



Świat obrazów cyfrowych

Mariusz Kaczmarek, Jacek Rumiński

Świat obrazów cyfrowych

Jacek Rumiński



Mariusz Kaczmarek



Katedra Inżynierii Biomedycznej,
Wydział Elektroniki, Telekomunikacji i Informatyki
Politechnika Gdańska

Filtracja obrazów z wykorzystaniem operacji splotu, cz.1

Plan prezentacji

1. Idea filtracji obrazów
2. Operacja splotu w dziedzinie przestrzennej
3. Maski filtrów
4. Filtracja dolnoprzepustowa

Filtracja obrazów jest operacją, która ma na celu poprawę jakości lub uwydatnienie szczególnych cech, bądź uzyskanie efektów specjalnych.

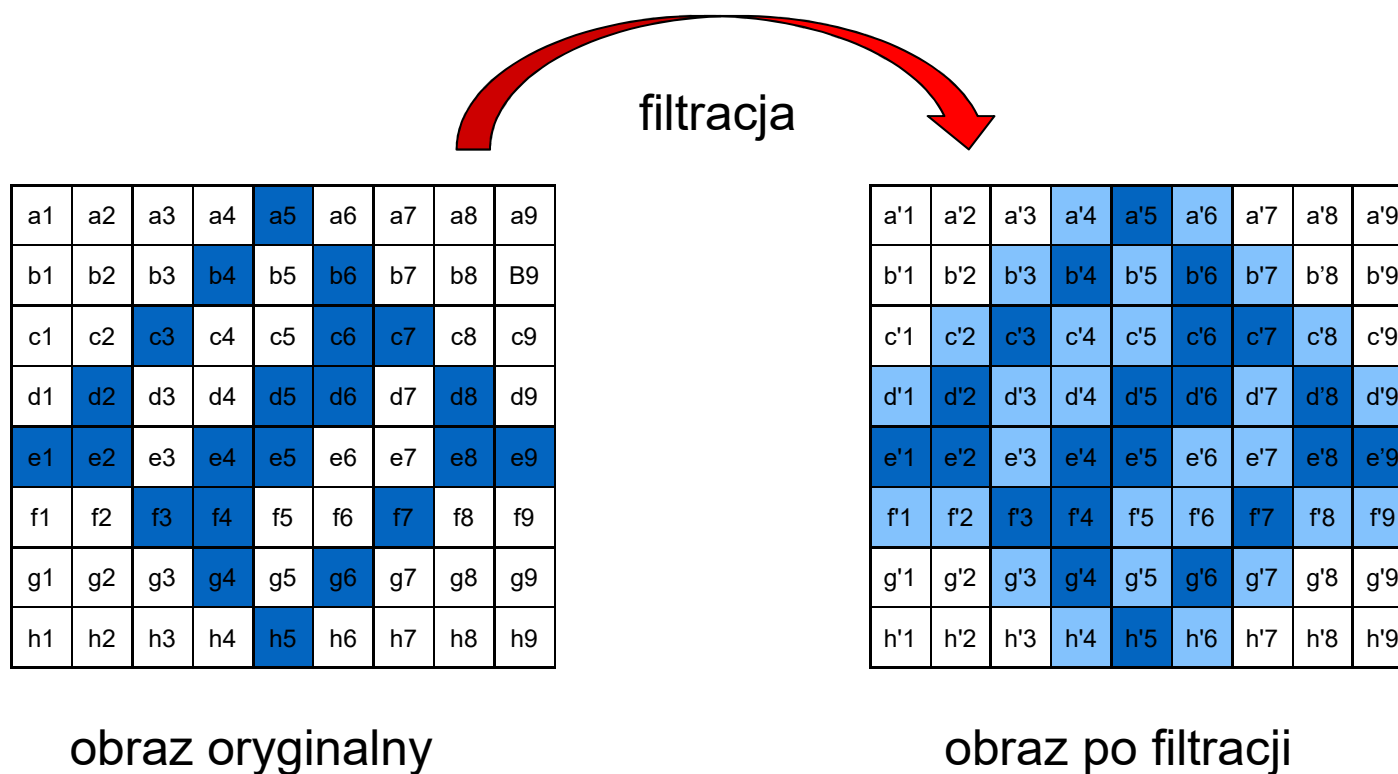
Wyróżniamy filtrację w dziedzinie częstotliwości (tą nie będziemy się zajmować w ramach kursu)

oraz

filtrację w dziedzinie przestrzennej obrazu z wykorzystaniem operacji splotu.

