

Przykład obliczeń słupa hali przemysłowej obciążonego wymuszeniami dynamicznymi

Przykład oparty jest na wykorzystaniu do wymiarowania zbrojenia słupa diagramów z opracowania **K. Drąg: Wymiarowanie przekroju mimośrodowo ściskanego (słupa) obciążonego wielokrotnie zmiennie z zastosowaniem diagramów**. W tekście obliczeń zamieszczono w wybranych punktach dodatkowe wyjaśnienia. Tekst dodatkowych wyjaśnień pisany jest niebieską czcionką. Podstawowe materiały wykorzystane w przykładzie:

- [1] K. Drąg_ Wymiarowanie przekroju mimośrodowo ściskanego z użyciem diagramów (pdf)
- [2] Norma PN-EN 1992-1-1: 2008 Eurokod 2. Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków
- [3] K. Drąg_Projekt hali obliczenia prezentacja (pdf)

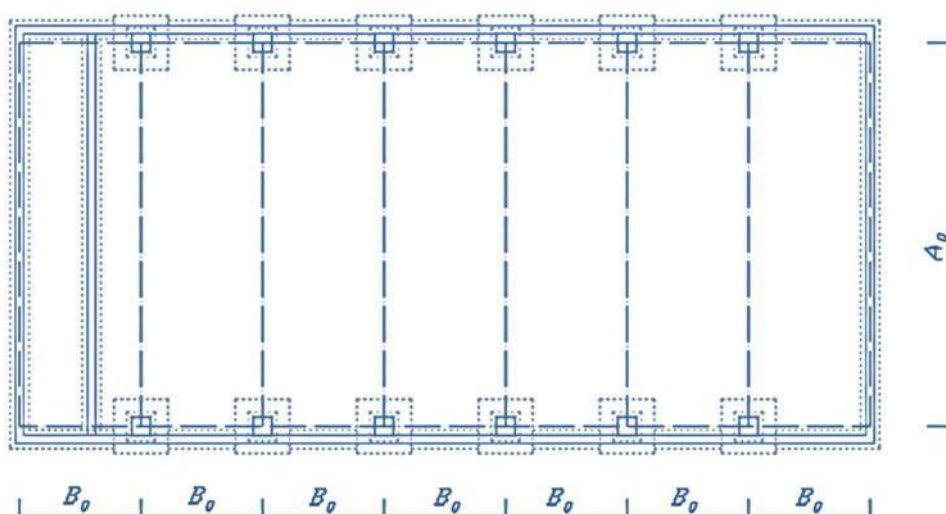
1. DANE PROJEKTOWE

Przykład opracowania wykonano na podstawie danych zestawionych tabelarycznie poniżej (Tab.1).

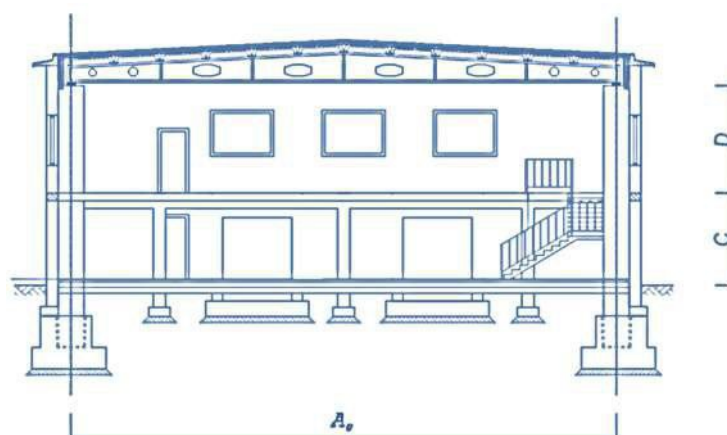
B_0	A_0	C	D	G_s	parametr*	F
[m]	[m]	[m]	[m]	[Mg]	[obr/min]	[kN]
5,70	24,90	4,30	3,70	4,00	530	14,30

*parametr – częstość wymuszająca;

Tab.1. Dane do projektu



Rys.1. Układ konstrukcyjny



Rys.2. Przekrój pionowy

2. DANE MATERIAŁOWE

Przyjęto następujące parametry wytrzymałościowe dla materiałów:

BETON KLASY C40/50

charakterystyczna wytrzymałość betonu na ściskanie: $f_{ck} = 40,00 \text{ [MPa]}$

współczynnik częściowy (materiałowy): $\gamma_c = 1,50 \text{ [-]}$

obliczeniowa wytrzymałość betonu na ściskanie:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 1,00 \cdot \frac{40,00}{1,50} = 26,67 \text{ [MPa]}$$

średnia wytrzymałość betonu na rozciąganie osiowe: $f_{ctm} = 3,50 \text{ [MPa]}$

wytrzymałość betonu na rozciąganie dla kwantyla 0,05: $f_{ctk,0.05} = 2,50 \text{ [MPa]}$

średni (sieczny) moduł sprężystości: $E_{cm} = 35 \text{ [GPa]}$

STAL ZBROJENIOWA RB500W (A-III N)

charakterystyczna granica plastyczności stali: $f_{yk} = 500,00 \text{ [MPa]}$

współczynnik częściowy (materiałowy): $\gamma_s = 1,15 \text{ [-]}$

obliczeniowa granica plastyczności stali:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500,00}{1,15} = 434,78 \text{ [MPa]}$$

moduł sprężystości: $E_s = 205 \text{ [GPa]}$

3. PROJEKT SŁUPA

3.1 ZAŁOŻENIA WSTĘPNE

3.1.1 POKRYCIE DACHU

Przyjęto pokrycie dachowe z płyt warstwowych **ARPANEL D PIR** z rdzeniem z pianki poliizocyjanurowej o grubości 100/140 [mm]. W oparciu o kartę producenta oszacowano ciężar 1 m² podanego typu płyty:

Grubość [mm]	60/100	80/120	100/140	120/160	160/200
System mocowania			standardowy		
Rdzeń izolacyjny			pianka poliizocyjanurowa PIR		
Szerokość płyty [mm]			1000		
Dostępne długości [m]			2 – 18,5		
Grubość okładzin [mm]			zewn. 0,5-0,7 / wew. 0,4-0,7		
Gęstość rdzenia [kg/m ³]			40 ± 3		
Waga [kg/m ²]	10,6	11,3	12,1	12,9	14,4

$$g_{\text{płyta,dachu}} = 12,10 \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \right] \cdot 9,81 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] = 118,70 \left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right] = 0,119 \left[\frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \right]$$

Obciążenia stałe połaci dachu		
Lp.	Rodzaj obciążenia	g _k
[-]		[kN/m ²]
1.	Płyty warstwowe ARPANEL D PIR 100/140 mm	0,119
	Σ	0,119

3.1.2 POKRYCIE ŚCIAN

Przyjęto wstępnie pokrycie ścian z płyt warstwowych *ARPANEL S PIR* zbudowanych z dwóch okładzin (wewnętrznej i zewnętrznej), wykonanych z blachy stalowej oraz rdzenia konstrukcyjno-izolacyjnego z pianki poliizocyjanurowej o grubości 100 [mm], uwzględniając przy tym standardowy system mocowania z karty producenta. W oparciu o nią oszacowano ciężar 1 m² podanego typu płyty:

Grubość [mm]	60	80	100
System mocowania		standardowy	
Rdzeń izolacyjny		pianka poliizocyjanurowa PIR	
Szerokość płyty [mm]		1000 / 1100 / 1150	
Dostępne długości [m]		2 – 18,5	
Grubość okładzin [mm]		zew. 0,5-0,7 / wew. 0,4-0,7	
Gęstość rdzenia [kg/m ³]		40 ± 3	
Waga [kg/m ²]	10,4	11,2	11,9

$$g_{\text{płyta, ścienna}} = 11,90 \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \right] \cdot 9,81 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] = 116,74 \left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right] = 0,117 \left[\frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \right]$$

Obciążenia stałe pokrycia ścian		
Lp.	Rodzaj obciążenia	g _k
[-]		[kN/m ²]
1.	Płyty warstwowe ARPANEL S MiWo 100 mm	0,117
	Σ	0,117

3.1.3 PŁATWIE DACHOWE

Przyjęto przekrój *IPE200* ze stali *S235*. Spełnia on wymagania producenta przyjętego pokrycia dachowego pod względem zapewnienia minimalnej szerokości przypadającej dla podpory skrajnej oraz pośredniej:

wymagana szerokość podpory skrajnej: 41 [mm] – warunek spełniony

wymagana szerokość podpory pośredniej: 82 [mm] – warunek spełniony

DOBRANY PROFIL – IPE200			
Opis	Symbol	Wartość	Jednostka
Wysokość przekroju	h	200	[mm]
Szerokość pól	b	100	[mm]
Grubość pól	t _f	8,5	[mm]
Wysokość środnika	h ₌	159	[mm]
Grubość środnika	t _w	5,6	[mm]
Promień zaokrąglenia	R	12	[mm]
Masa rozłożona	m	22,4	[kg/m]
Pole przekroju	A	28,5	[cm ²]
Moment bezwładności osi y-y	I _y	1940	[cm ⁴]
Wskaźnik wytrż. plastycznej y-y	W _{pl,y}	220	[cm ³]
Moment bezwładności osi z-z	I _z	142	[cm ⁴]
Wskaźnik wytrż. plastycznej z-z	W _{pl,z}	44,61	[cm ³]
Wycinkowy moment bezwładności	I _w	13000	[cm ⁶]
Moment bezwł. czystego skręcania	I _t	6,98	[cm ⁴]

$$g_{k,platew\ cw} = m \cdot g = 22,40 \left[\frac{kg}{m^2} \right] \cdot 9,81 \left[\frac{m}{s^2} \right] = 219,74 \left[\frac{N}{m^2} \right] = 0,220 \left[\frac{kN}{m^2} \right]$$

3.1.5 DŹWIGAR DACHOWY

Przyjęto katalogowy przekrój dźwigara sprężonego – PEKABEX – IVO 1200/400.

Charakterystyka:											
Przekrój	h [mm]	b [mm]	t _{f1} [mm]	d ₁ [mm]	d ₂ [mm]	t _{f2} [mm]	t _w [mm]	L _{min} [m]	L _{max} [m]	ciężar własny* [kN/m]	
IV 1000/400	1000	400	80	100	150	80	80	15,00	18,00	4,72	
IV 1100/400	1100	400	80	100	150	80	80	18,00	22,00	4,32	
IV 1200/400	1200	400	80	100	150	80	80	22,00	26,00	4,48	
IV 1300/400	1300	400	80	100	150	80	80	26,00	30,00	4,58	
IV 1400/500	1400	500	80	130	200	80	80	26,00	30,00	5,80	
IV 1500/500	1500	500	80	130	200	80	80	30,00	34,00	5,90	
IV 1600/500	1600	500	80	130	200	80	80	34,00	38,00	5,95	

* – obciążenie zastępcze, które można przyjmować do obliczeń statyki konstrukcji i elementu.

Można tworzyć wysokości pośrednie elementów poprzez podwyższenie wysokości górnego i/lub dolnego pasa o 50 mm.

