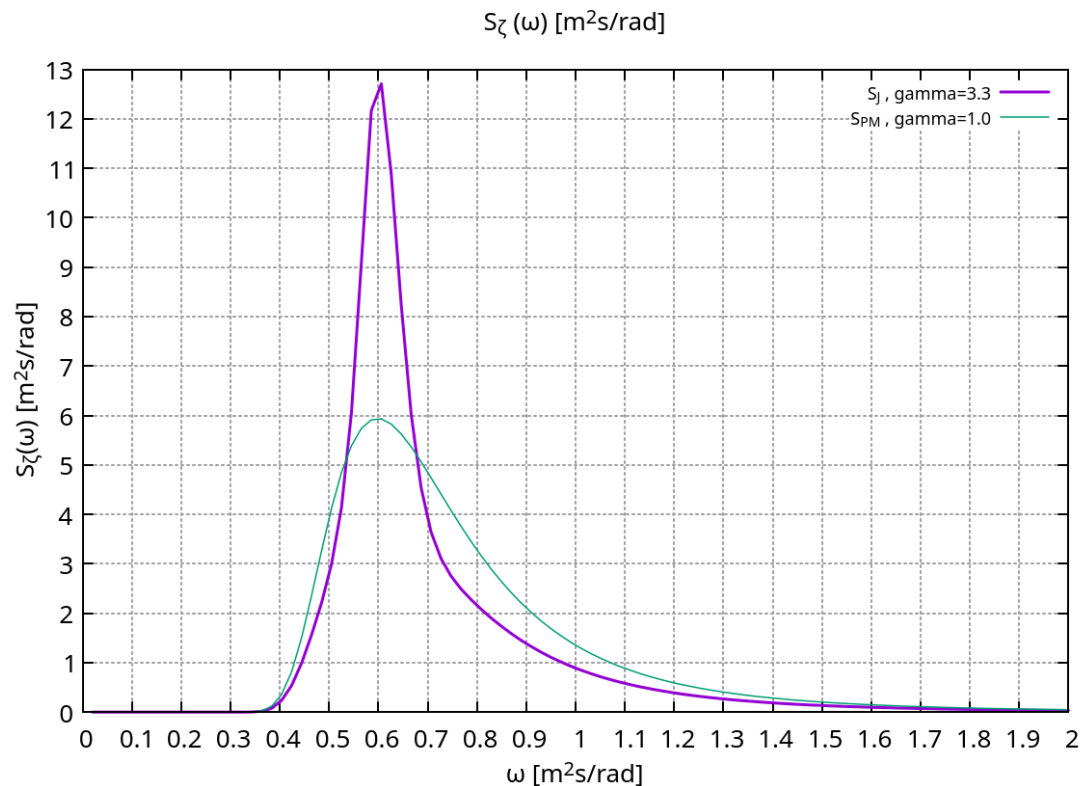
Falowanie morza

Matematyczne (wyidealizowane) formy widma falowania

Przykład 3.1 Wyznacz główne parametry falowania H_s i T_p ... **Rozwiązanie**

W oparciu o formułę JONSWAP dla określonych ω_i można obliczyć $S_{\zeta,i}$

A następnie k_i , $\zeta_{A,i}$, ϵ_i



i	ω_i [rad/s]	$S_{\zeta,i}$ [$\text{m}^2\text{s/rad}$]	k_i [rad/m]	$\zeta_{A,i}$ [m]	ϵ_i [rad]
1	0,5	2,777			
2	0,6	12,874			
3	0,7	3,903			
4	0,8	2,160			
5	0,9	1,387			
6	1,0	0,891			

Wiatr

Definicja wiatru

Wiatr – poziomy lub prawie poziomy ruch powietrza względem powierzchni ziemi.

Wiatr wywołany jest przez różnicę ciśnień oraz różnice w ukształtowaniu powierzchni. Termin wiatr jest używany w meteorologii prawie wyłącznie na określenie horyzontalnej składowej wiatru. Istnieje jednak składowa pionowa wiatru i wtedy jest tak nazywana. Wiatr może wiać z obszarów wyższego ciśnienia do obszarów niższego ciśnienia, ale w średnich szerokościach geograficznych, ze względu na siłę Coriolisa, wiatr wieje zazwyczaj równoległe do linii takiego samego ciśnienia (wiatr geostroficzny). Wiatr jest jednym ze składników pogody, w tym celu podaje się prędkość wiatru (w m/s lub km/h) i kierunek, z którego wieje. Należy zachować uwagę przy używaniu terminologii kierunku wiatru: meteorolodzy pod nazwą wiatr zachodni rozumieją wiatr wiejący z zachodu, podczas gdy „zachodni prąd oceaniczny” to prąd płynący na zachód (czyli różnica o 180 stopni w definicji kierunku).