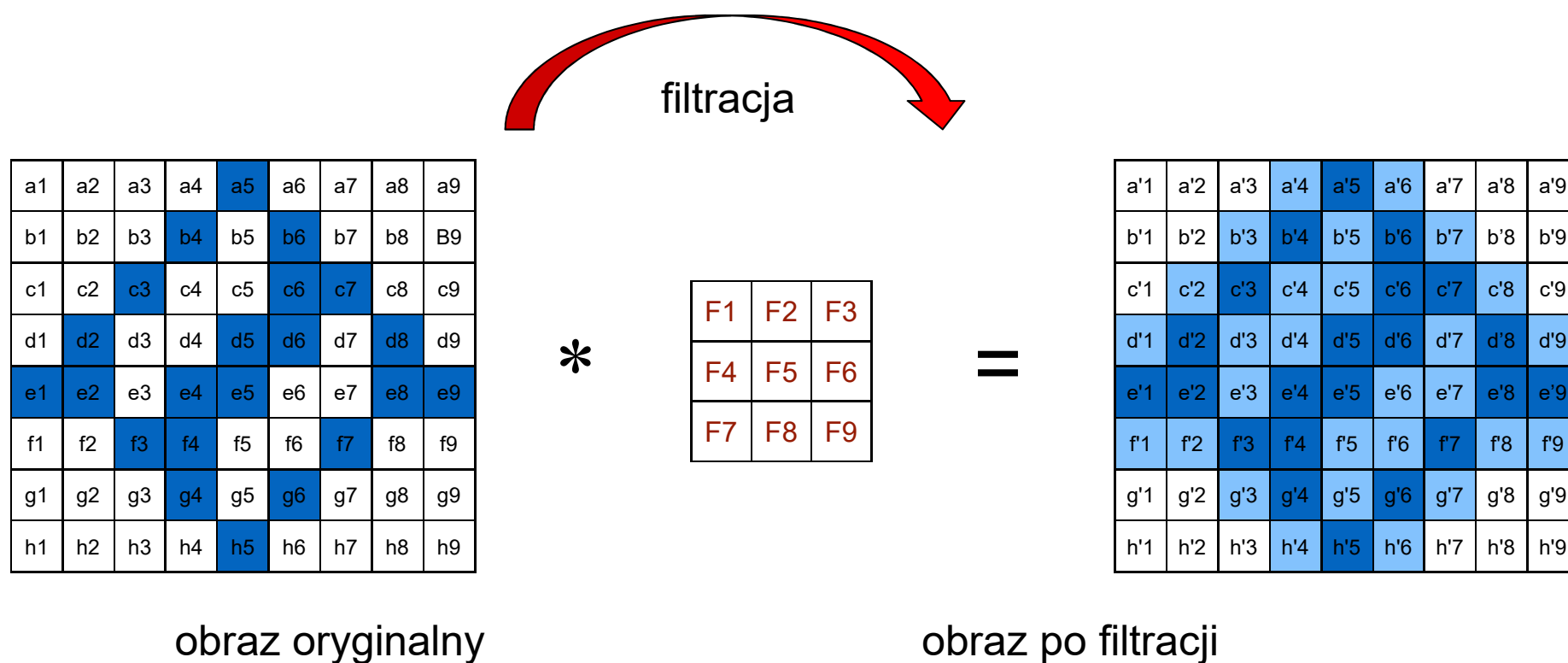
O tym ostatnim sposobie dowiemy się więcej na kolejnych lekcjach.

Filtracja w dziedzinie przestrzennej polega na wyliczeniu nowej wartości piksela obrazu, biorąc pod uwagę oryginalną wartość tego piksela i kilku lub kilkunastu pikseli sąsiadów. Wielkość obszaru, który bierzemy pod uwagę wyznaczając nową wartość piksela jest rozmiarem maski filtru.



$$X \Rightarrow f(X) \Rightarrow X'$$

Filtracja w dziedzinie przestrzennej polega na wyliczeniu nowej wartości piksela obrazu, biorąc pod uwagę oryginalną wartość tego piksela i kilku lub kilkunastu pikseli sąsiadów. Wielkość obszaru, który bierzemy pod uwagę wyznaczając nową wartość piksela jest rozmiarem maski filtru.



$$P \Rightarrow f(P) \Rightarrow P'$$

Filtry mogą mieć rozmiar 3x3, 5x5, 7x7 - co oznacza, że do wyliczenia nowej wartości piksela bierzemy do obliczeń odpowiednio: 9 pikseli, 25 pikseli, 49 pikseli obrazu oryginalnego.

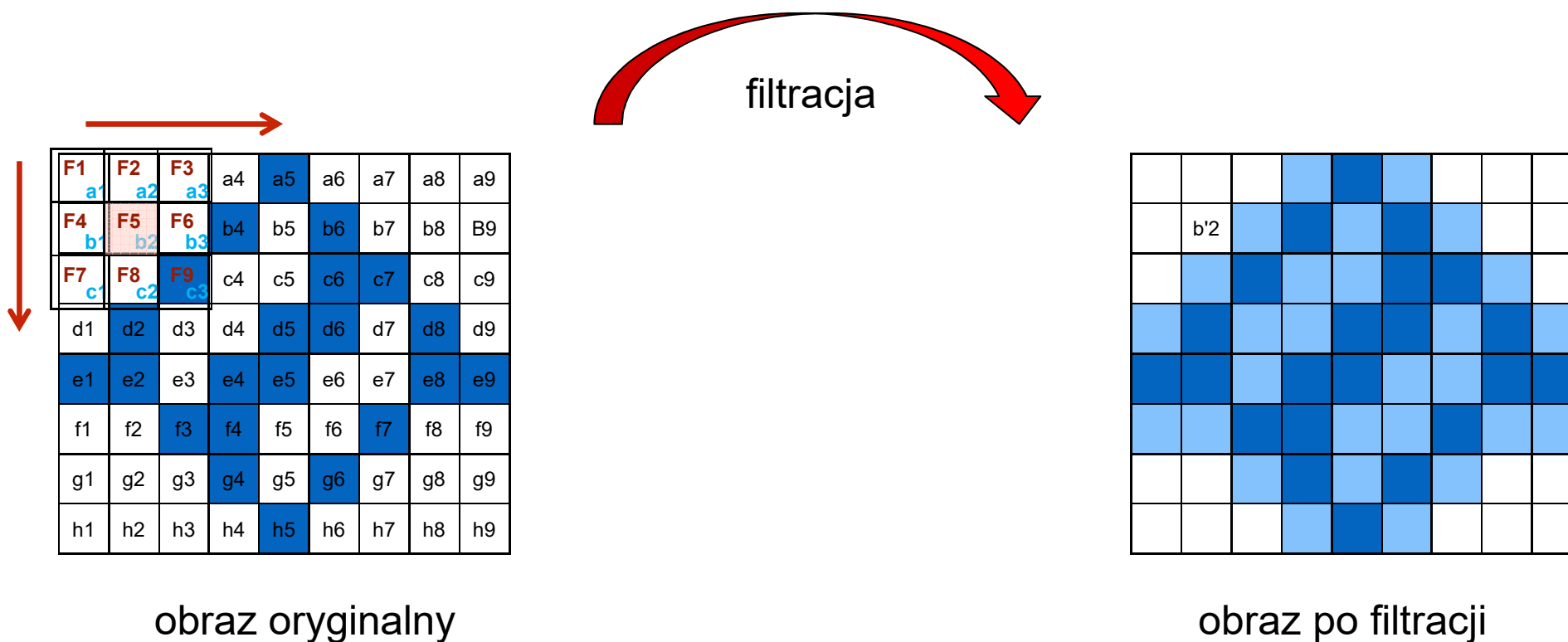
F1	F2	F3
F4	F5	F6
F7	F8	F9

F1	F2	F3	F4	F5
F6	F7	F8	F9	F10
F11	F12	F13	F14	F15
F16	F17	F18	F19	F20
F21	F22	F23	F24	F25

F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
F8	F9	F10	F11	F12	F13	F14
F15	F16	F17	F18	F19	F20	F21
F22	F23	F24	F25	F26	F27	F28
F29	F30	F31	F32	F33	F34	F35
F36	F37	F38	F39	F40	F41	F42
F43	F44	F45	F46	F47	F48	F49