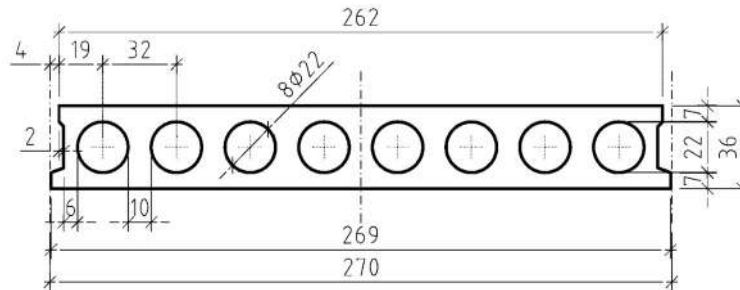
Nachylenie górnej krawędzi dźwigara: 5,00 [%] → $\text{tg}^{-1}(5/100) \cdot 180/\pi = 2,862 [^\circ]$

Ciężar własny dźwigara: $q_{k,dzwigar,cw} = 4,48 [kN/m]$

3.1.6 PŁYTA STROPOWA

W zaprojektowano własną - opartą na podstawowym module projektowym (10 cm) geometrię płyt stropowych (Rys.3).

Rys.3. Geometria płyty kanałowej



Rys.3. Geometria płyty kanałowej

Przyjęta średnica otworów: $D = 22,0 \text{ [cm]}$

Ilość otworów w płycie: $n = 8 \text{ [-]}$

Pole pojedynczego otworu: $A_{\phi} = \pi \cdot D^2/4 = 380,13 \text{ [cm}^2\text{]}$

Pole pojedynczego otworu: $A = h_p \cdot B_m - n \cdot A_{\phi} = 0,36 \cdot 2,70 - 8 \cdot 0,038 = 0,668 \text{ [m}^2\text{]}$

Przyjęty ciężar objętościowy betonu: $\gamma = 24,00 \text{ [kN/m}^3\text{]}$

Ciężar płyty kanałowej: $G = A \cdot \gamma \cdot 1,0 = 0,668 \cdot 24,0 \cdot 1,0 = 16,029 \text{ [kN/mb]}$

Przyjęte obciążenie użytkowe stropu: $p = 2,00 \text{ [kN/m}^2\text{]}$

Siła wypadkowa od obciążenia użytkowego na pasmo o długości 1m i szerokości B_m):

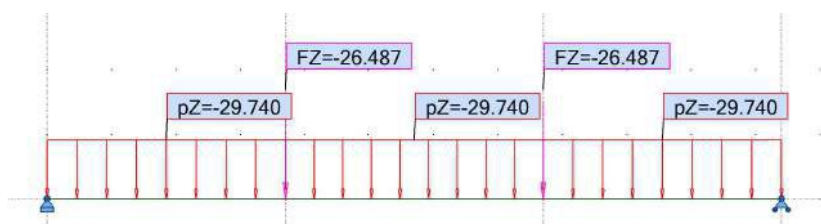
$$P_B = 2,00 \cdot 2,70 \cdot 1,0 = 5,40 \text{ [kN]}$$

Ciężar pojedynczej maszyny $G_s = 4000 \text{ [kg]}$

Przyjęto, że na pasmie stropu o szerokości 1 m może stać tylko jedna para podpór maszyny.

Poniżej przedstawiono tabelarycznie obciążenia i schemat statyczny rozpatrywany w ramach analizy statycznej układu (wartości charakterystyczne oraz obliczeniowe):

Lp.	Nazwa oddziaływania	q_k	γ_f	q_d
		$[\text{kN/m}]$	$[-]$	$[\text{kN/m}]$
[1]	Obciążenie stałe	16,029	1,35	21,640
[2]	Obciążenie zmienne	5,400	1,50	8,100
$\Sigma =$		21,429		29,740



Wyznaczone reakcje podporowe z płyty na podciąg:

$$R_a = R_b = 84,76 \text{ kN}$$

Reakcja z płyty na 1mb podciągu:

$$R_a=R_b=84,76 \text{ [kN]} / 2,7 \text{ [m]} = 31,39 \text{ [kN/mb]}$$

3.2 OBLICZENIA

Założone wstępnie wymiary przekroju poprzecznego słupa:

$B_s = 60 \text{ [cm]}$ - wymiar z płaszczyzny dźwigara;

$H_s = 120 \text{ [cm]}$ - wymiar w płaszczyźnie dźwigara;

3.2.1 ZEBRANIE OBCIĄŻEŃ

3.2.1.1 OBCIĄŻENIA OD DACHU

Obciążenie śniegiem wg PN-EN 1991-1-3:2005. Założono::

Budynek znajduje się w III strefie obciążenia śniegiem na wysokości (n.p.m.) $A = 225\text{m}$

Strefy obciążenia śniegiem:

Strefa	$s_k, \text{ kN/m}^2$
1	$0,007A - 1,4; \quad s_k \geq 0,70$
2	0,9
3	$0,006A - 0,6; \quad s_k \geq 1,2$
4	1,6
5	$0,93\exp(0,00134A); \quad s_k \geq 2,0$

UWAGA: A = Wysokość nad poziomem morza (m)



Obc. charakterystyczne śniegiem gruntu: $s_{nk} = \max(0,006A - 0,6; 1,2)$

$$s_{nk} = \max(0,006 \cdot 225 - 0,6; 1,2) = 1,2 \text{ [kN/m}^2\text{]}$$

Współczynnik ekspozycji: $c_e = 1,0 \text{ [-]}$ (przyjęto, że budynek zlokalizowany jest na obszarze, na którym nie występuje znaczące przenoszenie śniegu przez wiatr na budowle z powodu ukształtowania terenu, innych budowli lub drzew)

Współczynnik termiczny: $c_t = 1,0 \text{ [-]}$

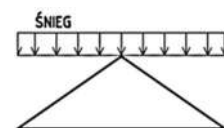
Współczynnik kształtu dachu: $\mu_1 = 0,80 \text{ [-]}$ – kąt nachylenia $\leq 30^\circ$

Obc. charakterystyczne śniegiem dachu: $s_k = \mu_1 \cdot c_e \cdot c_t \cdot s_{nk}$

$$s_k = 0,80 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 1,2 = 0,960 \text{ [kN/m}^2\text{]}$$

Współczynnik obciążenia: $\gamma_f = 1,50 \text{ [-]}$

Obciążenie obliczeniowe (śnieg): $s = s_k \cdot \gamma_f = 0,960 \cdot 1,50 = 1,440 \text{ [kN/m}^2\text{]}$



Obciążenie technologiczne

Przyjęto dodatkowo wartość obciążenia technologicznego: $p = 0,20 \text{ [kN/m}^2\text{]}$

Maksymalne obciążenia

Poniżej zestawiono tabelarycznie obciążenia maksymalne przypadające na płatew dachową. Każdą wielkość rozpatrywanego oddziaływania przemnożono przez rzeczywisty rozstaw płatwi w celu uzyskania wartości obciążenia przedstawionej w postaci obciążenia równomiernie rozłożonego na długości płatwi.

Rozstaw płatwi (w rzucie): przyjęto $e_1 = 2,00 \text{ [m]}$

Rzeczywisty rozstaw płatwi gdzie: $e = e_1 / \cos \alpha$; α – kąt nachylenia połaci dachu

$$e = 2,00 / \cos(2,862^\circ) = 2,002 \text{ [m]}$$

ZESTAWIENIE MAKSYMALNYCH OBCIĄŻEŃ PŁATWI						
Lp.	Rodzaj obciążenia	q_k	$q_{k,platew,i} = q_k \cdot e$	Obciążenie charakterystyczne		Symbol
				$q_{\perp}$	$q_{\parallel}$	
[-]	[-]	[kN/m ²]	[kN/mb]	[kN/mb]	[kN/mb]	[-]
1.	Ciężar własny pokrycia dachu	0,119	0,238	0,237	0,012	STA1
2.	Ciężar własny płatwi	-	0,220	0,219	0,011	STA1
3.	Obciążenie technologiczne ($p \times \cos \alpha$)	0,200	0,401	0,400	0,020	EKSP1
4.	Obciążenie śniegiem ($s \times \cos \alpha$)	0,959	1,921	1,920	0,096	SN1

Przykładowe obliczenia (dla obciążenia śniegiem - rzutowanego):

$$q_k = s \times \cos(\alpha) = 0,960 \times \cos(2,862^\circ) = 0,959 \text{ [kN/m}^2\text{]}$$

$$q_{k,platew,i} = q_k \times e = 0,959 \text{ [kN/m}^2\text{]} \times 2,0025 \text{ [m]} = 1,921 \text{ [kN/mb]}$$

$$q_I = q_{k,platew,i} \times \cos(\alpha) = 1,921 \times \cos(2,862^\circ) = 1,920 \text{ [kN/mb]}$$

$$q_{II} = q_{k,platew,i} \times \sin(\alpha) = 1,921 \times \sin(2,862^\circ) = 0,096 \text{ [kN/mb]}$$

Uwaga: Ze względu na małe wartości poziomych składowych obciążenia w dalszych rozważaniach uwzględniono tylko składowe pionowe.

Poniżej zestawiono tabelarycznie obciążenia przypadające na dźwigar dachowy. W celu uzyskania obciążeń przyłożonych w płaszczyźnie dźwigara wszystkie oddziaływania z płatwi dachowej przemnożono przez rozstaw dźwigarów (równy rozstawowi słupów): $B_0 = 5,70 \text{ [m]}$.

OBCIĄŻENIA - DŹWIGAR SPRĘŻONY						
Lp.	Rodzaj obciążenia	Obciążenie liniowe (1)	Składowa pionowa (2)	Obc. płatwi pośredniej	Obc. płatwi kalenicowej/okapowej	Symbol
[-]	[-]	$q_k \text{ [kN/m]}$	$q_k \text{ [kN/mb]}$	$R_{k,p} \text{ [kN]}$	$R_{k,s/k} \text{ [kN]}$	[-]
1.	Ciężar własny pokrycia dachowego	-	0,237	1,353	0,677	STA1
2.	Ciężar własny płatwi	-	0,219	1,251	1,251	STA1
3.	Ciężar własny dźwigara	4,480	-	-	-	STA1
4.	Obc. technologiczne	-	0,400	2,280	1,140	EKSP1

5.	Obciążenie śniegiem (symetryczne)	-	1,920	10,944	5,472	SN1
6.	Obciążenie śniegiem (niesymetryczne)	-	0,960	5,472	2,736	SN2/SN3
Suma obciążeń stałych:			Σ-stałe	2,604	1,928	

(1) obciążenie w płaszczyźnie dźwigara;

(2) obciążenie z płaszczyzny dźwigara;

Przykładowe obliczenia dla obciążenia od ciężaru własnego pokrycia dachowego:

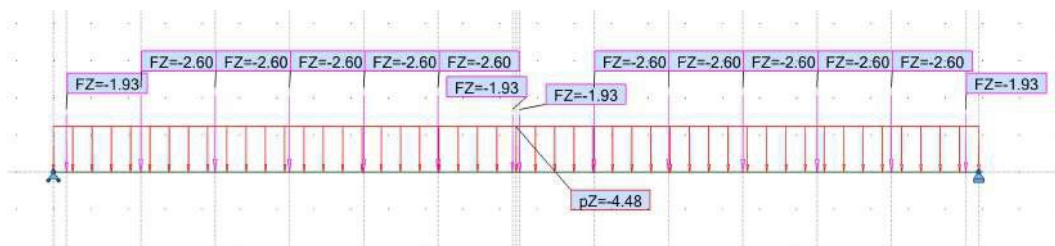
$q = 0,237$ – składowa pionowa oddziaływania,

$$R_{k,p} = q_{l-} \cdot B_0 = 0,237 \cdot 5,70 = 1,353 \text{ [kN]}$$

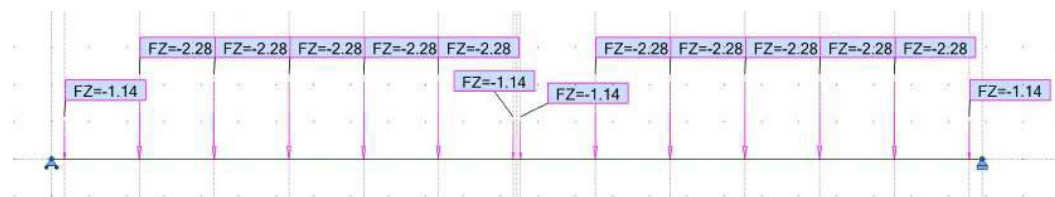
Płatew kalenicowa / okapowa przejmuje połowę obciążenia przypadającego na płatew pośrednią, stąd:

$$R_{k,s/k} = 0,5 \cdot R_{k,p} = 0,5 \cdot 1,353 = 0,677 \text{ [kN]}$$

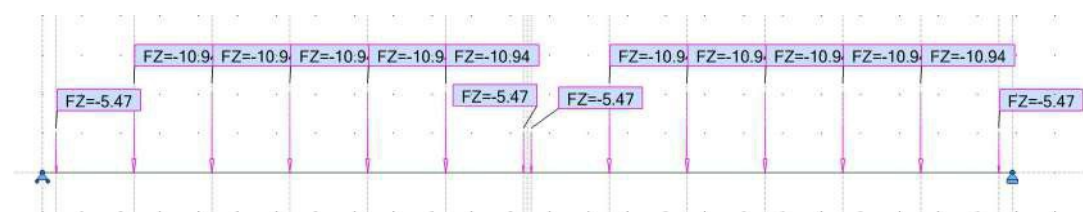
Przypadek obciążenia *STAI* – obciążenia stałe:



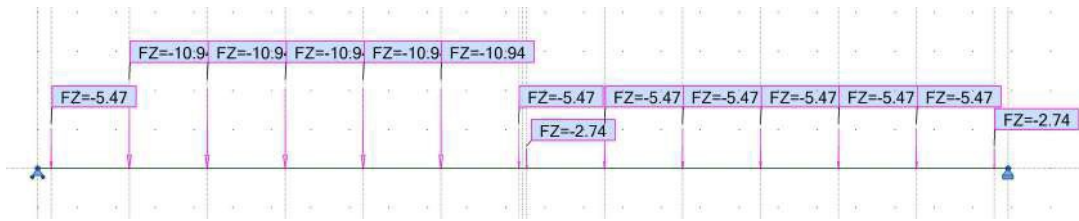
Przypadek obciążenia *EKSPI* – obciążenia zmienne:



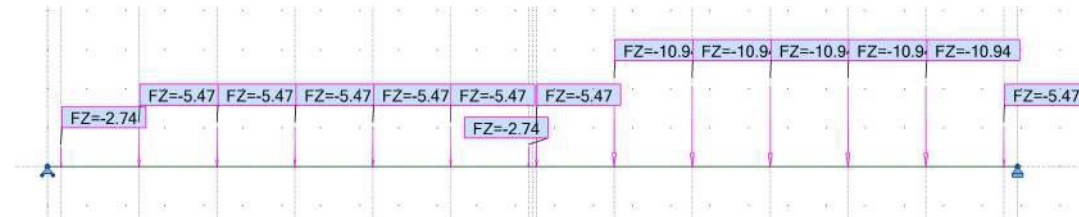
Przypadek obciążenia *SN1* – obciążenia śniegiem (symetryczne):



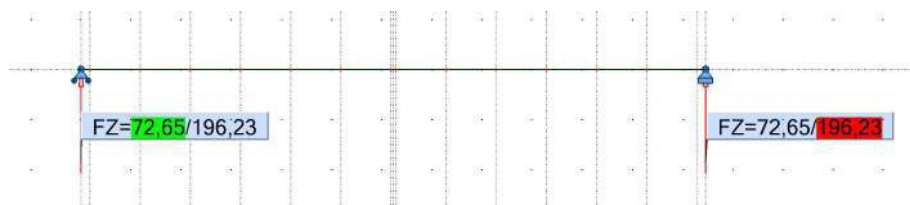
Przypadek obciążenia SN2 – obciążenia śniegiem (niesymetryczne):



Przypadek obciążenia SN3 – obciążenia śniegiem (niesymetryczne):



Dla obwiedni SGN otrzymano następujące wartości reakcji podporowych:



Reakcja na słup od obciążenia przekazywanego z dachu: $R_{DD} = 196,23$ [kN]

3.2.2 OBCIĄŻENIA OD STROPU

Obciążenie stropu zostało określone w punkcie 3.1.6.

Obciążenie ze stropu na podciąg: $q_s = 31,39$ [kN/mb]

Układ konstrukcyjny podciagu tworzą trzy belki prefabrykowane o zróżnicowanej wysokości przekroju. Belki skrajne opierają się na wspornikach słupów (Rys.4).

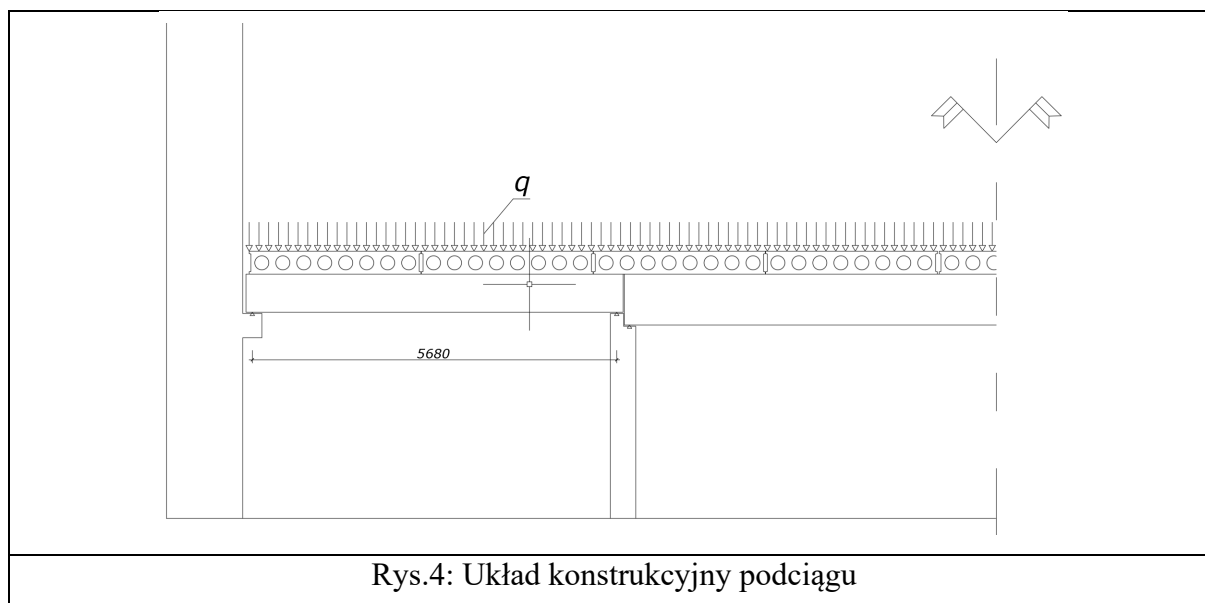
Przekrój belek skrajnych: $b_b \times h_b = 0,4$ [m] $\times$ $0,6$ [m]

Ciężar belki (charakterystyczny): $g_{b,k} = 0,4$ [m] $\times$ $0,6$ [m] $\times$ $24,0$ [kN/m³] = $5,76$ [kN/mb]

Ciężar obliczeniowy: $g_{b,k} = 1,35 \times 5,76$ [kN/mb] = $7,78$ [kN/mb]

Całkowite obciążenie podciagu: $q_p = q_s + q_b = 31,39 + 7,78 = 39,17$ [kN/mb]

Reakcja z podciagu na wspornik: $R_{BS} = 0,5 \times 39,17$ [kN/mb] $\times$ $5,68$ [m] = $111,25$ [kN]



3.2.3 OBCIĄŻENIA DODATKOWE NA SŁUP

W ramach analizy statycznej układu uwzględniono także ciężar pokrycia ściennego wykonanego z płyt warstwowych. Założono, że są bezpośrednio oparte słupach (rozstaw podpór montażowych równy rozstawowi słupów).

Tabela 2.: Zestawienie obciążeń dodatkowych przypadających na słup

OBCIĄŻENIA - SŁUP					
Lp.	Rodzaj obciążenia	Obciążenie ściany	Obc. słupa pośredniego	Obc. słupa skrajnego	Symbol
[-]	[-]	q_k [kN/m ²]	p_s [kN/m]	p_{ss} [kN/m]	[-]
1.	Ciężar własny pokrycia ściennego	0,117	0,665	0,333	STA1

3.3 ANALIZA STATYCZNA

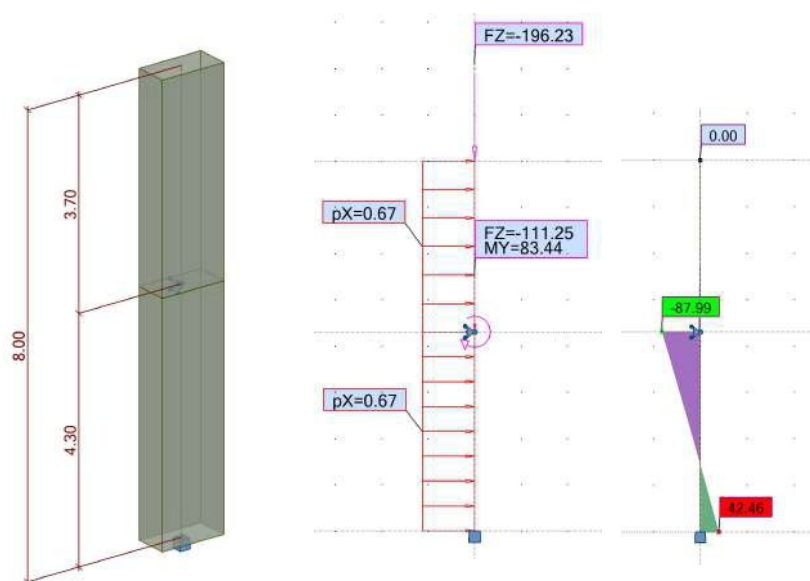
Przyjęte wymiary wspornika słupa:

Wysięg: $b_w = 30$ [cm]; wysokość: $h_w = 40$ [cm];