Do pomiarów wiatru służy **anemometr** (wiatromierz). Wiatr można też mierzyć za pomocą technik satelitarnych (teledetekcji) za pomocą skaterometrów wykorzystujących zjawisko fal kapilarnych na wodzie (refleks słońca), za pomocą teledetekcyjnych metod akustycznych sodar, za pomocą obserwacji poruszających się chmur, za pomocą radaru, za pomocą sond meteorologicznych, i innych technik.

Wiatr

Modele matematyczne wiatru

Modelowanie profilu wiatru [1/2]

Najbardziej rozpowszechnionym modelem profilu wiatru jest model określony **funkcją potęgową**:

$$U(z) = U(H) \left(\frac{z}{H} \right)^\alpha \quad (1)$$

Gdzie

H – jest wysokością dla której prędkość wiatru $U(H)$ jest określona (najczęściej $H=10\text{m}$),
 α – wykładnik, najczęściej dla długotrwałych wiatrów w rejonie „otwartego” morza przyjmuje się $\alpha=1/7$ do $1/8$. Wg DNV $\alpha=0.12$

Wiatr

Modele matematyczne wiatru

Modelowanie profilu wiatru [2/2]

Inną formą opisu profilu wiatru jest **wzór logarytmiczny**. Jedną z form wzoru logarytmicznego jest:

$$U(z) = U(H) \left(1 + \frac{1}{k_a} \sqrt{K} \cdot \ln \frac{z}{H} \right) \quad , \quad (2)$$

gdzie:

$k_a = 0.4$ - stała von Karmana

$K = \frac{k_a^2}{\left(\ln \frac{H}{z_0} \right)^2}$ - współczynnik tarcia powierzchni.

z_0 - parametr określający chropowatość, 0.0001 dla otwartego morza bez fal, 0.0001 – 0.01 otwarte morze pofalowane [DNV-RP-c205]

Wiatr

Modele matematyczne wiatru

Model niestacjonarny wiatru. Gęstość widmowa prędkości wiatru

Opis niestacjonarnej natury wiatru jest (w ogólności) bardzo złożony. Jednym ze sposobów opisanego turbulencji wiatru jest opis za pomocą widma wiatru.

Przykładowe stosowane funkcje aproksymujące widmo wiatru, to [Feikema, Wichers(1991)]:

Widmo Harrisa (w literaturze zwane również **widmem DNV**):

$$S_{U_w}(\omega) = \frac{4L}{2\pi} C \frac{U_w}{\left[2 + \left(L\omega / (2\pi U_w)\right)^2\right]^{5/6}}, \quad [\text{m}^2/\text{s}] \quad (3)$$

gdzie:

C - współczynnik oporu tarcia powierzchni; można przyjąć 0.002 dla morza wzburzonego, 0.0015 dla „umiarkowanego” stanu morza,

U_w - średnia godzinowa prędkość wiatru na wysokości referencyjnej 10m powyżej powierzchni wody,

L - wymiar skali długości; można przyjąć 1800m

ω - częstość oscylacji wiatru.

Wiatr

Modele matematyczne wiatru

Model niestacjonarny wiatru. Gęstość widmowa prędkości wiatru

***Widmo Ochi-Shin* [Fikema, Wichers (1991)]:**

$$\omega S_{U_w}(\omega) = C U_w^2 F_g, \quad (4)$$

gdzie współczynnik porywu wiatru F_g definiowany jest następująco:

$$F_g = 583 x \quad \text{dla} \quad 0 \leq \omega \leq 0.001885 U_w,$$

$$F_g = \frac{420 x^{0.7}}{(1 + x^{0.35})^{11.5}} \quad \text{dla} \quad 0.001885 U_w \leq \omega \leq 0.0628 U_w,$$

$$F_g = \frac{838 x^{0.7}}{(1 + x^{0.35})^{11.5}} \quad \text{dla} \quad \omega \geq 0.0628 U_w,$$

$$\text{gdzie:} \quad x = 1.592 \frac{\omega}{U_w}; \quad C = (750 + 69 U_w) \cdot 10^{-6}$$

Wiatr

Modele matematyczne wiatru

Model niestacjonarny wiatru. Gęstość widmowa prędkości wiatru

Zmodyfikowane widmo Harrisa (zwane widmem Willsa) [Fikema, Wichers]:

$$S_{U_w}(\omega) = \left(\frac{3672}{2\pi} C U_w \right) / \left(x^{0.15} + \frac{9}{8} x \right)^{5/3}, \quad (5)$$

gdzie:

$$x = 286.5 \frac{\omega}{U_w}$$

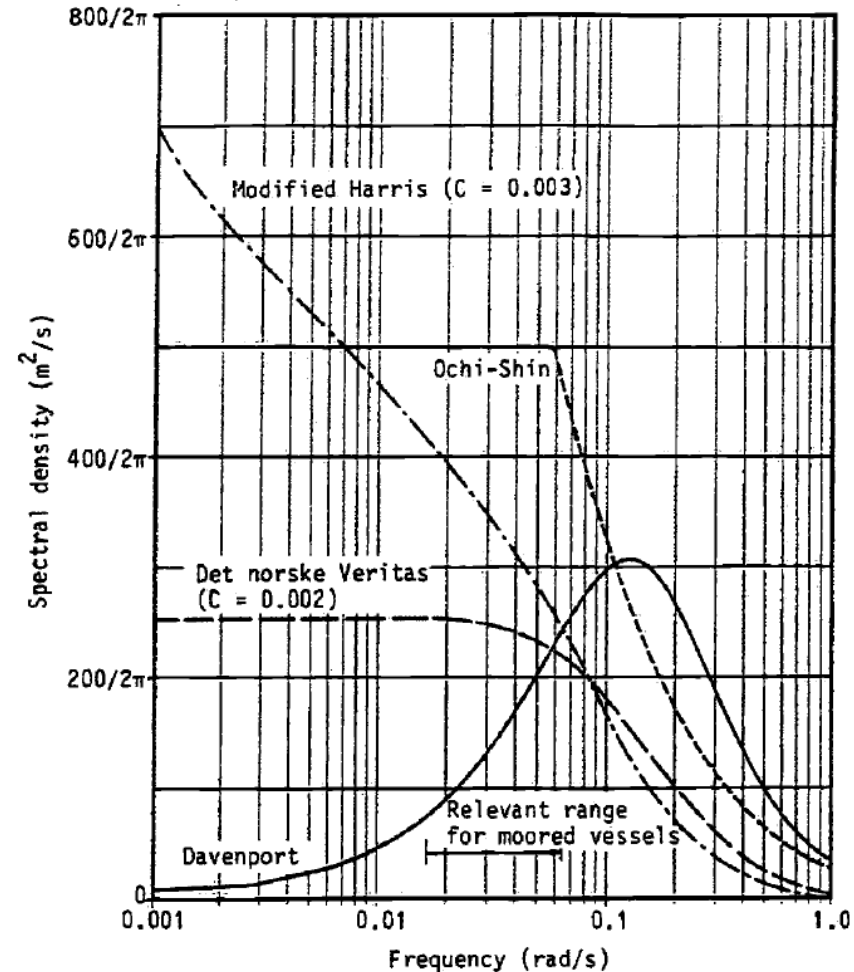
C - współczynnik chropowatości powierzchni, 0.003

Wiatr

Modele matematyczne wiatru

Model niestacjonarny wiatru. Gęstość widmowa prędkości wiatru

Porównanie różnych funkcji gęstości widmowej wiatru [Fikema, Wichers (1991)].



Rys. Wykresy (różnych) funkcji gęstości widmowej prędkości wiatru.

Wiatr

Modele matematyczne wiatru

Model niestacjonarny wiatru. Prędkość wiatru w funkcji czasu [Fikema, Wichers(1991)]:

Mając daną funkcję gęstości widmowej prędkości wiatru, niestacjonarna funkcja prędkości wiatru może być obliczona za pomocą szeregu trygonometrycznego o skończonej ilości elementów (wykorzystując teorię szumu losowego), jako:

$$U_w(t) = \sum_{j=1}^N \left[\sqrt{2 S_{U_w}(\omega_j)} \delta\omega \cdot \cos(\omega_j t + Q_j) \right] + U_W, \quad (6)$$

gdzie:

N – liczba elementów szeregu,

$S_{uw}(\omega_j)$ – tablica wartości funkcji widmowej,

$\delta\omega$ – „delta omega” – przyrost częstości kołowej,

t – czas,

Q_j – wartość losowa z przedziału od 0 do 2π ,

U_W – średnia prędkość na wysokości 10m powyżej powierzchni wody.

Wiatr

Modele matematyczne wiatru

Model niestacjonarny wiatru. Prędkość wiatru w funkcji czasu [Fikema, Wichers(1991)]:

Prędkość wiatru w funkcji czasu i przestrzeni

Aby uzyskać opis prędkości wiatru w funkcji zarówno czasu t jak i przestrzeni z „łączymy” formuły opisujące wiatr w dziedzinie czasu z wybraną formułą opisującą profil wiatru w przestrzeni.

Przykładowo w oparciu o **funkcję potęgową** (1) możemy uzyskać następującą funkcję prędkości w czasie i przestrzeni $U_w = U_w(z, t)$:

$$U(z, t) = U_{w,10m}(t) \left(\frac{z}{10m} \right)^\alpha \quad (7)$$

Gdzie funkcja prędkości $U_{w,10m}(t)$ opisana jest wzorem (6) (patrz poprzedni slajd):

$$U_{w,10m}(t) = \sum_{j=1}^N \left[\sqrt{2 S_{U_w}(\omega_j) \delta \omega} \cdot \cos(\omega_j t + Q_j) \right] + U_w \quad (6)$$

Wiatr

Modele matematyczne wiatru

Model niestacjonarny wiatru. Prędkość wiatru w funkcji czasu [Fikema, Wichers(1991)]:

Przykładowe wykresy prędkości wiatru w funkcji czasu