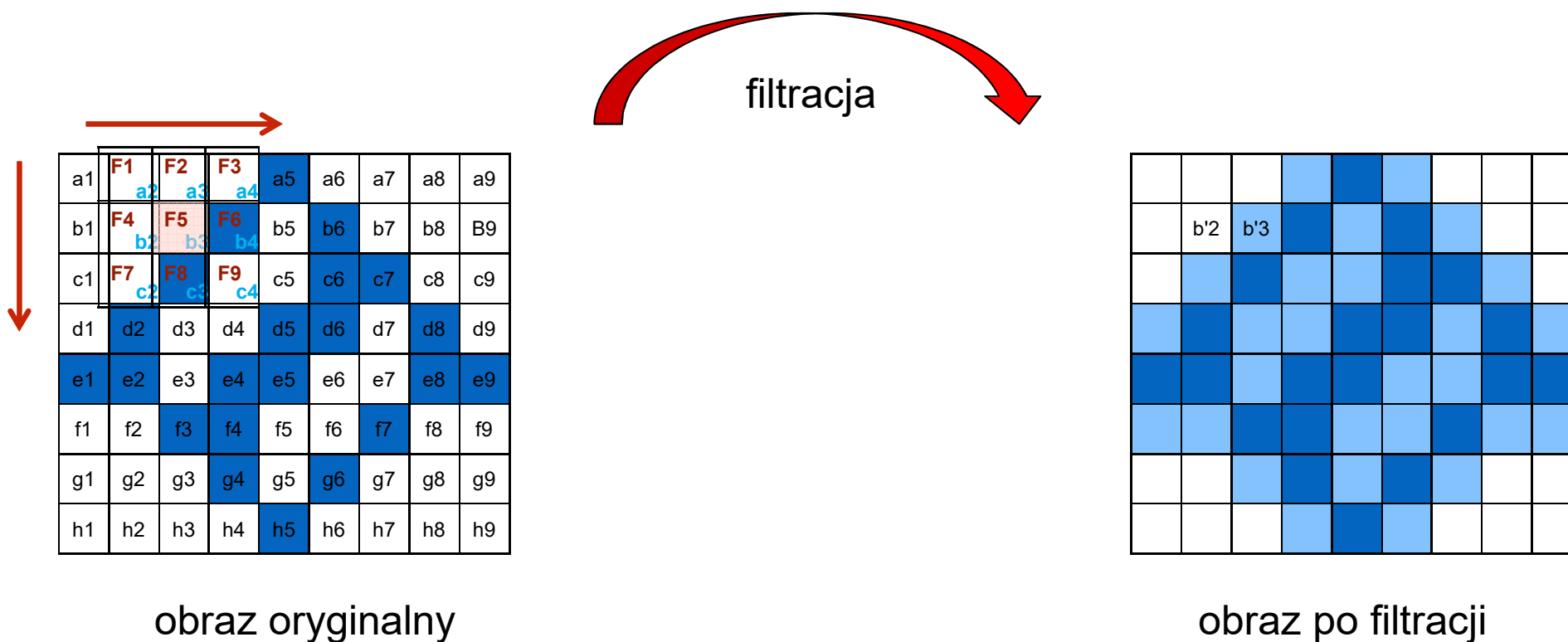
Szablony masek filtrów z wyróżnionym elementem centralnym.
 Symbole F1...F49 – reprezentują wartości całkowitoliczbowe.
 Wartości te mogą być zarówno dodatnie jak i ujemne.

Filtracja w dziedzinie przestrzennej polega na przykładaniu maski filtru do kolejnych pikseli obrazu oryginalnego i wyznaczeniu wyniku operacji splotu.