Wprowadzony mimośród działania siły z podciągu stropu (przyjęto podparcie podciągu w połowie wysięgu wspornika): $e_{BS} = 0,5 \cdot b_w + 0,5 \cdot H_s = 0,5 \cdot 0,30 + 0,5 \cdot 1,20 = 0,75$ [m]

Moment działający na słup (wynikający z powstałego mimośrod):

$$M_{BS} = R_{BS} \cdot e_{BS} = 111,25 \cdot 0,75 = 83,44 \text{ [kNm]}$$

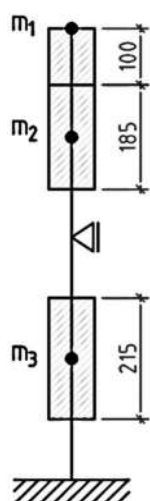


Rys.5. Analiza statyczna: schemat obciążenia oraz wykres momentów [kNm]

3.4 ANALIZA DYNAMICZNA

3.4.1 WYZNACZENIE MACIERZY MAS

Przyjęty schemat dynamiczny



Rys.6: Przyjęty schemat dynamiczny układu

Na masę m_1 składa się obciążenie zebrane z dachu – ciężar własny dźwigara, warstwy wykończeniowe oraz obciążenie śniegiem – z połowy projektowej rozpiętości hali. Doliczono dodatkowo część ciężaru własnego słupa z odcinka o wysokości $h_1 = 100$ [cm]:

$$Q_1 = N_{DD} + h_1 \cdot H_s \cdot B_s \cdot \gamma_{\text{żelbet}}$$

$$Q_1 = 196,23 \text{ [kN]} + 1,00 \text{ [m]} \cdot 1,20 \text{ [m]} \cdot 0,60 \text{ [m]} \cdot 25,00 \text{ [kN/m}^3\text{]} = 214,23 \text{ [kN]}$$

$$m_1 = \frac{Q_1}{g} = \frac{214,23 \cdot 10^3 [N]}{9,81 [m/s^2]} = 21837,92 [kg]$$

Na masy m_2 i m_3 składa się wyłącznie ciężar własny samego słupa, zebrany z odpowiadających odcinków o wysokościach $h_2 = 185 [cm]$, $h_3 = 215 [cm]$:

$$Q_2 = h_2 \cdot H_s \cdot B_s \cdot \gamma_{\text{żelbet}}$$

$$Q_2 = 1,85 [m] \cdot 1,20 [m] \cdot 0,60 [m] \cdot 25,00 [kN/m^3] = 33,30 [kN]$$

$$m_2 = \frac{Q_2}{g} = \frac{33,30 \cdot 10^3 [N]}{9,81 [m/s^2]} = 3394,49 [kg]$$

$$Q_3 = h_3 \cdot H_s \cdot B_s \cdot \gamma_{\text{żelbet}}$$

$$Q_3 = 2,15 [m] \cdot 1,20 [m] \cdot 0,60 [m] \cdot 25,00 [kN/m^3] = 38,70 [kN]$$

$$m_3 = \frac{Q_3}{g} = \frac{38,70 \cdot 10^3 [N]}{9,81 [m/s^2]} = 3944,95 [kg]$$

Macierz mas wygląda następująco:

$$M = \begin{bmatrix} 21,838 & 0 & 0 \\ 0 & 3,395 & 0 \\ 0 & 0 & 3,945 \end{bmatrix}$$

3.4.2 WYZNACZENIE MACIERZY PODATNOŚCI

Siła normalna max. (przy podstawie słupa) działająca na słup:

$$N_{Ed} = N_{DD} + N_{BS} + (C + D) \cdot H_s \cdot B_s \cdot \gamma_{\text{żelbet}}$$

$$N_{Ed} = 196,23 + 111,25 + (4,30 + 3,70) \cdot 1,20 \cdot 0,60 \cdot 25 = 451,48 [kN]$$

Minimalne pole zbrojenia:

$$A_{s1,max} = \max \left\{ \frac{0,1 \cdot N_{Ed}}{f_{yd}} = \max \left\{ \frac{0,1 \cdot 451,48}{43,478} = \max(1,038; 14,40) = 14,40 [cm^2] \right. \right.$$

gdzie: A_c – pole przekroju części betonowej słupa;

Moment bezwładności:

$$\text{Współczynnik proporcjonalności: } \alpha_e = \frac{E_s}{E_c} = \frac{205}{35} = 5,857 [-]$$

Odległość krawędzi od środka ciężkości zbrojenia rozciąganego: przyjęto $a_l = 5,00 [cm]$

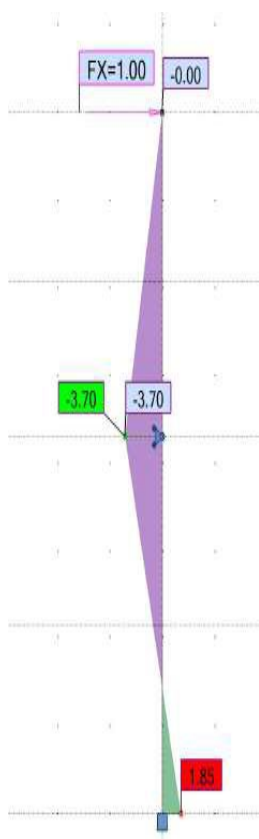
$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} + 2 \cdot A_{min} \cdot \left(\frac{h}{2} - a_1 \right) \cdot \alpha_e$$

$$I = \frac{0,60 \cdot 1,20^3}{12} + 2 \cdot 14,40 \cdot 10^{-4} \cdot \left(\frac{1,20}{2} - 0,05 \right) \cdot 5,857 = 0,0912 [m^2]$$

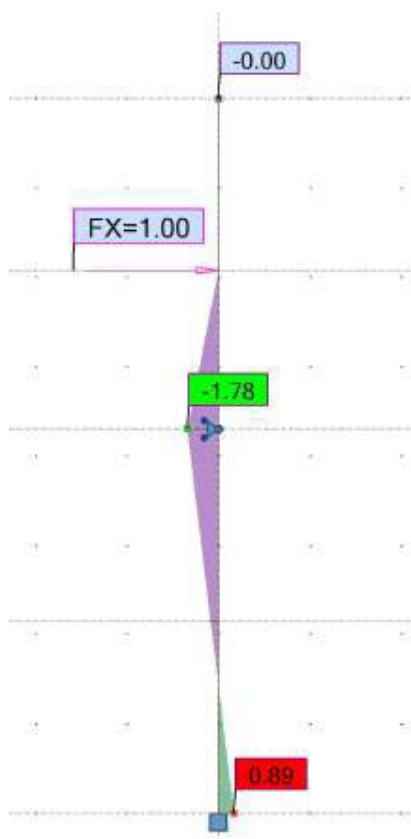
Sztywność giętna przekroju:

$$EI = 35 \cdot 10^6 \cdot 0,0915 = 3202596 [kNm^2]$$

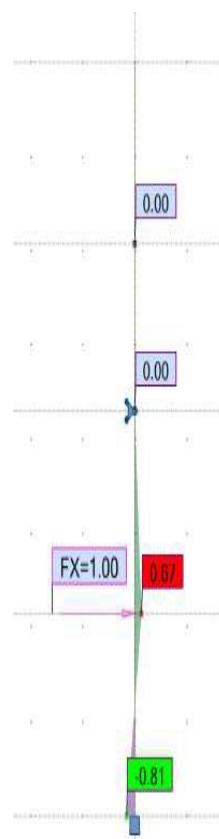
Poniżej przedstawiono wykresy momentów zginających od wymuszeń – sił jednostkowych przyłożonych w miejscach lokalizacji mas skupionych – odpowiednio m_1 , m_2 oraz m_3 :



Wymuszenie w pkt. m_1



Wymuszenie w pkt. m_2



Wymuszenie w pkt. m_3

Podatności układu:

Do wyznaczenia elementów macierzy podatności wykorzystano metodę całkowania graficznego (Wereszczagina). Miejsca położenia zerowych wartości momentów zginających odczytano w programie ARSA. Obliczenia przedstawiono poniżej:

$$\delta_{11} = \int \frac{M_1 M_1}{EI} dx$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{3202596} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 3,70 \cdot 3,70 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3,70 + \frac{1}{2} \cdot 3,70 \cdot 2,87 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3,70 + \frac{1}{2} \cdot 1,85 \cdot 1,43 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1,85 \right) = 9,871 \cdot 10^{-6}$$

$$\delta_{22} = \int \frac{M_2 M_2}{EI} dx$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{3202596} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 1,78 \cdot 1,78 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1,78 + \frac{1}{2} \cdot 1,78 \cdot 2,87 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1,78 + \frac{1}{2} \cdot 0,89 \cdot 1,43 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,89 \right) = 1,651 \cdot 10^{-6}$$

$$\delta_{33} = \int \frac{M_3 M_3}{EI} dx$$

$$\delta_{33} = \frac{1}{3202596} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 0,67 \cdot 2,15 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,67 + \frac{1}{2} \cdot 0,67 \cdot 0,97 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,67 + \frac{1}{2} \cdot 0,81 \cdot 1,18 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,81 \right) = 2,264 \cdot 10^{-7}$$

$$\delta_{12} = \int \frac{M_1 M_2}{EI} dx$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{1}{3202596} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 3,70 \cdot 3,70 \cdot 0,55 + \frac{1}{2} \cdot 3,70 \cdot 2,87 \cdot 1,18 + \frac{1}{2} \cdot 1,85 \cdot 1,43 \cdot 0,59 \right) = 3,377 \cdot 10^{-6}$$

$$\delta_{23} = \int \frac{M_2 M_3}{EI} dx$$

$$\delta_{23} = \delta_{32} = -\frac{1}{3202596} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 1,78 \cdot 2,87 \cdot 0,30 + \frac{1}{2} \cdot 0,89 \cdot 1,43 \cdot 0,48 \right) = -3,347 \cdot 10^{-7}$$

$$\delta_{13} = \int \frac{M_1 M_3}{EI} dx$$

$$\delta_{13} = \delta_{31} = -\frac{1}{3202596} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 3,70 \cdot 2,87 \cdot 0,30 + \frac{1}{2} \cdot 1,85 \cdot 1,43 \cdot 0,48 \right) = -6,956 \cdot 10^{-7}$$

Otrzymano ostatecznie następującą macierz podatności

$$D = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \delta_{13} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \delta_{23} \\ \delta_{31} & \delta_{32} & \delta_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9,871 & 3,377 & -0,696 \\ 3,377 & 1,651 & -0,335 \\ -0,696 & -0,335 & 0,226 \end{bmatrix} \cdot 10^{-6}$$

Do wyznaczenia współczynników macierzy podatności można wykorzystać także program do obliczeń statycznych (RMwin, LinPro27 etc.). Należy przyłożyć jednostkową siłę do wybranego punktu skupienia masy i odczytać przemieszczenia poziome w tym i pozostałych punktach. Żeby wartość odczytanego przemieszczenia ściśle odpowiadała wartości δ_{ij} obliczenia muszą być wykonane dla zależności liniowym (wyłączyć nieliniowość geometryczną, momenty II rzędu etc. jeżeli program posiada takie funkcjonalności). Ponieważ wartość jednostkowa siły może być bardzo mała w stosunku do sztywności słupa otrzymane wartości przemieszczeń mogą być bardzo małe, poniżej zakresu wartości wyświetlanego przez program. W takim przypadku wystarczy przykłądaną siłę jednostkową pomnożyć przez np. 10^3 a następnie wyniki podzielić przez ten mnożnik.