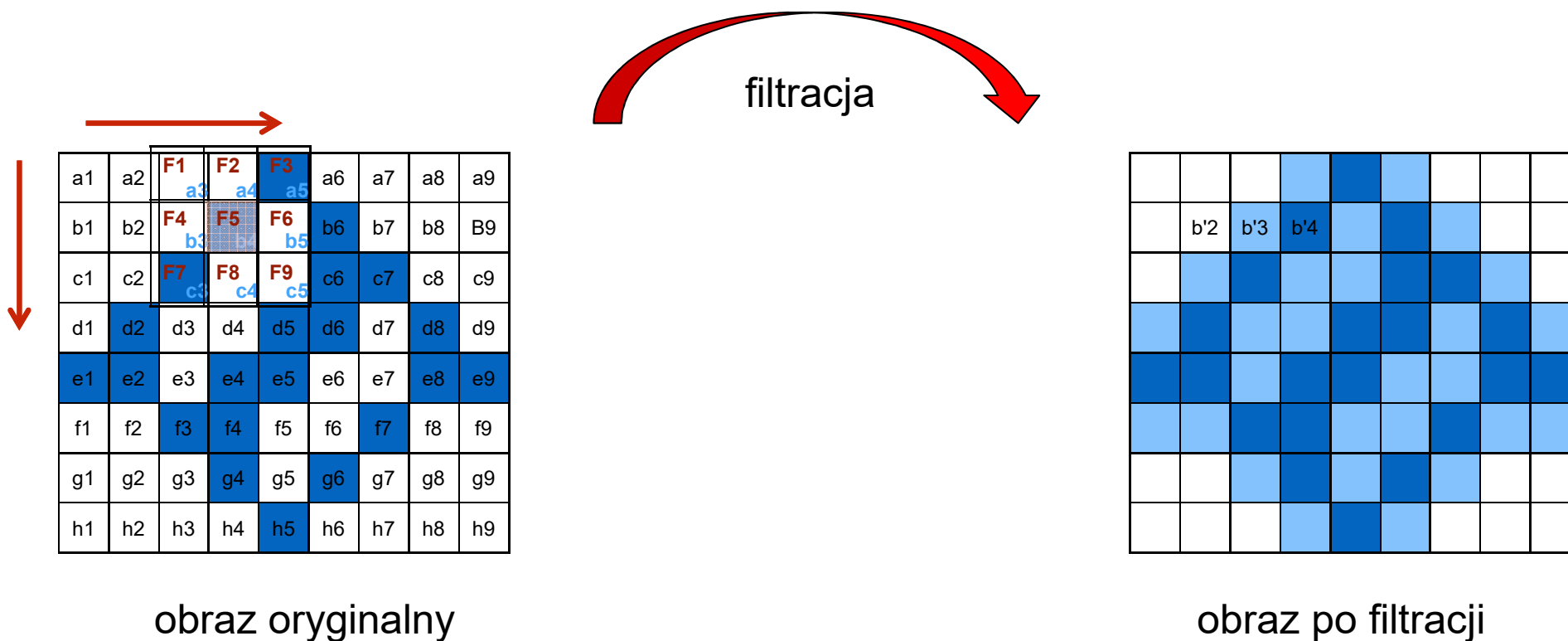
$$b'2 = a1 * F1 + a2 * F2 + a3 * F3 + b1 * F4 + b2 * F5 + b3 * F6 + c1 * F7 + c2 * F8 + c3 * F9$$

Filtracja w dziedzinie przestrzennej polega na przykładaniu maski filtru do kolejnych pikseli obrazu oryginalnego i wyznaczeniu wyniku operacji splotu.



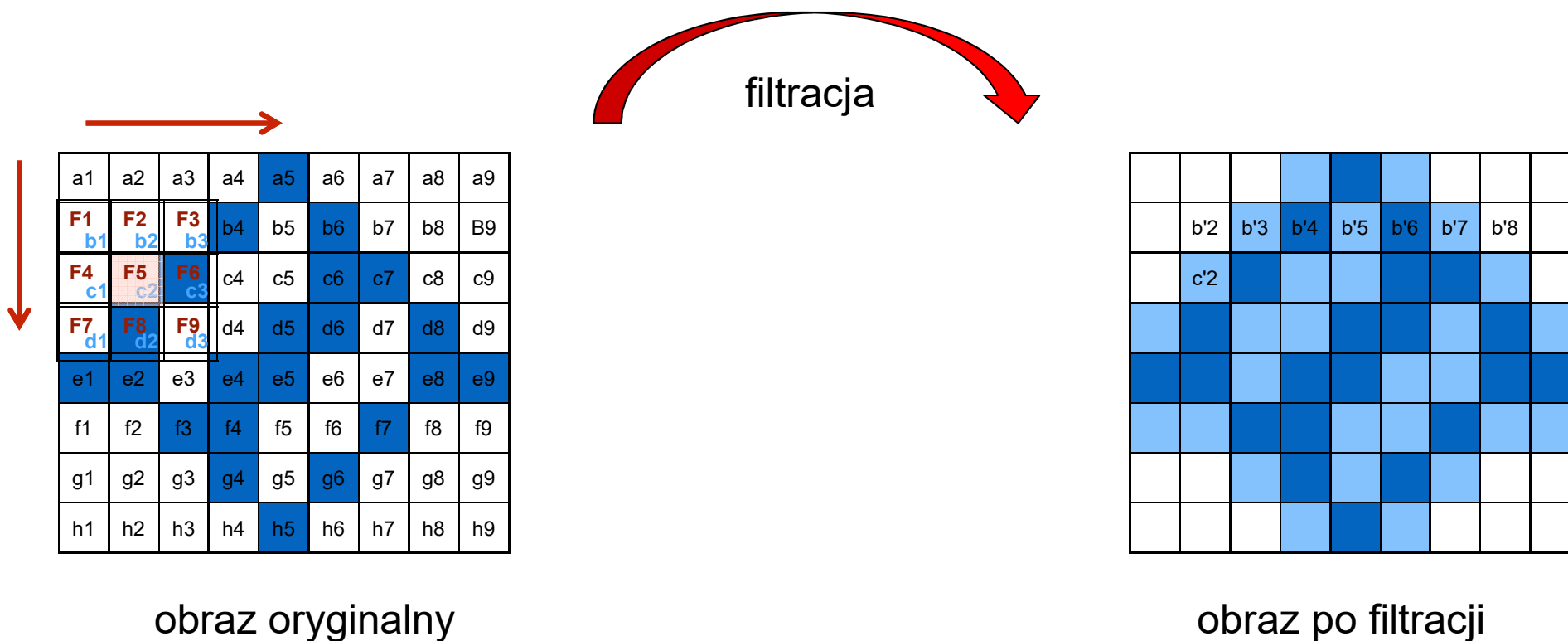
$$b'3 = a2 * F1 + a3 * F2 + a4 * F3 + b2 * F4 + b3 * F5 + b4 * F6 + c2 * F7 + c3 * F8 + c4 * F9$$

Filtracja w dziedzinie przestrzennej polega na przykładaniu maski filtru do kolejnych pikseli obrazu oryginalnego i wyznaczeniu wyniku operacji splotu.



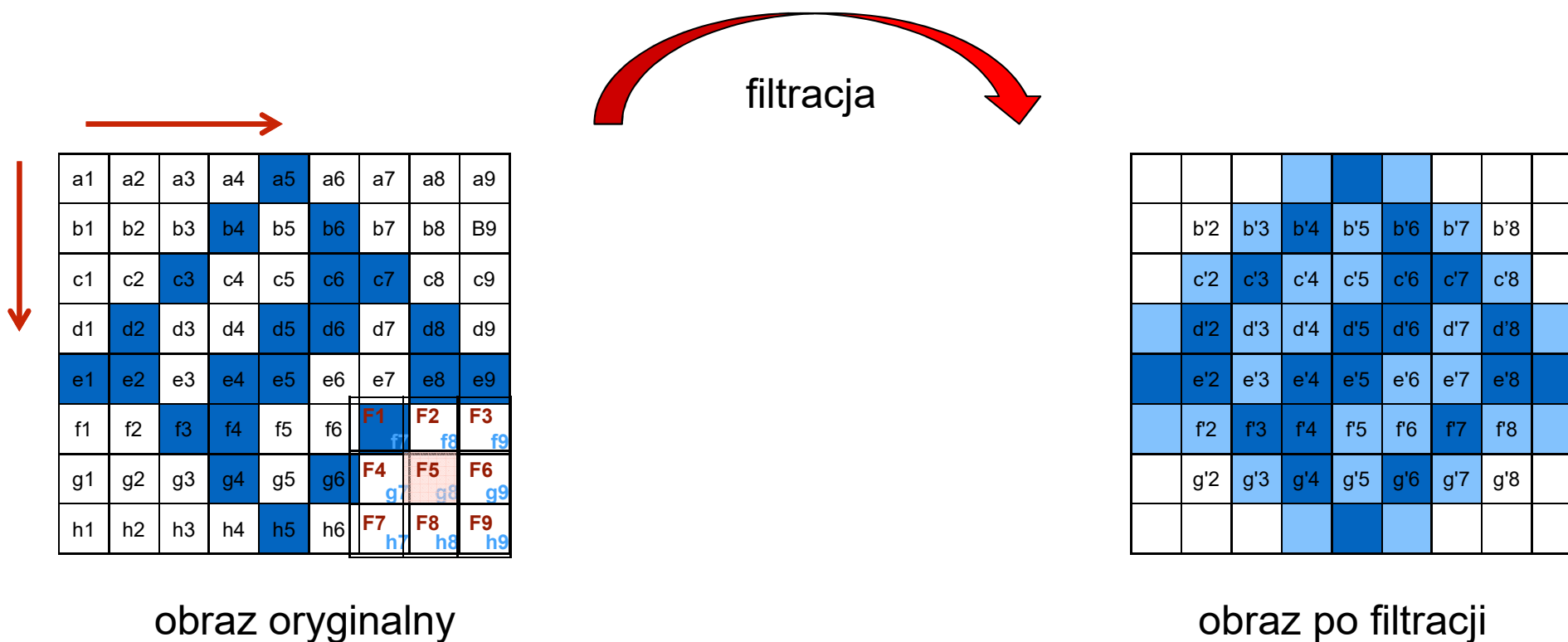
$$b'4 = a3 \cdot F1 + a4 \cdot F2 + a5 \cdot F3 + b3 \cdot F4 + b4 \cdot F5 + b5 \cdot F6 + c3 \cdot F7 + c4 \cdot F8 + c5 \cdot F9$$

Filtracja w dziedzinie przestrzennej polega na przykładaniu maski filtru do kolejnych pikseli obrazu oryginalnego i wyznaczeniu wyniku operacji splotu.



$$c'2 = b1 * F1 + b2 * F2 + b3 * F3 + c1 * F4 + c2 * F5 + c3 * F6 + d1 * F7 + d2 * F8 + d3 * F9$$

Filtracja w dziedzinie przestrzennej polega na przykładaniu maski filtru do kolejnych pikseli obrazu oryginalnego i wyznaczeniu wyniku operacji splotu.



$$g'8 = f7 \cdot F1 + f8 \cdot F2 + f9 \cdot F3 + g7 \cdot F4 + g8 \cdot F5 + g9 \cdot F6 + h7 \cdot F7 + h8 \cdot F8 + h9 \cdot F9$$

Filtracja w dziedzinie przestrzennej polega na przykładaniu maski filtru do kolejnych pikseli obrazu oryginalnego i wyznaczeniu wyniku operacji splotu. **Co zrobić na krańcach obrazu? Przez co przemnożyć elementy maski filtru pod którymi zabrakło nam pikseli obrazu?**

F1	F2	F3									
F4	F5	F6	a3	a4	a5	a6	a7	a8	a9		
F7	F8	F9	b3	b4	b5	b6	b7	b8	B9		
			c1	c2	c3	c4	c5	c6	c7	c8	c9
			d1	d2	d3	d4	d5	d6	d7	d8	d9
			e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9
			f1	f2	f3	f4	f5	f6	f7	f8	f9
			g1	g2	g3	g4	g5	g6	g7	g8	g9
			h1	h2	h3	h4	h5	h6	h7	h8	h9

obraz oryginalny



a'1									
	b'2	b'3	b'4	b'5	b'6	b'7	b'8		
	c'2	c'3	c'4	c'5	c'6	c'7	c'8		
	d'2	d'3	d'4	d'5	d'6	d'7	d'8		
	e'2	e'3	e'4	e'5	e'6	e'7	e'8		
	f'2	f'3	f'4	f'5	f'6	f'7	f'8		
	g'2	g'3	g'4	g'5	g'6	g'7	g'8		

obraz po filtracji

$$a'1 = a1 * F5 + a2 * F6 + b1 * F8 + b2 * F9 + ? * F1 + ? * F2 + ? * F3 + ? * F4 + ? * F7$$

Filtracja w dziedzinie przestrzennej polega na przykładaniu maski filtru do kolejnych pikseli obrazu oryginalnego i wyznaczeniu wyniku operacji splotu. Co zrobić na krańcach obrazu? Przez co przemnożyć elementy maski filtru pod którymi zabrakło nam pikseli obrazu?