3.4.3 WYZNACZENIE CZĘSTOŚCI, OKRESÓW I CZĘSTOTLIWOŚCI DRGAŃ WŁASNYCH

Ogólne równanie ruchu:

$$[M] \cdot [\ddot{u}] + [K] \cdot [u] = [F]$$

Przy założeniu, że ruch ma charakter harmoniczny:

$$[u] = [A_0] \cdot \sin \omega t$$

$$[F] = [F_0] \cdot \sin \omega t$$

Równanie ogólne dla ruchu harmonicznego:

$$-[M] \cdot [A_0] \cdot \omega^2 \cdot \sin \omega t + [K] \cdot [A_0] \cdot \sin \omega t = [F_0] \cdot \sin \omega t$$

$$([K] - \omega^2 \cdot [M]) \cdot [A_0] = [F_0]$$

$$([I] - \omega^2 \cdot [D] \cdot [M]) \cdot [A_0] = [D] \cdot [F_0]$$

Przy założeniu braku siły wymuszającej, prawa strona przyjmuje wartość zero a równanie opisuje ruch konstrukcji przy drganiach własnych:

$$([I] - \omega^2 \cdot [D] \cdot [M]) \cdot [A_0] = 0$$

$$\det \left(\left[D - \frac{1}{\omega^2} \cdot \frac{[I]}{[M]} \right] \right) = 0$$

$$\det \begin{bmatrix} \delta_{11} - \frac{1}{\omega^2 \cdot M_1} & \delta_{12} & \delta_{13} \\ \delta_{21} & \delta_{22} - \frac{1}{\omega^2 \cdot M_2} & \delta_{23} \\ \delta_{23} & \delta_{32} & \delta_{33} - \frac{1}{\omega^2 \cdot M_3} \end{bmatrix} = 0$$

$$\text{Analizowana macierz: } DM = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \delta_{13} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \delta_{23} \\ \delta_{23} & \delta_{32} & \delta_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix}$$

$$DM = \begin{bmatrix} 9,871 & 3,377 & -0,696 \\ 3,377 & 1,651 & -0,335 \\ -0,696 & -0,335 & 0,226 \end{bmatrix} \cdot 10^{-6} \cdot \begin{bmatrix} 21,838 & 0 & 0 \\ 0 & 3,395 & 0 \\ 0 & 0 & 3,945 \end{bmatrix}$$

$$DM = \begin{bmatrix} 2,156 \cdot 10^{-4} & 1,146 \cdot 10^{-5} & -2,744 \cdot 10^{-6} \\ 7,374 \cdot 10^{-5} & 5,605 \cdot 10^{-6} & -1,320 \cdot 10^{-6} \\ -1,519 \cdot 10^{-5} & -1,136 \cdot 10^{-6} & 8,930 \cdot 10^{-7} \end{bmatrix}$$

Wartości i wektory własne macierzy DM - wyznaczono za pomocą programu *Matlab*:

```
a=[2.156E-04    1.146E-05   -2.744E-06
    7.374E-05    5.605E-06   -1.320E-06
   -1.519E-05   -1.136E-06    8.930E-07];

f=eig(a);
[V,F]=eig(a);
```

($a = DM$)

W rezultacie otrzymano wektor (kolumnę) wartości własnych f oraz macierz diagonalną wartości własnych (inny zapis wektora f) – F , a także macierz wektorów własnych V :

$$f = \begin{bmatrix} 2,197 \cdot 10^{-4} \\ 1,766 \cdot 10^{-6} \\ 5,856 \cdot 10^{-7} \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} 2,197 \cdot 10^{-4} & 0 & 0 \\ 0 & 1,766 \cdot 10^{-6} & 0 \\ 0 & 0 & 5,856 \cdot 10^{-7} \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} 9,432 \cdot 10^{-1} & 5,493 \cdot 10^{-2} & -5,460 \cdot 10^{-3} \\ 3,252 \cdot 10^{-1} & -9,560 \cdot 10^{-1} & 3,286 \cdot 10^{-1} \\ -6,716 \cdot 10^{-2} & 2,882 \cdot 10^{-1} & 9,445 \cdot 10^{-1} \end{bmatrix}$$

Częstości, okresy oraz częstotliwości drgań własnych wyznaczono w sposób następujący (przykład obliczeniowy tylko dla pierwszej częstotliwości – reszta analogicznie):

Częstość drgań własnych:

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} = \frac{1}{\sqrt{2,197 \cdot 10^{-4}}} = 67,459 \left[\frac{rad}{s} \right]$$

Okres drgań własnych:

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = \frac{2\pi}{67,459} = 0,0931 [s]$$

Częstotliwość drgań własnych:

$$f_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{0,0931} = 10,736 [Hz]$$

Poniżej przedstawiono zestawienie uzyskanych wyników:

Częstości drgań **własnych**

$\omega_1 =$	67,459	[rad/s]
$\omega_2 =$	752,550	[rad/s]
$\omega_3 =$	1306,782	[rad/s]

Okresy drgań **własnych**

$T_1 =$	0,0931	[s]
$T_2 =$	0,0083	[s]
$T_3 =$	0,0048	[s]

Częstotliwości drgań **własnych**

$f_1 =$	10,736	[Hz]
$f_2 =$	119,772	[Hz]
$f_3 =$	207,981	[Hz]

Okres drgań **wymuszających**

$T_p =$	0,016	[s]
---------	-------	-----

Częstotliwość drgań **wymuszających**

$f_p =$	62,500	[Hz]
---------	--------	------

3.4.4 WYZNACZENIE SIŁ BEZWŁADNOŚCI

Dane wejściowe:

- przyspieszenie drgań prasy: $a_p = 7,0 \left[\frac{m}{s^2}\right]$
- pow. podstawy fundamentu, na którym ustawiona jest prasa matrycowa: $F_0 = 3,70 [m^2]$

Odległość między osią słupa a środkiem ciężkości (w tym wypadku – osią) prasy:

$$r = \frac{A_0}{2} = \frac{24,90}{2} = 12,45 [m]$$

Parametry zastępcze:

$$r_0 = \sqrt{\frac{F_0}{\pi}} = \sqrt{\frac{3,70}{\pi}} = 1,085 [m]$$

$$\rho = \sqrt{\frac{r_0}{r}} - 0,4 \left(\frac{r_0}{r} - \frac{r_0^2}{r^2} \right) = \sqrt{\frac{1,085}{12,45}} - 0,4 \cdot \left(\frac{1,085}{12,45} - \frac{1,085^2}{12,45^2} \right) = 0,263 [-]$$

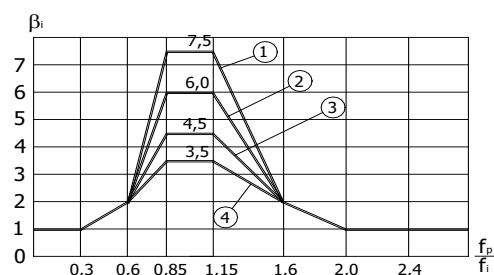
$$a_r = a_p \cdot \rho = 7,0 \cdot 0,263 = 1,844 \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

Współczynniki rezonansowe:

$$[1] \frac{f_p}{f_1} = \frac{62,500}{10,736} = 5,821 \rightarrow \beta_1 = 1,00 [-]$$

$$[2] \frac{f_p}{f_2} = \frac{62,500}{119,772} = 0,523 \rightarrow \beta_2 = 1,73 [-]$$

$$[3] \frac{f_p}{f_3} = \frac{62,500}{207,981} = 0,301 \rightarrow \beta_3 = 1,00 [-]$$



Poniżej zestawiono tabelarycznie współczynnika postaci drgań wyznaczone z zależności:

$$\eta_{i,k} = c_{i,k} \cdot \frac{\sum m_j \cdot c_{i,j}}{\sum m_j \cdot c_{i,j}^2} \quad \text{gdzie:}$$

m_j – elementy zdefiniowanej macierzy mas;

$c_{i,k}$ – wektory własne macierzy DM ;

Tab.3: Zestawienie wartości współczynników postaci drgań η

	j	m_j	c_k	$m_j \cdot c_k$	$m_j \cdot c_k^2$	η_{ik}
ω_1	1	21,838	0,943	20,599	19,430	1,021
	2	3,394	0,325	1,104	0,359	0,352
	3	3,945	-0,067	-0,265	0,018	-0,073
ω_2	1	21,838	0,055	1,200	0,066	-0,014
	2	3,394	-0,956	-3,245	3,102	0,248
	3	3,945	0,288	1,137	0,328	-0,075
ω_3	1	21,838	-0,005	-0,119	0,001	-0,007
	2	3,394	0,329	1,115	0,367	0,399
	3	3,945	0,944	3,726	3,519	1,148

Wartości sił bezwładności wyznaczono z zależności $P_{ik} = a_r \cdot m_k \cdot \eta_{i,k} \cdot \beta_i$ i zestawiono w

poniższej tabeli:

Tab.4: Zestawienie wartości sił bezwładności

	j	a_r	m_j	n_{ik}	β	P_{ik}
ω_1	1	1,844	21,838	1,021	1,00	41,110
	2		3,394	0,352		2,203
	3		3,945	-0,073		-0,529
ω_2	1		21,838	-0,014	1,73	-0,994
	2		3,394	0,248		2,690
	3		3,945	-0,075		-0,942
ω_3	1		21,838	-0,007	1,00	-0,267
	2		3,394	0,399		2,499
	3		3,945	1,148		8,348