Dodajemy dodatkowe wiersze i kolumny i wypełniamy je:

F1	F2	F3							
F4	F5	F6	a3	a4	a5	a6	a7	a8	a9
F7	F8	F9	b3	b4	b5	b6	b7	b8	B9
	c1	c2	c3	c4	c5	c6	c7	c8	c9
	d1	d2	d3	d4	d5	d6	d7	d8	d9
	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9
	f1	f2	f3	f4	f5	f6	f7	f8	f9
	g1	g2	g3	g4	g5	g6	g7	g8	g9
	h1	h2	h3	h4	h5	h6	h7	h8	h9

obraz oryginalny



a'1									
	b'2	b'3	b'4	b'5	b'6	b'7	b'8		
	c'2	c'3	c'4	c'5	c'6	c'7	c'8		
	d'2	d'3	d'4	d'5	d'6	d'7	d'8		
	e'2	e'3	e'4	e'5	e'6	e'7	e'8		
	f'2	f'3	f'4	f'5	f'6	f'7	f'8		
	g'2	g'3	g'4	g'5	g'6	g'7	g'8		

obraz po filtracji



$$a'1 = a1 * F5 + a2 * F6 + b1 * F8 + b2 * F9 + ? * F1 + ? * F2 + ? * F3 + ? * F4 + ? * F7$$

Filtracja w dziedzinie przestrzennej polega na przykładaniu maski filtru do kolejnych pikseli obrazu oryginalnego i wyznaczeniu wyniku operacji splotu. Co zrobić na krańcach obrazu? Przez co przemnożyć elementy maski filtru pod którymi zabrakło nam pikseli obrazu?

Dodajemy dodatkowe wiersze i kolumny i wypełniamy je: "0" (czarny)

F1	F2	F3	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F4	F5	F6	a3	a4	a5	a6	a7	a8	a9
0	a1	a2	0	0	0	0	0	0	0
F7	F8	F9	b3	b4	b5	b6	b7	b8	b9
0	b1	b2	0	0	0	0	0	0	0
0	c1	c2	c3	c4	c5	c6	c7	c8	c9
0	d1	d2	d3	d4	d5	d6	d7	d8	d9
0	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9
0	f1	f2	f3	f4	f5	f6	f7	f8	f9
0	g1	g2	g3	g4	g5	g6	g7	g8	g9
0	h1	h2	h3	h4	h5	h6	h7	h8	h9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

obraz oryginalny



a'1									
	b'2	b'3	b'4	b'5	b'6	b'7	b'8		
	c'2	c'3	c'4	c'5	c'6	c'7	c'8		
	d'2	d'3	d'4	d'5	d'6	d'7	d'8		
	e'2	e'3	e'4	e'5	e'6	e'7	e'8		
	f'2	f'3	f'4	f'5	f'6	f'7	f'8		
	g'2	g'3	g'4	g'5	g'6	g'7	g'8		

obraz po filtracji

$$a'1 = a1 * F5 + a2 * F6 + b1 * F8 + b2 * F9$$

Filtracja w dziedzinie przestrzennej polega na przykładaniu maski filtru do kolejnych pikseli obrazu oryginalnego i wyznaczeniu wyniku operacji splotu. Co zrobić na krańcach obrazu? Przez co przemnożyć elementy maski filtru pod którymi zabrakło nam pikseli obrazu?

Dodajemy dodatkowe wiersze i kolumny i wypełniamy je: "255" (biały)

F1	F2	F3	255	255	255	255	255	255	255	255
255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255
F4	F5	F6	a3	a4	a5	a6	a7	a8	a9	255
255	a1	a2								
F7	F8	F9	b3	b4	b5	b6	b7	b8	b9	255
255	b1	b2								
255	c1	c2	c3	c4	c5	c6	c7	c8	c9	255
255	d1	d2	d3	d4	d5	d6	d7	d8	d9	255
255	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	255
255	f1	f2	f3	f4	f5	f6	f7	f8	f9	255
255	g1	g2	g3	g4	g5	g6	g7	g8	g9	255
255	h1	h2	h3	h4	h5	h6	h7	h8	h9	255
255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255

obraz oryginalny



a'1										
	b'2	b'3	b'4	b'5	b'6	b'7	b'8			
	c'2	c'3	c'4	c'5	c'6	c'7	c'8			
	d'2	d'3	d'4	d'5	d'6	d'7	d'8			
	e'2	e'3	e'4	e'5	e'6	e'7	e'8			
	f'2	f'3	f'4	f'5	f'6	f'7	f'8			
	g'2	g'3	g'4	g'5	g'6	g'7	g'8			

obraz po filtracji



$$a'1 = a1 \cdot F5 + a2 \cdot F6 + b1 \cdot F8 + b2 \cdot F9 + 255 \cdot F1 + 255 \cdot F2 + 255 \cdot F3 + 255 \cdot F4 + 255 \cdot F7$$

Filtracja w dziedzinie przestrzennej polega na przykładaniu maski filtru do kolejnych pikseli obrazu oryginalnego i wyznaczeniu wyniku operacji splotu. Co zrobić na krańcach obrazu? Przez co przemnożyć elementy maski filtru pod którymi zabrakło nam pikseli obrazu?

Dodajemy dodatkowe wiersze i kolumny i wypełniamy je: wartościami

F1	F2	F3	a3	a4	a5	a6	a7	a8	a9	a9
a1	a1	a2	a3	a4	a5	a6	a7	a8	a9	a9
F4	F5	F6	a3	a4	a5	a6	a7	a8	a9	a9
a1	a1	a2	a3	a4	a5	a6	a7	a8	a9	a9
F7	F8	F9	b3	b4	b5	b6	b7	b8	b9	b9
b1	b1	b2	b3	b4	b5	b6	b7	b8	b9	b9
c1	c1	c2	c3	c4	c5	c6	c7	c8	c9	c9
d1	d1	d2	d3	d4	d5	d6	d7	d8	d9	d9
e1	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	e9
f1	f1	f2	f3	f4	f5	f6	f7	f8	f9	f9
g1	g1	g2	g3	g4	g5	g6	g7	g8	g9	g9
h1	h1	h2	h3	h4	h5	h6	h7	h8	h9	h9
h1	h1	h2	h3	h4	h5	h6	h7	h8	h9	h9

obraz oryginalny



a'1	a'2	a'3	a'4	a'5	a'6	a'7	a'8	a'9
b'1	b'2	b'3	b'4	b'5	b'6	b'7	b'8	b'9
c'1	c'2	c'3	c'4	c'5	c'6	c'7	c'8	c'9
d'1	d'2	d'3	d'4	d'5	d'6	d'7	d'8	d'9
e'1	e'2	e'3	e'4	e'5	e'6	e'7	e'8	e'9
f'1	f'2	f'3	f'4	f'5	f'6	f'7	f'8	f'9
g'1	g'2	g'3	g'4	g'5	g'6	g'7	g'8	g'9
h'1	h'2	h'3	h'4	h'5	h'6	h'7	h'8	h'9