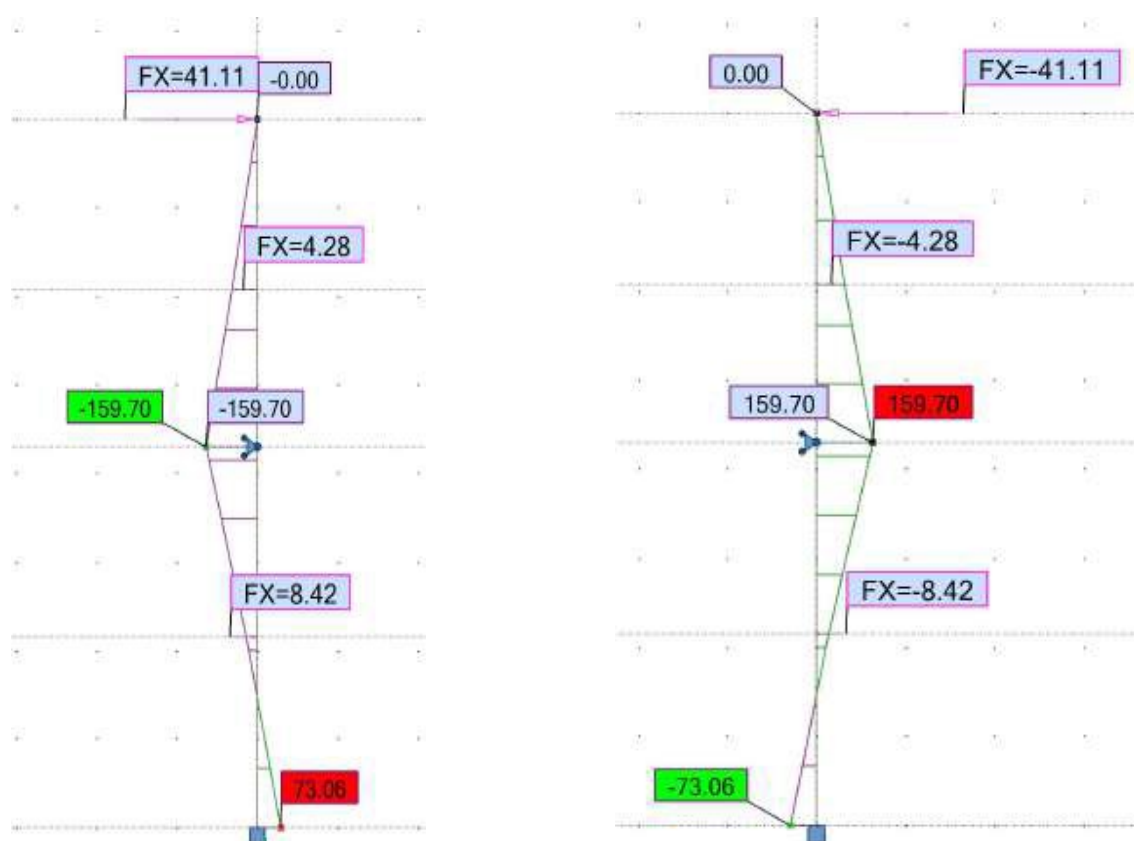
Uśrednione siły bezwładności:

$$P_1 = \sqrt{p_{1,1}^2 + p_{1,2}^2 + p_{1,3}^2} = \sqrt{41,110^2 + (-0,994)^2 + (-0,267)^2} = 41,12 \text{ [kN]}$$

$$P_2 = \sqrt{p_{2,1}^2 + p_{2,2}^2 + p_{2,3}^2} = \sqrt{2,203^2 + 2,690^2 + 2,499^2} = 4,28 \text{ [kN]}$$

$$P_3 = \sqrt{p_{3,1}^2 + p_{3,2}^2 + p_{3,3}^2} = \sqrt{(-0,529)^2 + (-0,942)^2 + 8,348^2} = 8,42 \text{ [kN]}$$

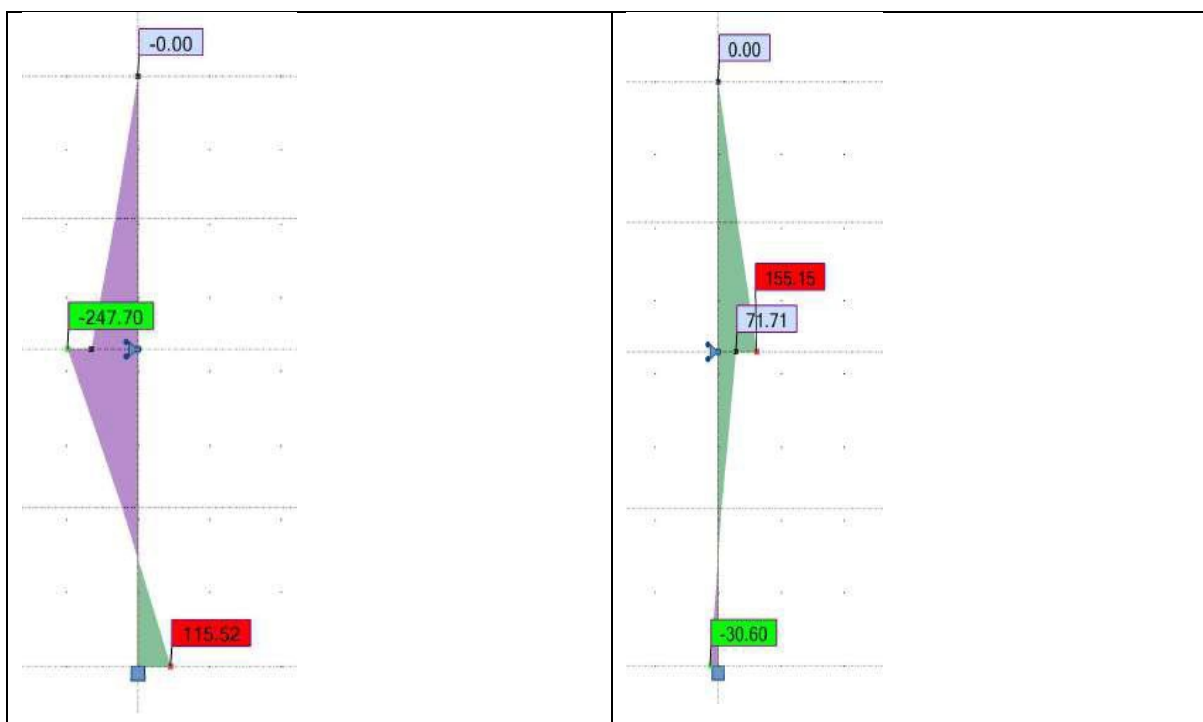
Schemat obciążenia słupa wymuszeniami dynamicznymi przedstawiono na Rys. 7:



Rys.7. Schemat obciążenia oraz wykresy momentów zginających od sił dynamicznych

3.5 WYZNACZENIE WARTOŚCI SIŁ WEWNĘTRZNYCH W SŁUPIE OD CAŁOŚCI OBCIĄŻENIA

W celu wyznaczenia wartości sił wewnętrznych działających na słup dokonano superpozycji układów statycznego i dynamicznego. Sumaryczne momenty zginające przedstawiono poniżej – powstały dwa przypadki obliczeniowe ze względu na możliwe dwa różne zwroty działania wymuszeń dynamicznych (sił bezwładności):



Rys.8. Wykresy momentów zginających dla dwóch rozpatrywanych przypadków obliczeniowych (odpowiednio siły bezwładności działają ze zwrotem w prawo i siły bezwładności działają ze zwrotem w lewo)

Przy zmianie znaku momentów występującej przy obciążeniach wielokrotnie zmiennych konieczne jest sprawdzenie czy nie dojdzie do zarysowania przekroju po obu stronach słupa (zarysowanie jednostronne jest dopuszczalne). W tym celu sprawdzono, czy maksymalny moment po prawej stronie (mniejszy z dwóch schematów) nie przekracza wartości momentu rysującego. Wartość momentu rysującego wyznaczono w miejscu odpowiadającym sprawdzanemu przekrojowi biorąc do obliczeń wartości siły normalnej i momentu określone dla przekroju znajdującego się tuż nad stropem.

Przekrój sprowadzony słupa (pole przekroju z uwzględnieniem obecności zbrojenia):

$$A = B_s \cdot H_s + 2 \cdot \alpha_e \cdot A_{s,min} = 0,60 \cdot 1,20 + 2 \cdot 5,857 \cdot 14,40 \cdot 10^{-4} = 0,7369 [m^2] = 7369 [cm^2]$$

Siła normalna w rozpatrywanym przekroju:

$$N = R_{DD} + D \cdot B_s \cdot H_s \cdot \gamma_{betonu} = 196,23 + 3,70 \cdot 1,20 \cdot 0,60 \cdot 25,00 = 262,83 \text{ [kN]}$$

Wskaźnik wytrzymałości:

$$W_p = \frac{B_s \cdot H_s^2}{6} + 4 \cdot \alpha_e \cdot A_{smin} \left(\frac{1}{2} - \frac{a_1}{H_s} \right)^2$$
$$W_p = \frac{0,60 \cdot 1,20^2}{6} + 4 \cdot 5,857 \cdot 14,40 \cdot 10^{-4} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{0,05}{1,20} \right)^2 = 0,151 \text{ [m}^3\text{]}$$

Obliczeniowa wytrzymałość zmęczeniowa betonu na rozciąganie:

$$f_{ctd,fat} = 0,5 \cdot f_{ctk,0,05} \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{150} \right) = 0,5 \cdot 2,50 \cdot \left(1 - \frac{40}{150} \right) = 0,917 \text{ [MPa]}$$

Moment rysujący:

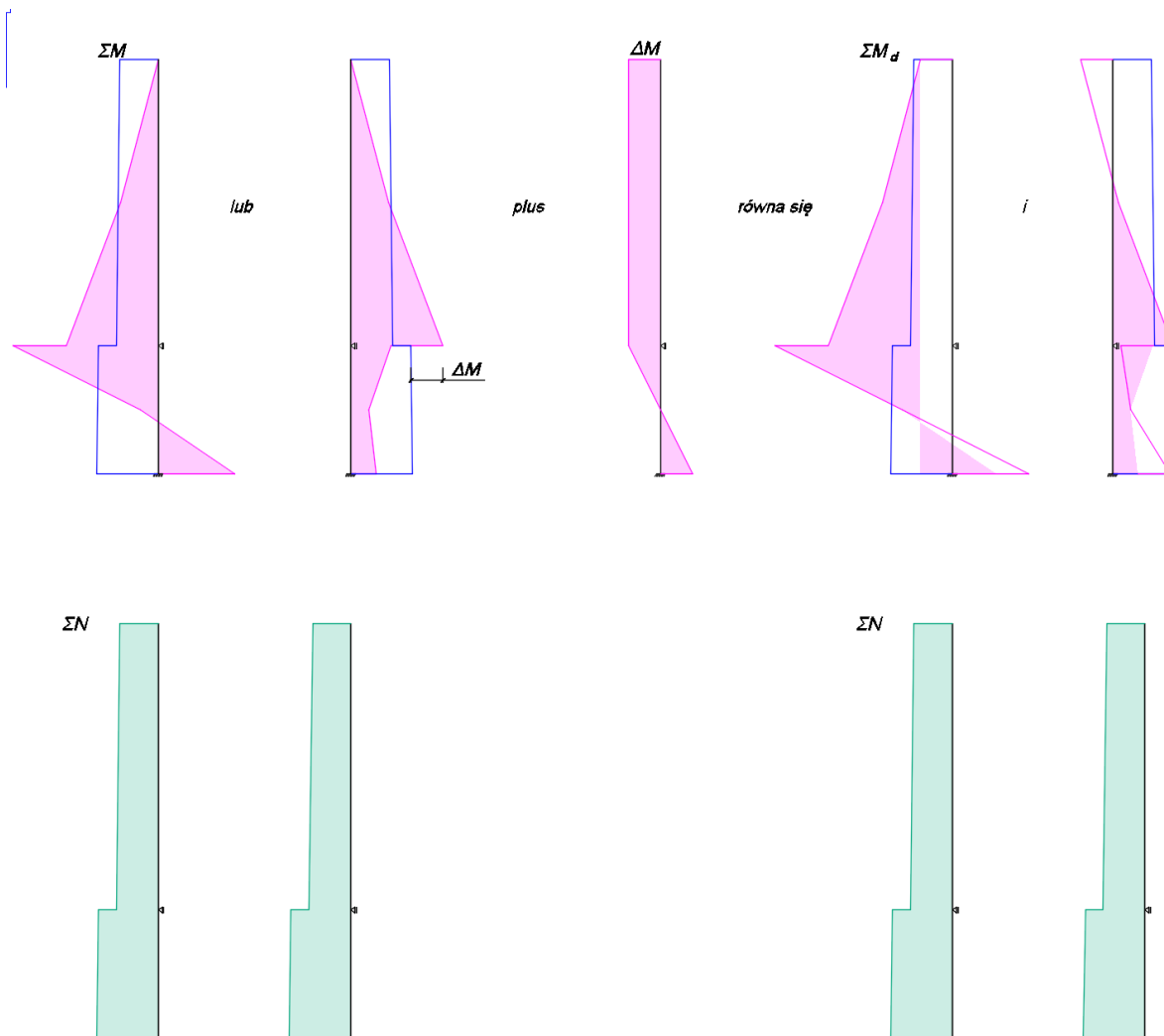
$$M_{cr} = M_{t,fat} = \left(f_{ctd,fat} + \frac{N}{A} \right) \cdot W_p = \left(0,917 \cdot 10^3 + \frac{262,83}{0,737} \right) \cdot 0,151 = 192,39 \text{ [kNm]}$$
$$M_{t,fat} = 192,39 \text{ [kNm]} > M_{max,p} = 155,15 \text{ [kNm]}$$

W związku z tym, że warunek przynajmniej niejednostronnego niezarysowania przekroju został spełniony nie ma konieczności skorygowania momentu poprzez wprowadzenie mimośrodów działania obciążenia przekazywanego z dachu. Ze względu jednak na wykonstruowany węzeł głowicy słupa (przewidziano oparcie belki attyki na jego górnej powierzchni) uwzględniono wystąpienie momentu od przesunięcia położenia reakcji z dachu ze względu na pojawienie się mimośrodu wynikającego z geometrii samego węzła. Założono zatem przesunięcie względem osi słupa wynoszące $\sim 10 \text{ [cm]}$.

- mimośród działania siły: $e_{kor} = 0,10 \text{ [m]}$

- wprowadzony moment korygujący: $\Delta M = R_{DD} \cdot e_{kor} = 196,23 \cdot 0,10 = 19,62 \text{ [kNm]}$

Obwiednia wartości momentu rysującego zależy od wartości siły normalnej, zmienia się więc na wysokości słupa. Położenie przekroju dla którego wartość momentu przekracza wartość momentu rysującego należy więc sprawdzić dla całej wysokości słupa. Jeżeli moment przekracza wartość momentu rysującego zmniejszamy go wprowadzając moment korygujący. Moment korygujący uzyskujemy poprzez nieosiowe (względem osi słupa) usytuowanie miejsca przekazywania reakcji z podciągu dachowego na słup – proces ilustruje rysunek poniżej.



W celu określenia zbrojenia słupa na całej jego wysokości, przeanalizowano 4 następujące przekroje charakterystyczne:

A-A – przekrój na głowicy słupa;

B-B – przekrój tuż nad stropem;

C-C – przekrój tuż pod stropem;

D-D – przekrój przy podstawie słupa.

Poniżej zestawiono tabelarycznie wartości sił wewnętrznych w ww. przekrojach:

Tab.5: Zestawienie wartości sił wewnętrznych w przekrojach charakterystycznych

PRZEKRÓJ	M	M _{cr}	M < M _{cr}	ΔM	M' = M - ΔM	N
	[kNm]	[kNm]	[?]	[kNm]	[kNm]	[kN]
A-A	0,00	192,39	TAK	19,62	19,62	196,23
B-B	155,15		TAK		135,53	262,83
C-C	247,70		NIE		228,08	374,08
D-D	115,52		TAK		95,90	451,48

4. WYMIAROWANIE ZBROJENIA

4.1 OTULINA ZBROJENIA

Dane (założenia) wejściowe:

klasa betonu: C40/50;

klasa ekspozycji: XC3;

klasa konstrukcji: S4;

Otulenie zbrojenia → otulenie nominalne

$$c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev} \quad \text{p.4.4.1 wz.4.1 EC2}$$

$$c_{min} = \max(c_{min,b}; c_{min,dur} + \Delta c_{dur,y} - \Delta c_{dur,st} - \Delta c_{dur,add}; 10 \text{ mm})$$

$c_{min,b}$ - min. otulenie ze względu na przyczepność: tab. 4.2. EC2

średnica pręta nominalnego Ø zbrojenia podłużnego) → ze względu na to kryterium przyjęto min. wartość otuliny 20 mm

$c_{min,dur}$ - min. otulenie ze względu na warunki środowiska: tab. 4.4N EC2

Tablica 4.3N: Zalecana klasyfikacja konstrukcji

Kryterium	Klasa konstrukcji						
	Klasa ekspozycji według Tablicy 4.1						
	X0	XC1	XC2/XC3	XC4	XD1	XD2/XS1	XD3/XS2/XS3
Projektowy okres użytkowania 100 lat	Zwiększyć klasę o 2	Zwiększyć klasę o 2	Zwiększyć klasę o 2	Zwiększyć klasę o 2	Zwiększyć klasę o 2	Zwiększyć klasę o 2	Zwiększyć klasę o 2
Klasa wytrzymałości ^{1) 2)}	$\geq C30/37$ Zmniejszyć klasę o 1	$\geq C30/37$ Zmniejszyć klasę o 1	$\geq C35/45$ Zmniejszyć klasę o 1	$\geq C40/50$ Zmniejszyć klasę o 1	$\geq C40/50$ Zmniejszyć klasę o 1	$\geq C40/50$ Zmniejszyć klasę o 1	$\geq C45/55$ Zmniejszyć klasę o 1
Element mający kształt płyty (proces wznoszenia konstrukcji nie ma wpływu na usytuowanie zbrojenia)	Zmniejszyć klasę o 1	Zmniejszyć klasę o 1	Zmniejszyć klasę o 1	Zmniejszyć klasę o 1	Zmniejszyć klasę o 1	Zmniejszyć klasę o 1	Zmniejszyć klasę o 1
Zapewniona specjalna kontrola jakości betonu	Zmniejszyć klasę o 1	Zmniejszyć klasę o 1	Zmniejszyć klasę o 1	Zmniejszyć klasę o 1	Zmniejszyć klasę o 1	Zmniejszyć klasę o 1	Zmniejszyć klasę o 1

Ze względu na klasę betonu $C40/50$ ($\geq C35/45$) zmniejszono klasę konstrukcji o 1 (z S4 na S3)
 – zgodnie z powyższym zaleceniem normy. W związku z tym: klasa konstrukcji: - **S3**;
 klasa ekspozycji - **XC3** – ze względu na charakter użytkowania.

Tablica 4.4N: Minimalne otulenie $c_{min,dur}$ (mm) wymagane (wg EN 10080) ze względu na trwałość stali zbrojeniowej

Klasa konstrukcji	Wymagania ze względu na środowisko						
	Klasa ekspozycji według Tablicy 4.1						
	X0	XC1	XC2/XC3	XC4	XD1/XS1	XD2/XS2	XD3/XS3
S1	10	10	10	15	20	25	30
S2	10	10	15	20	25	30	35
S3	10	10	20	25	30	35	40
S4	10	15	25	30	35	40	45
S5	15	20	30	35	40	45	50
S6	20	25	35	40	45	55	55

W oparciu o to kryterium przyjęto min. wartość otuliny 20 mm

$\Delta c_{dur,\gamma}$ - składnik dodawany ze względu na bezpieczeństwo

$\Delta c_{dur,st}$ - zmniejszenie min. otulenia ze względu na stosowanie stali nierdzewnej

$\Delta c_{dur,add}$ - zmniejszenie min. otulenia ze względu na stosowanie dodatk. zabezpieczenia

Zalecane wartości $\Delta c_{dur,\gamma}$; $\Delta c_{dur,st}$; $\Delta c_{dur,add}$ wynoszą 0 - odnosząc się kolejno do p.4.4.1.2(6); p.4.4.1.2(7) oraz p.4.4.1.2(8) EC2

$$c_{min} = \max(20 \text{ mm}; 20 \text{ mm}; 10 \text{ mm}) \rightarrow \text{przyjęto } c_{min} = 20 [\text{mm}]$$

Δc_{dev} - dodatek do minimalnego otulenia w celu uwzględnienia odchyłki

Ze względu na technologię wykonania – zmniejszono zalecaną wartość przyjęto wartość

$$\Delta c_{dev} = 5 [\text{mm}]$$

$$c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev} = 20 [\text{mm}] + 5 [\text{mm}] = 25 [\text{mm}]$$

4.2 DANE GEOMETRYCZNE

Przyjęta średnica zbrojenia podłużnego (głównego): $\phi = 22 [mm]$;

Pole przekroju pojedynczego pręta podłużnego: $A_{\phi 22} = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 2,2^2}{4} = 3,801 [cm^2]$

Przyjęta średnica zbrojenia poprzecznego (strzemion): $\phi_s = 8 [mm]$;

Pole przekroju pojedynczego pręta poprzecznego: $A_{\phi 8} = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 0,8^2}{4} = 0,503 [cm^2]$

Odległość krawędziowa od środka ciężkości zbrojenia:

$$a = c_{nom} + \phi_s + \frac{\phi}{2} = 2,5 + 0,8 + \frac{2,2}{2} = 4,30 [cm] \rightarrow \text{przyjęto: } a = 5,00 [cm]$$

Wysokość użyteczna przekroju: $d = H_s - a = 120 - 5 = 115 [cm]$

4.2 WYMIAROWANIE ZBROJENIE

4.2.1 ZBROJENIE PIONOWE

Wymiarowanie należy przeprowadzić jak dla przekroju mimośrodowo ściskanego z uwzględnieniem wielokrotnie zmiennego charakteru obciążenia (w przykładzie obliczeniowym wstępuje tylko jedna z możliwych w przekroju sytuacji obliczeniowych, wszystkie warianty i wynikające stąd konsekwencje są opisane w załączonym pliku K.Drąg_Wymiarowanie przekroju mimośrodowo ściskanego z użyciem diagramów (pdf)).

Założenia: wytrzymałość zmęczeniowa stali i betonu, model liniowy pracy przekroju.

Wytrzymałość i normowe warunki zmian poziomu naprężeń wg PN EN 1992-1-1:2008.