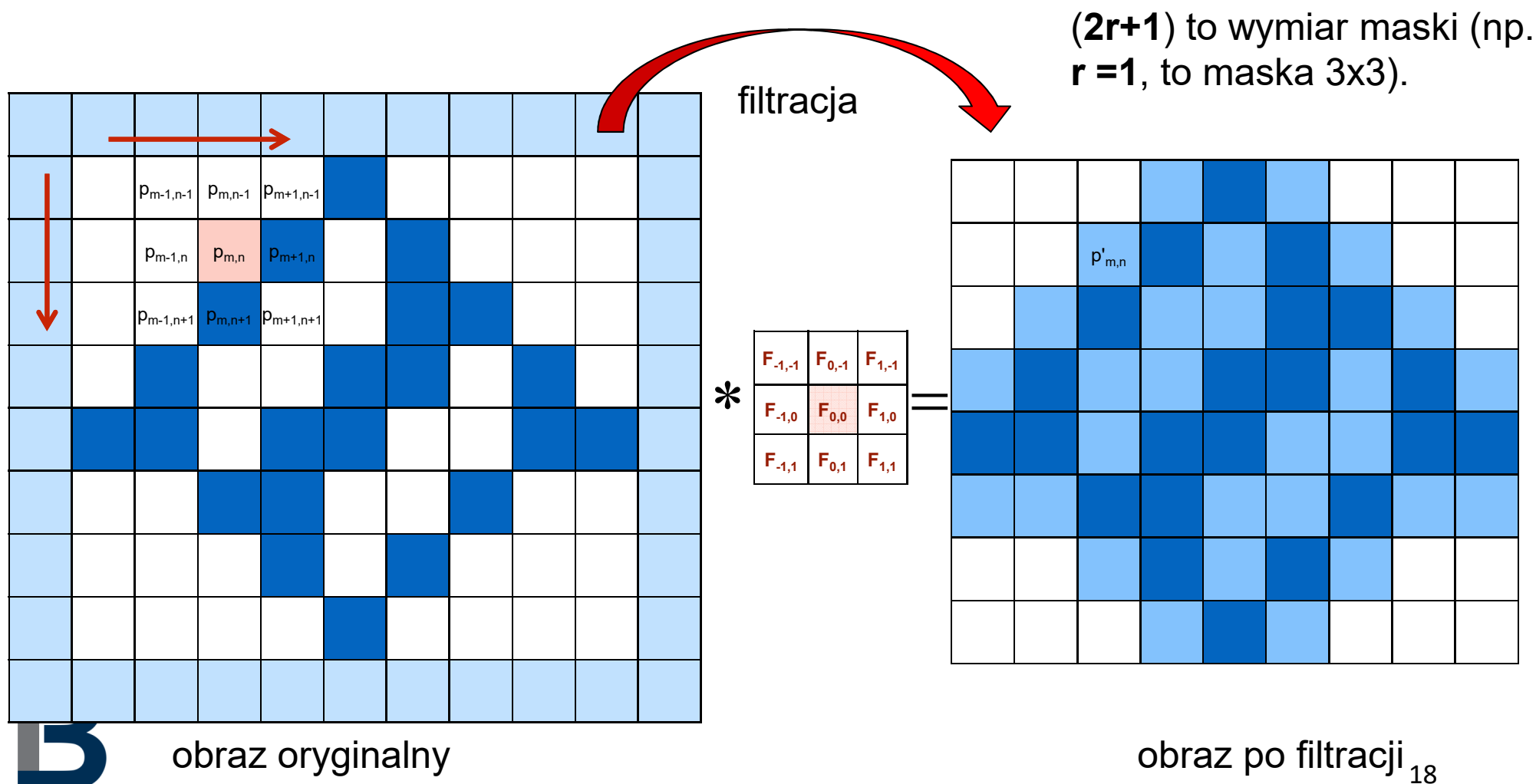
obraz po filtracji



$$a'1 = a1 * F5 + a2 * F6 + b1 * F8 + b2 * F9 + a1 * F1 + a1 * F2 + a2 * F3 + a1 * F4 + b1 * F7$$

Wzór iteracyjny opisujący operację splotu filtra z obrazem ma postać:

$$p'_{m,n} = \sum_{k=-r}^r \sum_{l=-r}^r F_{k,l} \cdot p_{m-k,n-l} = \sum_{k=-r}^r \sum_{l=-r}^r F_{-k,-l} \cdot p_{m+k,n+l}$$



Wzór iteracyjny opisujący operację splotu filtru z obrazem ma postać:

$$p'_{m,n} = \sum_{k=-r}^r \sum_{l=-r}^r F_{k,l} \cdot p_{m-k,n-l} = \sum_{k=-r}^r \sum_{l=-r}^r F_{-k,-l} \cdot p_{m+k,n+l}$$

Podany wzór jest słuszny dla obliczenia splotu. Jeśli chodzi jednak o filtrację obrazów to musimy jeszcze zastosować normalizację, tak by wyznaczona nowa wartość piksela mieściła się w zakresie możliwości wyświetlacza, czyli 0 – 255.

Przykład:

Wyobraźmy sobie, że mamy maskę filtru, który ma wszystkie wartości jednakowe równe 1.

Filtrowany piksel $P(m,n)$ i jego 8 sąsiadów mają wartość 50.

Wówczas po filtracji otrzymamy:

$$P'(m,n) = 9 \cdot 50 = 450,$$

czego nie będziemy w stanie wyświetlić bez przeskalowania.

1	1	1
1	1	1
1	1	1

Wzór iteracyjny opisujący operację splotu filtru z obrazem ma postać:

$$p'_{m,n} = \sum_{k=-r}^r \sum_{l=-r}^r F_{k,l} \cdot p_{m-k,n-l} = \sum_{k=-r}^r \sum_{l=-r}^r F_{-k,-l} \cdot p_{m+k,n+l}$$

Podany wzór modyfikujemy o współczynnik normalizacji będący równy sumie wszystkich współczynników filtru:

$$wsp = \sum_{k=-r}^r \sum_{l=-r}^r F_{k,l}$$

Zatem, ostatecznie wzór na filtrację splotem otrzyma postać:

$$p'_{m,n} = \frac{1}{wsp} \cdot \sum_{k=-r}^r \sum_{l=-r}^r F_{k,l} \cdot p_{m-k,n-l} = \frac{1}{wsp} \cdot \sum_{k=-r}^r \sum_{l=-r}^r F_{-k,-l} \cdot p_{m+k,n+l}$$

$F_{-1,-1}$	$F_{0,-1}$	$F_{1,-1}$
$F_{-1,0}$	$F_{0,0}$	$F_{1,0}$
$F_{-1,1}$	$F_{0,1}$	$F_{1,1}$

Wzór iteracyjny opisujący operację splotu filtru z obrazem ma postać:

$$P'_{m,n} = \frac{1}{wsp} \cdot \sum_{k=-r}^r \sum_{l=-r}^r F_{k,l} \cdot P_{m-k,n-l} = \frac{1}{wsp} \cdot \sum_{k=-r}^r \sum_{l=-r}^r F_{-k,-l} \cdot P_{m+k,n+l}$$

Przykład:

Wyobraźmy sobie, że mamy maskę filtru, który ma wszystkie wartości jednakowe równe 1.

Filtrowany piksel $P(m,n)$ i jego 8 sąsiadów mają wartość 50.

Wówczas po filtracji otrzymamy:

$$wsp = 1+1+1+1+1+1+1+1+1 = 9$$

$$P'(m,n) = \frac{1}{wsp} \cdot \sum \sum F \cdot P = \frac{1}{9} \cdot (1 \cdot 50 + 1 \cdot 50 + 1 \cdot 50 + 1 \cdot 50 + 1 \cdot 50 + 1 \cdot 50 + 1 \cdot 50 + 1 \cdot 50 + 1 \cdot 50) = \frac{1}{9} \cdot 450 = 50$$

1	1	1
1	1 ₀	1
1	1	1

Filtracja dolnoprzepustowa

Działanie tego typu filtrów opiera się na usuwaniu elementów obrazu o wysokiej częstotliwości (np. dużych różnic w kolorach pomiędzy sąsiadującymi pikselami) i przepuszczaniu elementów o niskiej częstotliwości (ogólnych kształtów, bez szczegółów).

Ponieważ większość szumów występujących w obrazach, np. szum tzw. "sól i pieprz" (czarne i białe) zawiera składowe wysokoczęstotliwościowe – szybko zmieniająca się intensywność, filtry te przeważnie wykorzystuje się właśnie do eliminacji tego typu zakłóceń.

Właściwie dopasowując rząd maski filtru można usuwać zakłócenia różnej wielkości, ograniczając przy tym utratę szczegółów (wysokich częstotliwości) w odfiltrowywanym obrazie. Filtry dolnoprzepustowe to zazwyczaj filtry uśredniające z różnymi tzw. wagami.

Filtracja dolnoprzepustowa

Poniżej mamy przykłady masek filtrów dolnoprzepustowych:

1	1	1
1	1	1
1	1	1

filtr
uśredniający

1	1	1
1	2	1
1	1	1

1	2	1
2	4	2
1	2	1

2	4	2
4	8	4
2	4	2

filtry uśredniające
z wyróżnionym pikselem centralnym

1	1	1	1	1
1	2	4	2	1
1	4	8	4	1
1	2	4	2	1
1	1	1	1	1

Filtracja dolnoprzepustowa

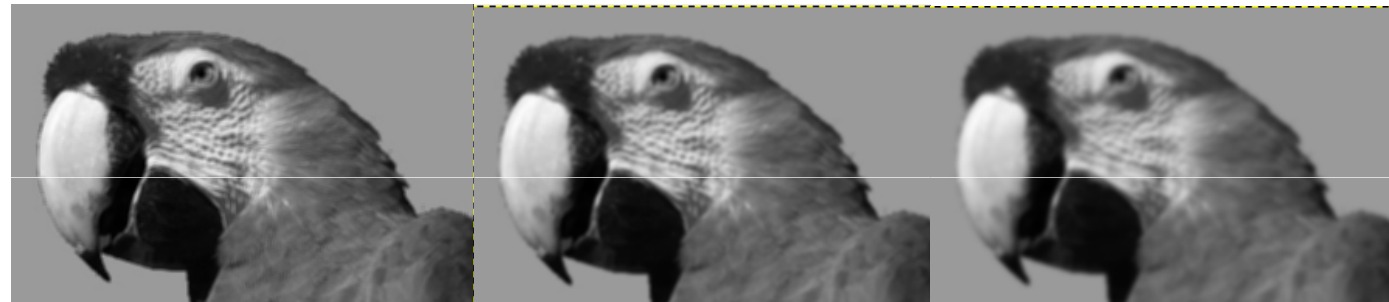
Przykładowe efekty filtracji:



1	1	1
1	1	1
1	1	1

1	2	1
2	4	2
1	2	1

1	1	1	1	1
1	2	4	2	1
1	4	8	4	1
1	2	4	2	1
1	1	1	1	1



W ten sposób usunęliśmy papudze zmarszczki.

Zapraszamy na kolejne zajęcia w przyszłym tygodniu