Wytrzymałość i normowe warunki zmian poziomu naprężeń:

$$f_{cd,fat} = \frac{1}{2} f_{cd} \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) = \frac{1}{2} \cdot 26,67 \cdot \left(1 - \frac{40}{250} \right) = 11,20 [MPa]$$

$$\sigma_{c,max} = f_{cd,fat} = 11,20 [MPa]$$

$$f_{yd,fat} = \frac{f_{yd}}{\gamma_s} = \frac{434,78}{1,20} = 362,32 [MPa]$$

$$\sigma_{s,max} = f_{yd,fat} = 362,32 [MPa]$$

$$E_{cd} = 1,15 \cdot E_{cm} = 1,15 \cdot 35,0 = 40,25 [GPa]$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cd}} = \frac{205,00}{40,25} = 5,093 [-]$$

$$(1) \quad \sigma_{c,max} - 0,45 \cdot \sigma_{c,min} \leq \frac{1}{2} f_{cd,fat}$$

$$(2) \quad \sigma_{s,max} - \sigma_{s,min} \leq \begin{cases} 0,6 f_{yk} \\ f_{yd,fat} \end{cases}$$

Wartość graniczna sprowadzonej wysokości strefy ściskanej wyznaczona dla założonych maksymalnych naprężeń stali i betonu:

$$\xi_{lim} = \frac{\sigma_{c,max}}{\frac{1}{\alpha_e} \cdot \sigma_{s,max} + \sigma_{c,max}} = \frac{11,20}{\frac{1}{5,093} \cdot 362,32 + 11,20} = 0,136 [-]$$

Graniczne wartości zbrojenia:

- przekrój zbrojenia minimalnego

$$A_{s1min} = \max \left\{ \frac{0,1N_{Ed}}{f_{yd}}, \frac{0,002A_c}{0,002 \cdot 1,20 \cdot 0,60} \right\} = \max \left\{ \frac{0,1 \cdot 451,48}{434,78 \cdot 10^{-1}}, \frac{0,002 \cdot 451,48}{0,002 \cdot 1,20 \cdot 0,60} \right\} = \max(1,04; 14,40) = 14,40 [cm^2]$$

- przekrój zbrojenia maksymalnego:

$$A_{s1max} = 0,04 \cdot B_s \cdot H_s = 0,04 \cdot 60 \cdot 120 = 288 [cm^2]$$

Obliczenia wykonano z wykorzystaniem diagramów [1]. Poniżej zestawiono tabelarycznie dla poszczególnych przekrojów wielkości występujące w procedurze wyznaczenia zbrojenia a poniżej przedstawiono obliczenia dla dwóch z nich w rozwinięciu:

Tab.6: Zestawienie procedury obliczeniowej wyznaczania zbrojenia cz.1

PRZEKRÓJ	M'	N	e _{s1}	e _{s1} ≥ d-a	v	v ≤ [1]	ζ	e _{s1} ≤ ζ*d
	[kNm]	[kN]	[m]	[?]	[-]	[?]	[-]	[?]
A-A	19,62	196,23	0,65	NIE - diagram 2	0,02	TAK	0,990	TAK
B-B	135,53	262,83	1,07	NIE - diagram 2	0,03	TAK	0,979	TAK
D-D	95,90	451,48	0,76	NIE - diagram 2	0,06	TAK	0,973	TAK
PRZEKRÓJ	M'	N	e _{s1}	e _{s1} ≥ d-a	M _{eff}	M _{eff} ≥ N*e _{s1}	ζ	e _{s1} ≤ ζ*d
	[kNm]	[kN]	[m]	[?]	[kNm]	[?]	[-]	[?]
C-C	228,08	374,08	1,16	TAK - diagram 1	577,03	TAK	0,966	NIE

Tab.7: Zestawienie procedury obliczeniowej wyznaczania zbrojenia cz.2

	ZBROJENIE OBLICZONE	ZBROJENIE WYMAGANE	ZBROJENIE PRZYJĘTE		
PRZEKRÓJ	A _{s1,calc}	A _{s1,req}	φ	η _{prov}	A _{s1,prov}
	[cm ²]	[cm ²]	[mm]	[-]	[cm ²]
A-A	0,00	14,40	22	4	15,21
B-B	0,00	14,40	22	4	15,21
D-D	0,00	14,40	22	4	15,21
PRZEKRÓJ	A _{s1,calc}	A _{s1,req}	φ	η _{prov}	A _{s1,prov}
	[cm ²]	[cm ²]	[mm]	[-]	[cm ²]
C-C	2,86	14,40	22	4	15,21

Przekrój B-B

Dane wejściowe:

- moment zginający: $M' = 135,53 [kNm]$;

- siła normalna: $N = 262,83 [kN]$;

Mimośród siły N względem osi zbrojenia A_{sI} :

$$e_{s1} = \frac{M}{N} + \frac{H_s}{2} - a = \frac{135,53}{262,83} + \frac{1,20}{2} - 0,05 = 1,07 [m]$$

$$e_{s1} = 1,07 [m] \geq d - a = 1,15 - 0,05 = 1,10 [m] - \text{warunek } \underline{\text{niespełniony}}$$

Wartości pomocnicze do wykorzystania diagramu 2 z [1]

Współczynnik ν :

$$\nu = \frac{N}{B_s \cdot H_s \cdot \sigma_{c,max}} = \frac{262,83}{0,60 \cdot 1,20 \cdot 11,20 \cdot 10^3} = 0,03 [-]$$

$$[1] = \frac{0,5H_s - a}{d - a - e_{s1}} = \frac{0,5 \cdot 1,20 - 0,05}{1,15 - 0,05 - 1,07} = 16,01 [-] > \nu = 0,03 [-]$$

→ wyznaczenie współczynnika ζ

$$\zeta = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{8 \cdot N \cdot e_{s1}}{3 \cdot \sigma_{c,max} \cdot B_s \cdot d^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\zeta = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{8 \cdot 135,53 \cdot 1,07}{3 \cdot 11,20 \cdot 10^3 \cdot 0,60 \cdot 1,15^2} \right)^{\frac{1}{2}} = 0,980 [-]$$

W związku z tym, że zachodzi następująca zależność>

$$e_{sI} = 1,07 [m] < \zeta d = 0,980 \cdot 1,15 = 1,13 [m] \rightarrow A_{sI} = A_{s2} = 0$$

Przyjęto zbrojenie wymagane $A_{sI,req} = A_{sI,mi} = 14,40 [cm^2]$

Zbrojenie dobrane:

Przyjęto zbrojenie przekroju prętami **4 ϕ 22** – $A_{sI,prov} = 15,21 [cm^2]$

- stopień zbrojenia:

$$\rho = \frac{A_{sI,prov}}{d \cdot B_s} = \frac{15,21}{115 \cdot 60} \cdot 100\% = 0,22 [\%]$$

- stopień przebrojenia:

$$\frac{A_{sI,prov} - A_{sI,rev}}{A_{sI,rev}} = \frac{15,21 - 14,40}{14,40} \cdot 100\% = 5,59 [\%]$$

Przekrój C-C

Dane wejściowe:

- moment zginający: $M' = 228,08 [kNm]$;

- siła normalna: $N = 374,08 [kN]$;

Mimośród siły N względem osi zbrojenia A_{sI} :

$$e_{s1} = \frac{M}{N} + \frac{H_s}{2} - a = \frac{228,08}{374,08} + \frac{1,20}{2} - 0,05 = 1,16 [m]$$

$$e_{s1} = 1,16 [m] \geq d - a = 1,15 - 0,05 = 1,10 [m] - \text{warunek } \underline{\text{spełniony}}$$

Wartości pomocnicze do wykorzystania diagramu 1 z [1]:

$$M_{eff} = \frac{1}{2} \cdot \sigma_{c,max} \cdot \xi_{lim} \cdot d \cdot B_s \cdot \left(d - \frac{1}{3} \cdot \xi_{lim} \cdot d \right)$$

$$M_{eff} = \frac{1}{2} \cdot 11,20 \cdot 10^3 \cdot 0,136 \cdot 1,15 \cdot 0,60 \cdot \left(1,15 - \frac{1}{3} \cdot 0,136 \cdot 1,15 \right) = 577,03 \text{ [kNm]}$$

$$N \cdot e_{s1} = 374,08 \cdot 1,16 = 433,82 \text{ [kNm]} < M_{eff} = 577,03 \text{ [kNm]}$$

→ wyznaczenie współczynnika ζ

$$\zeta = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{8 \cdot N \cdot e_{s1}}{3 \cdot \sigma_{c,max} \cdot B_s \cdot d^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\zeta = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{8 \cdot 374,08 \cdot 1,16}{3 \cdot 11,20 \cdot 10^3 \cdot 0,60 \cdot 1,15^2} \right)^{\frac{1}{2}} = 0,966 \text{ [-]}$$

W związku z tym, że zachodzi następująca zależność:

$$e_{sl} = 1,16 \text{ [m]} > \zeta d = 0,966 \cdot 1,15 = 1,11 \text{ [m]} \rightarrow A_{s2} = 0$$

$$A_{s1} = \frac{-N + \frac{3}{4} \cdot d \cdot B_s \cdot \sigma_{c,max} - \frac{1}{4} \cdot \sqrt{9 \cdot d^2 \cdot b^2 \cdot \sigma_{c,max}^2 - 24 \cdot N \cdot e_{s1} \cdot \sigma_{c,max} \cdot b}}{\sigma_{c,max} \cdot \alpha_e}$$

$$A_{s1} = \frac{-374,08 + \frac{3}{4} \cdot 1,15 \cdot 0,60 \cdot 11,20 \cdot 10^3 - \frac{1}{4} \cdot \sqrt{9 \cdot 1,15^2 \cdot 0,60^2 \cdot (11,20 \cdot 10^3)^2 - 24 \cdot 374,08 \cdot 1,16 \cdot 11,20 \cdot 10^3 \cdot 0,60}}{11,20 \cdot 10^3 \cdot 5,093}$$

$$A_{s1} = 2,86 \text{ [cm}^2\text{]}$$

Przyjęte zbrojenie wymagane $A_{sl,req} = A_{sl,min} = 14,40 \text{ [cm}^2\text{]}$

Zbrojenie dobrane:

Przyjęto zbrojenie przekroju prętami **4 ϕ 22** – $A_{s1,prov} = 15,21 \text{ [cm}^2\text{]}$

- stopień zbrojenia:

$$\rho = \frac{A_{s1,prov}}{d \cdot B_s} = \frac{15,21}{115 \cdot 60} \cdot 100\% = 0,22 \text{ [%]}$$

- stopień przezbrojenia:

$$\frac{A_{s1,prov} - A_{s1,rev}}{A_{s1,rev}} = \frac{15,21 - 14,40}{14,40} \cdot 100\% = 5,59 \text{ [%]}$$

4.2.2 ZBROJENIE POPRZECZNE (STRZEMIONA)

Średnica strzemion:

$$\phi_s = \max\{0,25\phi_L; 6\text{mm}\} = \max\{0,25 \cdot 22; 6\} = 6 \text{ [mm]}$$

gdzie: ϕ_L – max zastosowana średnica zbrojenia podłużnego

przyjęto zbrojenie poprzeczne o średnicy: $\phi_s = 8 \text{ [mm]}$

Maksymalny rozstaw strzemion:

$$s_{r,max} = \min\{20\phi_L; \min(B_s; H_s); 400mm\} = \min\{20 \cdot 22; 600; 400\} = 400 [mm]$$

przyjęto podstawowy rozstaw strzemion: $s_{base} = 300 [mm]$

Zagęszczenie strzemion:

Zgodnie z EC2 zmniejszono odstęp strzemion do max $0,6 s_{cl,max}$ na długości większego wymiaru słupa tj. $120 [cm]$ poniżej i powyżej połączonej ze słupem belki lub płyty.

$$0,6 s_{cl,max} = 0,6 \cdot 400 = 240 [mm]$$

przyjęto zagęszczony rozstaw strzemion: $s = 150 [mm]$, równy połowie rozstawu podst.

Przy konstruowaniu zbrojenia ze względu na charakter obciążenia rozpatrywanego słupa, należy przyjąć dodatkowe zbrojenie na dłuższej jego krawędzi w postaci prętów $4\phi 16$ a także zastosować dodatkowe strzemiona w celu zapewnienia poziomego przytrzymania wszystkich prętów pionowych, zgodnie z rysunkiem zamieszczonym poniżej:

